

Control 2

Jueves 14 de Mayo de 2009

Problema 1

Una compañía maneja un único producto. La demanda diaria puede ser $0, 1, 2, \dots$, o n unidades. Sea $a_k > 0$, con $k=0, \dots, n$, la probabilidad que la demanda de un día cualquiera sea k unidades. Se puede considerar que la demanda de un día es independiente de la demanda de otro día.

La empresa revisa el inventario al final de cada día y realiza el pedido para el día siguiente, el cual se recibe a primera hora del siguiente día, es decir, este pedido está disponible para satisfacer la demanda del día siguiente.

Para manejar su inventario la compañía utiliza una política (s, S) , es decir, si el inventario actual es s o más no se hacen pedidos, y si el inventario es i , menor que s , se piden $S-i$ unidades.

Si la demanda es mayor que el inventario, se vende todo el inventario y la venta insatisfecha se pierde porque el cliente compra en otra empresa.

Modele el nivel de inventario de la empresa al final de cada día, usando una cadena de Markov. Indique los estados, las transiciones y las probabilidades de estas transiciones. Identifique las clases recurrentes y/o transientes en caso de existir. Dibuje esquemáticamente el grafo de la respectiva cadena.

Problema 2

Los estudiantes de una universidad nacional proceden a votar en un plebiscito para tomar decisiones respecto al futuro de la casa de estudio. Los electores llegan al local de votación de acuerdo a un proceso de poisson de tasa $\lambda = 100$ votantes por hora, y cada estudiante vota SI con probabilidad p y NO con probabilidad $q = 1-p$.

- (1 punto) Dado que en las primeras 10 horas han votado 1000 estudiantes, calcule la probabilidad que el NO haya recibido n votos.
- (1 punto) Dado que en las primeras 10 horas han votado 1000 estudiantes, calcule la probabilidad que el NO haya recibido n votos en las primeras 4 horas.
- (1 punto) Sea T el tiempo de llegada del primer ciudadano que vota NO. Calcule la densidad de T .
- (1 punto) Encuentre la distribución del número de votantes por el SI, que llegan antes del primer votante por el NO.
- (1 punto) Decimos que el votante n es un reverso si vota diferente del votante $n-1$. Calcule la esperanza del tiempo entre el primer y el segundo reverso.
- (1 punto) Calcule la probabilidad que la opción NO tenga n votos antes que la opción SI.

Problema 3

Un estudiante de IN44A desea cruzar la calle, para lo que requiere de s segundos. El tráfico en la calle sigue un proceso de poisson de tasa λ (autos por segundo),

- a) (2 puntos) Suponga que el estudiante no mira al cruzar, ¿cual es la probabilidad de que sobreviva al cruce?
- b) (4 puntos) Suponga ahora que el estudiante esperara hasta que se produzca un vacío de tiempo s entre dos autos consecutivos para poder cruzar (el estudiante sabe con anticipación la duración del próximo intervalo). Calcule el tiempo que el estudiante demora en cruzar la calle (calcule el tiempo que tiene que esperar antes de empezar a cruzar la calle y le suma el tiempo s , que demora en el cruce).