

Profesor: Fernando Ordóñez P.

Semestre: Primavera 2008

Fecha: 5 de Septiembre de 2008

IN47B Ingeniería de Operaciones Control N°1 Pauta

Problema 1

1. Dado $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$, Demuestre que $f(n) + g(n) = O(\max\{f(n), g(n)\})$.

Se tiene que:

$$\begin{aligned}f(n) &\leq \max(f(n), g(n)) \quad \forall n \\g(n) &\leq \max(f(n), g(n)) \quad \forall n \\g(n) + f(n) &\leq 2 * \max(f(n), g(n)) \quad \forall n\end{aligned}$$

Siendo Cte=2 se tiene el resultado por definición.

Se acepta que es use θ en vez de O, mientras se explicita la diferencia y se haga el proceso para el mismo.

2. Ordene en términos de crecimiento asintótico las siguientes funciones (i.e. ordenada según notación $O(g)$). n^3 , $\log(n!)$, $2^{\log(n)}$, $n^{3+4\sqrt{n}}$, $4^{\log(n)}$, n^{73} , $n!$, $\log(\log(n))$, n , 2^n , $n^{\log(\log(n))}$, $\log(n)$, 1.

Una transformación útil:

$$2^{\log(n)} = 2^{\frac{(\log_2 n)}{(\log_2 10)}} = n^{\frac{1}{(\log_2 10)}} = n^{\log(2)}$$

Además de la siguiente desigualdad:

$$\log(n!) = \sum_{i=1}^n \log(i) \leq n \log(n) \leq n^2$$

Y por último para demostrar que $n^{3+4\sqrt{n}} \leq 2^n$:

$$n^{3+4\sqrt{n}} \leq n^{7\sqrt{n}}$$

Luego, como $\log()$ es creciente estricta:

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7\sqrt{n} \log(n)}{n \log(2)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 \log(n)}{\sqrt{n} \log(2)} = 0$$

Luego se tiene:

$$1 \leq \log(\log(n)) \leq 2^{\log(n)} \leq 4^{\log(n)} \leq n \leq \log(n!) \leq n^3 \leq n^{73} \leq n^{\log(\log(n))} \leq n^{3+4\sqrt{n}} \leq 2^n \leq n!$$

3.

a) Suponga que puede obtener sampleos X_1, \dots, X_q de una variable aleatoria X de distribución desconocida. Explique como estimar el cuantil 10% de la distribución (el valor que es superado un 90% del tiempo) con una confianza del 95 %.

Realizamos varias simulaciones para obtener un set de N sampleos $X_1, \dots, X_{q/N}$. Luego se ordenan los X_i de menor a mayor para cada simulación, de modo de poder separar el 10% más bajo. Luego, se toman los valores críticos (cada valor que marca el 10% menor) para cada simulación; se promedian los $\sum \frac{X_{10\%}}{N}$ y se obtiene su desviación estándar empírica $S_{10\%}$.

Para lograr un intervalo de confianza del 95%, suponemos que el promedio sigue una distribución normal (implica N mayor que 30), se necesita crear uno que multiplique por 1,96 a la desviación. Luego se tiene

$$\left\{ \sum \frac{X_{10\%}}{N} - 1,96 * S_{10\%}, \sum \frac{X_{10\%}}{N} + 1,96 * S_{10\%} \right\}.$$

b) En finanzas, el $VaR_{0;1}$ (Value at Risk) es el cuantil 10% de la distribución de pérdida de una inversión. Si el precio de una acción hoy es \$172 y suponemos que su desempeño futuro seguirá la misma distribución que generó los retornos observados el año pasado. ¿Cómo estimará el $VaR_{0;1}$ con una confianza del 95%? (Use la parte anterior)

Se realiza el mismo proceso sobre el resultado para el día final, sólo que lo buscamos en la función que arroja el retorno por unidad de la inversión que es igual a $(X_{10\%final} - 172)$. Asumimos que esto es pérdida, ya que es tan probable ganar retornos como perderlos, y en el cuantil 10% (más bajo) se puede esperar ver pérdida.

Se generan los números del sampleo siguiendo la distribución del valor de acción durante el año pasado. Se repite parte a)

4. Describa los distintos elementos presentes en una cadena de suministros y como cada uno contribuye al objetivo de la cadena.

Esta se compone de proveedores, centros de manufactura, bodegas, centros de distribución y locales de venta.

Además considera materias primas, inventario de productos en proceso y productos terminados que fluyen por las instalaciones.

En general, una cadena de suministros bien articulada, busca reducir costos y tiempos de ciclo, como también mejorar la calidad del servicio, en un proceso de reparto de productos. Específicamente:

- Los proveedores son quienes entregan productos típicamente no procesados a la cadena.

- Los centros de manufactura se utilizan para ensamblar o terminar el producto.
- Las bodegas son utilizadas para almacenar el producto terminado.
- Los centros de distribución se encargan de repartir de manera inteligente el producto a los distintos locales.
- En los locales de venta se entrega el producto al cliente.

Problema 2

El centro de distribución (CD) de una cadena farmacéutica, se encarga de recibir fármacos desde distintos laboratorios, para luego repartirlos a diversos locales para su venta, según las necesidades de estos. Una operación importante del CD es la preparación de pedidos.

La preparación ocurre en cada una de 8 áreas de almacenamiento en el CD. Los operarios de preparación reciben pedidos (guías de despacho) desde los locales con la cantidad y tipo de producto deseado. De modo que el operario debe extraer todo lo que se indica, armar un paquete, y despacharlo.

Los fármacos se mantienen en un inventario con un valor máximo por producto de $I_{m\acute{a}x}$. Cada producto se abastece mediante entregas que completan la cantidad a $I_{m\acute{a}x}$ y cuyo tiempo entre llegada sigue una exponencial con media 15 días. El tiempo que demora un operario en armar una guía depende del número k de distintos tipos de fármacos en la guía y se representa por una distribución exponencial de media $2k$ minutos. Una vez completa la guía se pone en un camión que la lleva a destino.

El Jefe de operaciones del CD se ha dado cuenta que existen importantes érdidas, producto de las horas extras que debe pagar para la preparación. Antes de ajustar el personal ha considerado utilizar los conocimientos de simulación que adquirió en su curso de Ingeniería de Operaciones para identificar los tiempos muertos del sistema y realizar mejoras tecnológicas en aquellas partes del proceso donde existen cuellos de botella.

Suponga que hay 10 fármacos distintos y que las guías de despacho llegan al CD con una distribución exponencial de media 30 minutos. Para evaluar distintas formas de preparación de guías de despacho, se desea correr simulaciones y estimar:

- % Tiempo muerto en preparación
- % Tiempo para completar cada tipo de orden.

1. Identifique cuando hay tiempo muerto en el sistema.

Por definición, tiempo muerto es cualquier momento en el que se desaprovechen recursos en el sistema. El único recurso son los operarios, luego el tiempo muerto relevante es el tiempo ocioso de cada operario.

2. Describa como haría una simulación para el sistema anterior. ¿Cuáles son las variables de estado del sistema? ¿Cuáles son los eventos importantes? y ¿Cómo se calculan los estadísticos requeridos?

Variables de Estado:

- Número de productos en inventario por cada uno de los fármacos.
- Número de guías en cola.
- Estado de ocupado, vacío o trabado por cada operario.
- Tiempo ocioso de cada operario
- Tiempo en el sistema de cada guía

Cualquier evento que gatille la modificación de una variable de estado es un evento importante. Por ende vamos a describir una simulación que es "event driven". Los eventos importantes son:

- Llegada de un abastecimiento
- Llegada de una guía
- Fin de un servicio
- Un producto se agota

Los estadísticos requeridos:

Se calculan las diferencias de tiempo cada vez que se cambia de estado, a cada estadístico relevante se le suma su delta. Esto se realiza de la siguiente forma: Cuando sucede un evento, queda registrada su hora. Luego el diferencial de tiempo se calcula con la resta simple entre la hora del último evento con el penúltimo.

Debe existir un contador del tiempo ocioso de cada operario, como también uno del tiempo que lleva en el sistema cada guía.

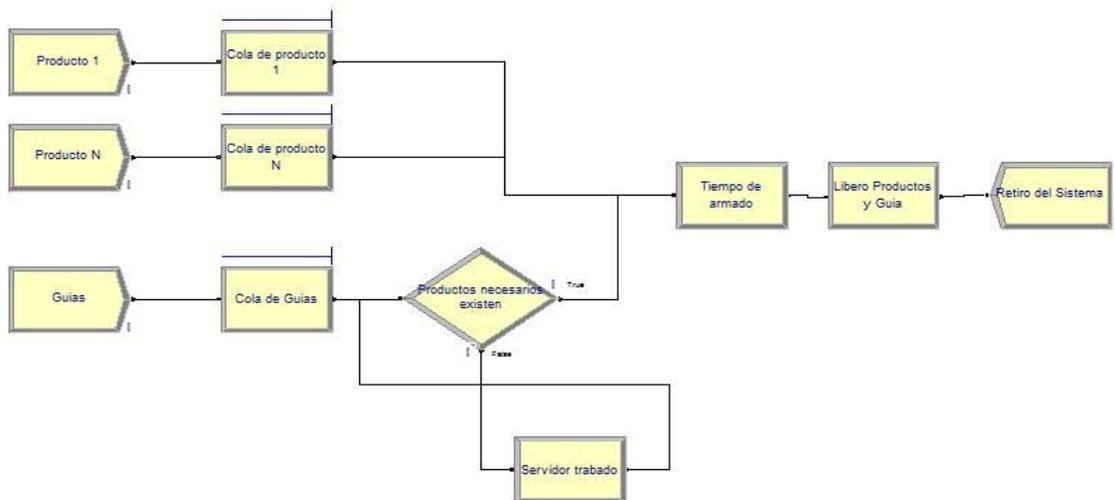
3. Describa en grandes razgos el control de flujo o algoritmo de este proceso de simulación. Puede presentar un diagrama explicando el proceso de simulación y los distintos eventos del sistema.

El control de flujo de la simulación consiste en esperar a que ocurra el siguiente evento y cuando este ocurre actualizar las variables de estado. Una vez concluido un evento, se samplean los tiempos exponenciales de las llegadas de productos, llegadas de una guía, servicios de operarios. El siguiente evento que ocurre es el evento que logra el menor tiempo entre todas las variables aleatorias. En el caso en que el servicio sea el menor y que los inventarios sean menores que los requerimientos de la guía en ese operario ocurre el evento en que falta un producto.

Las acciones del control de flujo en los 4 distintos eventos que pueden ocurrir, son:

- Llegada de una guía:
 - Se actualizan las diferencias de tiempo.
 - Caso operario vacío, admite la guía
 - Caso operarios ocupados, va a la cola.
- Llegada de productos:
 - Se actualizan las diferencias de tiempo.
 - Se programa ese producto en I_{max} .
 - Si producto en "0", se completan los pedidos estancados.
- Se completa servicio:
 - Se actualizan las diferencias de tiempo.
 - Se pone el servidor en vacío.
 - Si hay cola, se le asigna otro trabajo.
 - Si no hay cola, se pone en ocio.
- Cuando falta producto:
 - Se actualizan las diferencias de tiempo.
 - Se pone el servidor en "trabado".

Se adjunta un modelo en ARENA del sistema propuesto:



4. Suponga que en vez de completar las guías en orden de llegada estas se agrupan de forma que en lo posible el mismo tipo de guía es procesada por el mismo operario. ¿Cómo evaluaría si es beneficioso agrupar las guías? ¿Qué métodos de reducción se pueden ocupar? ¿Debería ser beneficioso? Justifique su respuesta.

Se espera que se mencione que hacer agrupaciones de tipos de guías puede reducir la varianza o cambiar los tiempos de servicio. Esto se debe a que se hace más predecible y manejable el sistema.

El Enfoque a utilizar es comparar las simulaciones obtenidas en las distintas configuraciones para ver si el posible cambio en los tiempos de servicio afecta las medidas de interés (tiempo muerto y tiempo en el sistema).

Se debe estudiar el promedio de las diferencia de los valores de interés obtenidos en ambas configuraciones. Para mejorar la posibilidad que los resultados sean correlacionados hay que ocupar los mismos valores de incertidumbre (hacer las mismas simulaciones para las 2 configuraciones). Ojo que la comparación entre sistemas es en dos medidas de interés por lo que hay que estudiar qué sistema es preferible en estas 2 dimensiones (análisis de pareto).

También es válido mencionar el otro método de reducción de varianza visto en clase, el Control Variate. En este caso un candidato a ser control son los tiempos de llegada de las guías, a las que se le conoce el promedio y debiera ser correlacionado con los tiempos muertos y tiempo en el sistema.

5. Explique cómo podría encontrar la forma más eficiente de preparar las guías de despacho. Detalle los supuestos que hace y el modelo que ocupa.

Se pueden comparar de esta manera muchas configuraciones distintas. Esto no garantiza encontrar la óptima. Se pueden hacer supuestos adicionales para formular esto como un problema de optimización.

Se esperan conclusiones de lo que se analizó. También se podrían plantear análisis por simulaciones nuevas.

Se esperan resultados en cuanto a agrupación de trabajos, manejo de gente (moviéndola de una línea a otra), análisis de cuellos de botellas, gestión de inventarios y políticas de atención (criterio de asignación de trabajos).