

Control 3

Jueves 18 de Junio de 2009

Pregunta 1

La demanda por bebidas que enfrenta un local en un balneario puede ser *alta*, *normal* o *baja*. Los días en que la demanda es alta, el local gana \$1.400, cuando la demanda es normal gana \$900 y gana solo \$600 si la demanda es baja.

El locatario observa que la probabilidad que la demanda de un día sea alta, normal o baja depende solamente de la demanda del día anterior. La siguiente matriz muestra las probabilidades de ocurrencia de demanda de cada día, en función de como fue la demanda el día anterior.

	A	N	B
A	0.3	0.5	0.2
N	0.3	0.4	0.3
B	0.4	0.4	0.2

Calcule el valor esperado de la ganancia del local en 5 días, dado que el primer día la demanda ha sido *alta*.

Nota: Puede considerar $P^5 = \lim_{k \rightarrow \infty} P^k$

Pregunta 2

Un inversionista está evaluando instalar una empresa de pizzas a domicilio. El negocio tiene 2 variables de diseño relevantes: cuántos repartidores contratar y la capacidad de la cocina para producir pizzas.

El inversionista tiene un presupuesto limitado para construir una empresa que maximice la capacidad de producción.

Para efectos prácticos, ud. puede considerar que la demanda por pizzas a domicilio es muy grande, casi infinita, pero no así la capacidad de la empresa para suplir esta demanda.

El tiempo que toma a un repartidor entregar un pedido y volver a la pizzería se distribuye exponencialmente con tasa λ [*entregas/hora*]. Cada motociclista entrega una pizza en cada viaje.

La cocina produce las pizzas según un proceso de Poisson de tasa μ pizzas por hora, que corresponde a la capacidad de producción de la cocina. Si no hay repartidores disponibles en la pizzería, la cocina no fabrica pizzas porque se descomponen con mucha facilidad. Luego, no hay inventario de pizzas en el local. Sí ocurre que los repartidores esperan en el local hasta que una pizza esté lista para ir a entregar.

Cada repartidor requiere una inversión de \$a y cada unidad de capacidad de producción de la cocina requiere una inversión de \$c. Luego, si instalamos una capacidad de cocina igual a μ , la inversión en cocina será \$c · μ , μ puede ser un número fraccionario. El presupuesto del inversionista es \$B.

1. Escriba un modelo que permita calcular el número de repartidores y capacidad de la cocina que maximiza el flujo medio de salida de la pizzería, respetando el presupuesto de inversión. (4,5 puntos)
2. ¿Puede expresar este modelo en una sola variable? (1,5 puntos)

Pregunta 3

Una planta de celulosa muy eficiente recibe camiones con madera según un proceso de Poisson de tasa $40[\text{camiones/hora}]$. Cada camión transporta $30[m^3]$ de madera.

La planta puede poner N grúas a descargar, cuyo proceso de descarga también es un proceso de Poisson de tasa $4[\text{camiones/hora}]$ para cada una de ellas. Para efectos de simplificar el modelo del problema, podemos considerar que hay una sola grúa que descarga según un proceso de Poisson de tasa $4N[\text{camiones/hora}]$, donde N puede ser un número fraccionario.

El costo por hora de cada grúa es de \$80.000, lo que equivale a $\$80,000N$ /hora para toda la capacidad de descarga instalada. El costo por mantener cada camión dentro del recinto de la planta es de $\$10,000/\text{hora}$.

1. ¿Cuál es el consumo promedio de madera de la planta, expresado en $[m^3/\text{hora}]$? (1 punto)
2. Calcule el número óptimo de grúas, N^* , de modo de minimizar el costo total por hora de camiones y grúas en la planta. (1,5 puntos)

Ahora considere que la planta dispone de una cancha de acopio de madera al lado de la planta de celulosa. Un camión puede hacer la cola para descargar en la planta, o puede ser enviado a la cancha de acopio donde se descarga en forma muy rápida, para simplificar el problema vamos a decir que la descarga en la cancha de acopio es instantánea.

La madera en la cancha de acopio se redestina a la planta cuando no hay camiones en el sistema. Luego, cada camión que es enviado a la cancha tiene asociado un costo adicional de $\$50,000/\text{camión}$ producto de tener que reenviar la madera desde la cancha a la planta.

La planta quiere implementar una regla muy simple que le permita decidir si un camión es enviado a la fila para ser descargado en la planta o es redestinado a la cancha de acopio. La regla es de la forma: “*si cuando llega un camión hay Q o más camiones en la fila de la planta, el camión se redestina a la cancha de acopio, en caso contrario el camión hace la fila para descargar en la planta*”.

3. Calcule el valor óptimo Q^* que minimiza los costos totales por hora, dado el número de grúas N^* calculado en el punto 2). (1,5 puntos)
4. Calcule la fracción de los camiones que se van a la cancha de acopio, dada la regla calculada en el punto anterior (Q^*) y el número de grúas N^* . (1 punto)

El gerente de la planta quiere recalcular el número óptimo de grúas, N , pero ahora incluyendo que tenemos la cancha de acopio y necesita el dato en 5 minutos. Los ingenieros le dicen que ese cálculo es largo y complejo y no pueden entregar esa respuesta en 5 minutos. El gerente acepta el argumento, pero por lo menos necesita saber si este nuevo óptimo, sería mayor, menor o igual que el número óptimo de grúas calculado en la parte 2), donde no se incluía la cancha de acopio.

5. Responda al gerente si el nuevo N será menor, mayor o igual al calculado en 2). Justifique. (1 punto)

Bono:

6. Realice el cálculo del número óptimo de grúas, N ahora considerando que existe la cancha de acopio y sus costos asociados (o exprese el modelo que permitiría calcularlo).