



Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: Pablo Rey, Denis Sauré, Rafael Epstein.
Aux : C. Berner, A. Neely, D. Yung

VIERNES 12 DE NOVIEMBRE DEL 2004
CONTROL 3 IN44A

Problema 1

XXXX se ha decidido dedicarse a la industria del transporte público, y para tal efecto ha adquirido un flamante automóvil que pretende utilizar como taxi colectivo. El vehículo tiene capacidad para sólo dos pasajeros y según los estudios y averiguaciones que XXX ha hecho, obtuvo la siguiente información sobre la demanda por este tipo de transporte:

- Con tasa λ [*veces/hora*] XXXX encuentra un grupo de pasajeros que pagan tarifa completa que desean subirse al colectivo, con probabilidad p_1 este grupo estará conformado por una sólo persona y con probabilidad p_2 por dos personas.
- Cada intervalos de tiempo distribuidos exponencialmente de media $\frac{1}{\gamma}$ [*horas*] el colectivo encuentra un grupo de escolares que desea subirse al colectivo (pagan tarifa escolar), este grupo estará compuesto por dos estudiantes una fracción q_2 de las veces y una fracción q_1 de las veces el colectivo es detenido por sólo un estudiante.

Cuando el colectivo es detenido por un grupo de dos personas y no tiene capacidad para llevarlos a ambos, ninguno se sube. Se puede asumir que todos los pasajeros tienen distintos destinos, por lo que nunca se bajan dos pasajeros simultáneamente del colectivo.

XXXX ha podido observar que pasajeros que pagan tarifa completa viajan durante un tiempo distribuido exponencialmente de media $\frac{1}{\mu_A}$ [*horas*] mientras que los escolares lo hacen por un tiempo distribuido exponencialmente de media $\frac{1}{\mu_E}$ [*horas*].

Por último, el pasaje adulto (tarifa completa) tiene un valor de $\$A$ y el pasaje escolar tiene un valor de $\$E$ con $A > E$. Además XXXX pagó $\$C$ por el colectivo, gasta $\$B$ /[*hora*] por conceptos de gasolina y mantenimiento del colectivo y le paga $\$H$ /[*hora*] al chofer.

1. (1,5 puntos) Modele la ocupación del colectivo como una cadena de Markov en tiempo continuo, justifique la existencia de probabilidades estacionarias y plantee el sistema de ecuaciones que le permite encontrarlas.
Asuma conocidas las probabilidades estacionarias y suponga que el colectivo lleva mucho tiempo recorriendo las calles.
2. (0,5 puntos) ¿Qué fracción del tiempo hay escolares en el colectivo? ¿Qué fracción del tiempo hay adultos en el colectivo?
3. (0,5 puntos) ¿Qué fracción de la capacidad del colectivo es ocupada por escolares? ¿Qué fracción de la capacidad del colectivo es ocupada por adultos?
4. (0,5 puntos) ¿Cuál es el beneficio diario que se espera obtener con el colectivo? (asuma que se trabaja 24[*horas/día*])
5. (1,0 puntos) ¿Cuánto tiempo pasa, en promedio, un escolar en el colectivo? ¿Cuánto tiempo pasa, en promedio, un adulto en el colectivo?
6. (2,0 puntos) Extienda el modelo ahora para el caso de un microbús de capacidad N pasajeros, si pueden llegar hasta M_A adultos juntos y M_E escolares juntos, con $N > M_A$ y $N > M_E$, es decir, se suben i adultos con tasa $\lambda \cdot p_i$. ¿Si en un momento dado hay i adultos y j escolares, cuál es la probabilidad de que se baje primero un adulto que un escolar?