INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Auxiliar 2

IN540

Profesor : Mattia Makovec
Auxiliar : Gonzalo Viveros A.
Semestre : Primavera 2009

Pregunta 1

Sea $Y_1, \ldots, Y_n$ una muestra aleatoria simple de una población de media μ y varianza σ^2. Se consideran los siguientes estimadores de μ:

$$\begin{aligned}
\widehat{\mu}_1 &= \frac{Y_1 + 2\,Y_2 + 3\,Y_3}{6}, \\
\widehat{\mu}_2 &= \frac{Y_1 + 4\,Y_2 + Y_3}{6}, \\
\widehat{\mu}_3 &= \frac{Y_1 + 2\,Y_2 + 3\,Y_3}{6} - 5.
\end{aligned}$$

a) Calcule la media y la varianza de cada uno de los estimadores, identificando a los insesgados.

b) De los estimadores insesgados, ¿Cuál es el más eficiente?.

c) Calcule el error cuadrático medio de los dos primeros estimadores.

Pregunta 2

Considere el modelo lineal con solo una variable explicativa,

$$Y_t = \beta\, X_t + u_t,$$

donde la variable X_t es siempre positiva. Se definen los siguientes estimadores alternativos del parámetro unidimensional β:

$$\widehat{\beta}_1 = \frac{\sum_{t=1}^{T} Y_t}{\sum_{t=1}^{T} X_t}, \qquad \widehat{\beta}_2 = \frac{\sum_{t=1}^{T} X_t\, Y_t}{\sum_{t=1}^{T} X_t}, \qquad \widehat{\beta}_3 = \frac{\sum_{t=1}^{T} X_t\, Y_t}{\sum_{t=1}^{T} X_t^2}, \qquad \widehat{\beta}_4 = \frac{\sum_{t=1}^{T} \frac{Y_t}{X_t}}{T}.$$

a) Bajo el supuesto que $u_t \overset{\text{iid}}{\sim} \mathrm{N}(0, \sigma^2)$, determine la esperanza y la varianza de cada uno de estos estimadores y seleccione, entre los que sean insesgados, aquel que sea óptimo.

Pregunta 3

Un analista estime el modelo de regresión lineal simple, $Y_t = \beta_1 + \beta_2\, X_t + u_t$. Otro analista estima el mismo modelo, con los mismos datos, pero medidos en unidades diferentes, es decir, estima $Y_t^* = d\, Y_t$, $X_t^* = c\, X_t$, siendo d y c dos números positivo. Estime la relación que hay entre los dos analistas con respecto a:

a) Los estimadores MCO de los parámetros β_1 y β_2.

b) La varianza de los estimadores MCO de los parámetros β_1 y β_2.