

Control 2

Martes 13 de Octubre de 2009

Pregunta 1

Una empresa operadora del Transantiago tiene un contrato de 4 años para cubrir un recorrido cuyo ciclo toma 2 horas (este dato lo podemos suponer determinístico para efectos de esta pregunta). Este recorrido se inicia en el punto A y también termina en el mismo punto A.

El operador debe despachar los buses desde el punto A con una frecuencia promedio de 6 buses por cada hora, durante las 24 horas al día y para cada día del año. El cumplimiento del promedio se mide para un horizonte relativamente largo, en los 4 años de operación del respectivo contrato.

La empresa operadora ha decidido despachar los buses desde el punto A según un proceso de Poisson.

a) ¿Cuál debería ser la tasa del respectivo proceso de Poisson? (0.5 puntos)

Considere que hay un paradero en el punto B que está exactamente a 1 hora de recorrido del bus desde el punto A. Los pasajeros llegan al paradero en B según un proceso de Poisson de tasa μ .

b) ¿Cuál sería la espera promedio de un pasajero en el paradero en B? (2 puntos)

La empresa operadora está considerando despachar los buses en forma determinística y deshechar usar el proceso de Poisson.

c) ¿Cuál sería la espera promedio de un pasajero en el paradero en B con esta nueva política de despacho? (2 puntos)

d) ¿Cuántos buses requeriría la empresa operadora si usa el despacho determinístico? Comente sobre el número de buses que requeriría la empresa operadora si usa el despacho de Poisson. ¿Sería mayor o menor? (1.5 puntos)

Pregunta 2

En una prestigiosa Facultad de Ingeniería chilena se realizará una feria para mostrar a estudiantes secundarios las carreras de pregrado ofrecidas. Usted, como coordinador del área de comunicaciones de la facultad, será el encargado de su organización.

Son N carreras, cada una de las cuales tiene un stand que es atendido por un monitor. Los monitores son estudiantes contratados especialmente para la ocasión, por lo que deben estar presentes en el stand todo el día. Sin embargo, en base a su experiencia organizando ferias, usted sabe que en una hora cualquiera existe una probabilidad p que un monitor se escape de la feria por razones académicas, dejando el stand vacío. Una fracción q de estos se ausenta sólo durante una

hora para ir a una cátedra, mientras que una fracción $1-q$ se ausenta durante dos horas para rendir un control.

El Decano de esta Facultad suele realizar rondas por la feria para ver que todo está funcionando bien. En caso que encuentre un stand vacío durante su visita se enfurecerá y lo destituirá de su cargo.

- a) ¿Por qué se puede modelar este sistema usando cadenas de Markov homogéneas en tiempo discreto? Identifique los estados, probabilidades de transición y clases presentes. Dibuje el grafo de la cadena. Hint: modele cada stand como un sistema independiente del resto. (2.5 puntos)
- b) Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones de las probabilidades estacionarias. (2 puntos)
- c) Considerando que la feria lleva funcionando varias horas, responda lo siguiente:
 - a. ¿Cuál es la probabilidad que un stand determinado se encuentre vacío? (0.5 puntos)
 - b. Calcule p_k la probabilidad que hayan k stands vacíos. (0.5 puntos)
 - c. ¿Cuál es la probabilidad que el Decano encuentre al menos un stand vacío y lo destituya de su cargo? (0.5 puntos)
 - d. Bonus: ¿Cuántos monitores de reserva debería tener para que con probabilidad de 95% el Decano encuentre todos los stands con su monitor? (0.5 puntos)

Pregunta 3

La empresa ABC tiene una máquina que es fundamental para la producción. Dependiendo de las condiciones de operación y de eventos impredecibles, al final de un período la máquina puede haberse descompuesto. Ésto ocurre con probabilidad 0.2, por lo que con probabilidad 0.8 la máquina está en buenas condiciones para seguir operando. En caso de que la máquina, falle esta debe reemplazarse a un costo de \$1.000. De cualquier modo, si una máquina completa tres períodos sin fallar esta debe ser renovada, lo que tiene un costo de \$500 pues la máquina antigua se puede entregar en parte de pago.

- a) Modele el problema usando cadenas de Markov con beneficios y calcule:
 - i. El costo promedio por período en el largo plazo. (1.5 puntos)
 - ii. Los costos esperados para los próximos 8 períodos si se parte con una máquina nueva. (1.5 puntos)

Suponga que ahora la máquina se descompone en cada período con probabilidad p , por lo que queda en buenas condiciones con probabilidad $q=1-p$. Por otra parte, después de m períodos la máquina se da de baja aunque no haya fallado.

- b) Calcule el número esperado de períodos en que la máquina funciona en función de q y m . (3 puntos)