Solución P5 C1

Profesor: Ronald Fischer B.
Ayudante: Felipe Ramírez R.

(a) Si el contrato de monitoreo es verificable, entonces el empresario puede fijar la intensidad del monitoreo cuando acude por financiamiento. Supongamos que en el contrato se fijan las cantidades $M > 0$ y R_b, y que estas inducen al empresario a esforzarse:

$$\begin{aligned} p_H R_b &\geq M p_H R_b + (1-M)(p_L R_b + B) \\ &\implies R_b \geq \frac{B}{\triangle p} \end{aligned}$$

La utilidad del banco en este caso es:

$$p_H(R - R_b) - 1 - \frac{M^2}{2}$$

La máxima utilidad que puede obtener el banco es

$$p_H(R - \frac{B}{\triangle p}) - 1 - \frac{M^2}{2} < 0$$

De esta manera, el retorno R_b debe ser tal que induzca al empresario a flojear.

Planteamos el problema del empresario en este juego:

$$Max \; M p_H R + (1-M)(p_L R + B) - 1 - \frac{M^2}{2}$$

$$s.t \qquad R_b \leq \frac{B}{\triangle p}$$

$$R_l \leq R$$

$$M p_H (R - R_b) + (1-M) p_L (R - R_b) - 1 - \frac{M^2}{2} \geq 0$$

(b) La intensidad de monitoreo que maximiza la utilidad social del proyecto se obtiene al resolver (después verémos si la solución cumple la (IR_l) y (IC_b)) :

$$\underset{M}{Max} \; M p_H R + (1-M)(p_L R + B) - 1 - \frac{M^2}{2}$$

$$\implies M^* = \min\{1, \triangle p R - B\} > 0$$

Dado que los bancos son competitivos, obtienen utilidad cero. De esta forma, obtenemos el retorno R_b:

$$M^*p_H(R-R_b)+(1-M^*)p_L(R-R_b)-1-\frac{M^2}{2}=0$$
$$\implies R_b=R-\frac{\left[1+\frac{(M^*)^2}{2}\right]}{\triangle pM^*+p_L}$$

Veamos ahora si R_b cumple con la compatibilidad de incentivos del empresario.

$$R_b^*=R-\frac{\left[1+\frac{(M^*)^2}{2}\right]}{\triangle pM^*+p_L}<R-(R-\frac{B}{\triangle p})=\frac{B}{\triangle p}$$

Así, el retorno R_b^* incentiva al empresario a flojear[1].
Resumiendo, el contrato "first-best" estipula que

$$(M^*,R_b^*,R_l)=\left(\min\left\{1,\triangle pR-B\right\},R-\frac{\left[1+\frac{(M^*)^2}{2}\right]}{\triangle pM^*+p_L},\frac{\left[1+\frac{(M^*)^2}{2}\right]}{\triangle pM^*+p_L}\right)$$

El empresario flojea.
(c) La utilidad del empresario es

$$\Pi_b^e=p_H(R-R_l) \tag{1}$$

cuando se esfuerza y

$$\Pi_b^f=Mp_H(R-R_l)+(1-M)\left(p_L(R-R_l)+B\right) \tag{2}$$

cuando flojea.
La utilidad del banco es

$$\Pi_l^e=p_HR_l-1-\frac{M^2}{2} \tag{3}$$

cuando el empresario se esfuerza y

$$\Pi_l^f=Mp_HR_l+(1-M)p_LR_l-1-\frac{M^2}{2} \tag{4}$$

cuando el emrpesario flojea.
Primero, tomamos el retorno R_l como dado y resolvemos el juego simultáneo.

- Si el empresario se esfuerza, el banco maximiza (3), eligiendo $M^*(R_l)=0$.
- Si el banco escoge $M^*(R_l)=0$, entonces el empresario se desvia y escoge flojear, dado que el supuesto $p_H(R-\frac{B}{\triangle p})<1$ hace que (2)>(1) para cualquier $M^*(R_l)<1$.

[1] Es fácil demostrar que $\frac{p_H\left[1+\frac{(M^*)^2}{2}\right]}{\triangle pM^*+p_L}>1$. Como $p_H(R-\frac{B}{\triangle p})<1$, entonces $(R-\frac{B}{\triangle p})<\frac{\left[1+\frac{(M^*)^2}{2}\right]}{\triangle pM^*+p_L}$.

- Si el empresario flojea, el banco maximiza (4). La (CPO) es:

$$\frac{\partial \Pi_l^f}{\partial M(R_l)} = \triangle p R_l - M(R_l) = 0$$
$$\Longrightarrow M^*(R_l) = \min\{\triangle p R_l, 1\}$$

- Si $M^*(R_l) < 1$, el empresario todavía quiere flojear. Si $M^*(R_l) = 1$, el empresario está indiferente entre esfuerzo y flojear.

De este modo, flojear y $M^*(R_l) = \min\{\triangle p R_l, 1\}$ es el único NE del juego simultáneo.

Ahora estamos en condiciones de obtener R_l^*. Remplazamos $M^*(R_l)$ en (4) e igualamos a cero, dada la competencia del sector bancario.

$$\begin{aligned}
\Pi_l^f &= \min\{\triangle p R_l, 1\} p_H R_l + (1 - \min\{\triangle p R_l, 1\}) p_L R_l - 1 - \frac{\min\{\triangle p R_l, 1\}^2}{2} \\
\Longrightarrow & \min\{\triangle p R_l^*, 1\} p_H R_l^* + (1 - \min\{\triangle p R_l^*, 1\}) p_L R_l^* - 1 - \frac{\min\{\triangle p R_l^*, 1\}^2}{2} = 0
\end{aligned}$$

Como Π_l^f es continua y creciente en R_l, entoces existe un único R_l^* que hace (4) igual a cero. La solución queda:

$$R_l^* = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{3}{2p_H} & \text{si } 3p_L \leq p_H \\ \frac{-p_L + \sqrt{p_L^2 + 2(\triangle p)^2}}{(\triangle p)^2} & \text{si } 3p_L > p_H \end{array} \right\}$$

$$M^* = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{si } 3p_L \leq p_H \\ \frac{-p_L + \sqrt{p_L^2 + 2(\triangle p)^2}}{\triangle p} & \text{si } 3p_L > p_H \end{array} \right\}$$

Si $R_l^* \leq R$ el contrato es viable y el proyecto se lleva a cabo.