Auxiliar Macroeconomía 2 - MAGCEA

Prof: Benjamín Villena — Aux: Andrés Barrera - Sergio Salgado

Viernes 9 de Octubre 2009

1. **(Ljungqvist y Sargent, Cap 16)** Un único consumidor tiene preferencias sobre un único bien de consumo ordenadas por la función de utilidad $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$ donde $\beta \in (0,1)$ y $u(.)$ es estrictamente creciente, continua y diferenciable dos veces, estrictamente cóncava y satisface las condiciones de Inada, en particular $\lim_{c \to 0} u'(c) = +\infty$. El bien de consumo no se puede almacenar. El consumidor tiene una secuencia de recursos de un bien $y_t = \lambda^t$, $t > 0$ y $|\lambda\beta| < 1$. El consumidor puede prestar o pedir prestado a una tasa de interés r, libre de riesgo y exógena que satisface que $\beta(1+r) = 1$. Por último, la restricción presupuestaria del consumidor en el momento t está dada por

$$b_t + c_t \geq y_t + \frac{1}{1+r} b_{t+1}$$

$\forall t \geq 0$ donde b_t es la dueda del agente si $b > 0$ o son los activos si $b < 0$. Se sabe que $b_0 = 0$

   (a) **Parte I.** En esta parte, asuma que el consumidor está sujeto a una restricción presupuestaria particular en la cual $b_t \leq 0$ $\forall t \geq 0$. Por tanto el consumidor puede prestar pero no pedir prestado.

   - Asuma que $\lambda < 1$. Obtenga la serie óptima de consumo y activos de este agente dada por $\{c_t, b_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$.
   - Asuma que $\lambda > 1$. Obtenga la serie óptima de consumo y activos de este agente dada por $\{c_t, b_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$.

   (b) **Parte II.** En esta parte asumiremos que el consumidor puede prestar y pedir prestado dada su secuencia de recursos para cada periodo.

   - Encuentre el límite de endeudamientode este consumidor.
   - Asuma que $\lambda < 1$. Obtenga la serie óptima de consumo y activos de este agente dada por $\{c_t, b_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$.
   - Asuma que $\lambda > 1$. Obtenga la serie óptima de consumo y activos de este agente dada por $\{c_t, b_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}$.

2. **(Ljungqvist y Sargent, Cap 16)** Considere un consumidor representativo que tiene preferencias sobre el proceso estocástico de un único bien de consumo, ordenadas por la función de utilidad dada por $E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \ln(c_t)$ donde $\beta \in (0,1)$ y E_0 es la esperanza matemática respecto a la distribución de la secuencia del bien de consumo no acumulable, condicional al valor de los recursos en el momento 0. Los recursos que recibe el consumidor están dados por el siguiente proceso estocástico: en los momentos $t = 0, 1$ los ingresos se obtienen a partir de una distribución donde $prob(y_t = 2) = \pi$ y $prob(y_t = 1) = 1 - \pi$, donde $\pi \in (0,1)$. Para todos los periodos desde $t = 2$ hacia adelante, $y_t = y_{t-1}$. Adicionalmente para cada momento $t \geq 0$ el consumidor puede prestar pero no pedir prestado a la tasa de interés exógena y libre de riesgo r que cumple que $\beta(1+r) = 1$. Consecuentemente, la restricción presupuestaria está dada por

$$a_{t+1} = (1+r)(a_t - c_t) + y_{t+1}$$

En tanto la condición inicial es $a_0 = y_0$. Luego los activos llevados desde el periodo t al $t+1$ están dados por $a_t - c_t$ los cuales no pueden ser negativos en tanto $a_t \geq c_t \ \forall t$.

(a) Dibuje un arbol que muestre los posibles caminos que pueden seguir los ingresos del consumidor desde el momento $t = 0$ en adelante.

(b) Asuma que $y_0 = 2$. Encuentre los consumos óptimos del individuo y su ahorro en cada periodo.

(c) Asuma que $y_0 = 1$. Encuentre los consumos óptimos del individuo y su ahorro en cada periodo.

(d) Bajo las especificaciones de las dos preguntas anteriores, compute la distribución asintótica de la utilidad marginal del consumo, $u'(c_t)$ (La cual en este caso es igual a $u'(c_t) = V_t'(a_t)$ para $t \geq 0$ donde $V_t'(a_t)$ es la *Value Function* del individio en el momento t).