

## Tarea 1: Programación Dinámica Estocástica

**Fecha de Entrega:** Miércoles 9 de Septiembre de 2009

El alcalde de **Insegura**, una famosa ciudad de un conocido país del sur del continente, ha decidido invertir en seguridad para sus ciudadanos. Angustiado por la seguidilla de asaltos protagonizados por el temible **Cisarro** y sus amigos, el alcalde ha pedido ayuda a ciudad **Segura**, líder mundial en entrenamiento de policías. El alcalde de **Segura** ha firmado un pacto de 4 años de duración, donde pone a disposición de su par de **Insegura** 30 policías de elite. Estos 30 policías, temerosos de estropear su reputación ejerciendo labores en una ciudad tan desprestigiada, sólo aceptarán trabajar en **Insegura una sólo vez** y por un **período de un año**. Debido a lo anterior, el alcalde de **Insegura** lo ha contratado a **Usted** para que decida cuantos policías debe asignar en cada uno de los 4 años que dura el convenio con el objetivo de maximizar la popularidad esperada del alcalde.

Los asesores del alcalde estimaron, a través de un complejo modelo, la cantidad óptima de policías a asignar en cada año, resultados que se muestran a continuación:

Año	N° Policías a Asignar
1	8
2	12
3	9
4	11

Cuadro 1: Predicciones Asesores del Alcalde

El alcalde desconfía de las deducciones de sus asesores (debido a ciertas desilusiones que se llevó en su proyecto anterior: un nuevo sistema de transporte público) y las considera exageradas<sup>1</sup>, por lo que le ha indicado a **Ud.** que utilice esos números como cota superior, haciendo imposible **asignar** en cada año más policías que los mencionados por sus asesores.

Según el último **Estudio de Impacto Social (EIS 2009)** cada vez que el alcalde se atreva a asignar menos de 5 policías en un año, obtendrá una pérdida en su popularidad de 1,5 millones de dólares<sup>2</sup> por cada uno de los policías que le faltaron por **asignar** para completar el mínimo de 5.

Otro detalle importante a considerar es que los habitantes de **Insegura** son en extremo quisquillosos, siendo capaces de rechazar a algunos policías si les parecen inadecuados<sup>3</sup>. En los años en que el alcalde asigne 2 o más policías los habitantes pueden rechazar a 1,2 o ningún policía, según una probabilidad que se detalla en el siguiente cuadro<sup>4</sup>:

Año	Probab. rechazar		
	0	1	2
1	0.2	0.2	0.6
2	0.25	0.5	0.25
3	0.7	0.2	0.1
4	0.5	0.1	0.4

Cuadro 2: Probabilidad de Rechazo

<sup>1</sup>Notar que incluso sobrepasan con creces su presupuesto de 30 policías pues  $8 + 12 + 9 + 11 = 40 > 30$

<sup>2</sup>El alcalde cuenta con sofisticados instrumentos de medición de **popularidad**, incluso capaces de expresarla en valor monetario

<sup>3</sup>Esgrimiendo argumentos como "demasiado bajo", "un peligro para los niños" o "no defiende los valores de la idiosincrasia nacional"

<sup>4</sup>Si en algún año el alcalde asigna menos de 2 policías ninguno de ellos será rechazado

Sin embargo, debido a la deficiente memoria de los ciudadanos de **Insegura**, los policías rechazados en un año de todas maneras podrán ser asignados en cualquiera de los siguientes. Una vez que los policías asignados han sido aprobados por la opinión pública, el alcalde de **Segura** los **contrata** por un período de un año.

**Cisarro**, a pesar de no haber asistido a colegio alguno, intuye que su banda tendrá mayores problemas en los años en que el alcalde contrate una mayor cantidad de policías. Por lo anterior el número de delitos en el año  $n$  ( $n = 1, \dots, 4$ ) dado que se han **contratado**  $j$  policías sigue una distribución **binomial** de parámetros 30 (número de integrantes de la banda de **Cisarro**) y  $p_n^j = \left(\frac{1}{n+1}\right)^{\frac{j}{4}}$ . El alcalde sabe que si se producen menos de 10 delitos en un año cada uno de ellos equivale a una pérdida de medio millón de dólares en su popularidad, pero si se cometieran 10 o más delitos al año la pérdida de popularidad sería de 30 millones de dólares, sin importar cuantos delitos se cometan<sup>5</sup>. Por otro lado, los habitantes de **Insegura** sentirán la confianza de tener nuevos policías, generando un beneficio de 20 millones de dólares cada vez que el alcalde **contrate** entre 6 y 9 policías en un año. Cada vez que el alcalde **contrate** 10 o más policías en un año, el beneficio en su popularidad será de 30 millones de dólares.

Considere además que los miembros de la actual estación de policías, celosos por la contratación de extranjeros, denunciarán con bombos y platillos lo que ellos denominan "exceso de seguridad", convenciendo a parte de la población que el alcalde obra mal al tratar de conseguir más policías, descontando 1 millón de dólares de popularidad por cada policía **asignado**.

Por último el alcalde le comenta que si pasan los 4 años y le quedan policías por asignar, pasará más que una vergüenza frente a su par de **Segura** y perderá 5 millones de dólares de popularidad por cada policía sobrante (que no fue **contratado** en ninguno de los 4 años).

## Preguntas

1. Explique por qué el problema puede ser modelado mediante Programación Dinámica Estocástica.
2. Plantee el modelo a resolver mediante Programación Dinámica Estocástica.
3. Resuelva el modelo anterior entregando la asignación óptima y las utilidades (o desutilidades) esperadas.
4. Realice un análisis de sensibilidad de las variables que usted considere interesantes. Argumente su respuesta y concluya en base a su análisis.

## Indicaciones

- La tarea debe realizarse en grupos de 3 o 4 personas, las cuales pueden eventualmente pertenecer indistintamente a los cursos IN44A o IN3702 (indicarlo claramente en la portada del informe).
- Se debe redactar un informe autocontenido, siendo el índice **sugerido** el siguiente:
  - Portada
  - Resumen Ejecutivo
  - Índice
  - Introducción (marco teórico)
  - Descripción del problema
  - Resultados esperados
  - Desarrollo de las preguntas
  - Análisis de resultados
  - Conclusiones
  - Bibliografía
  - Anexos

---

<sup>5</sup>En otras palabras: si son menos de 10 delitos la pérdida de popularidad es variable, pero si son 10 o más es un cargo fijo

- El informe debe tener **una extensión máxima de 13 páginas,** sin contar portada, índice, bibliografía, anexos ni resumen ejecutivo (este último debe ser de una página máximo). Por cada página extra se les descontará un punto en la nota<sup>6</sup>.
- Se **debe** resolver mediante Microsoft Excel y el lenguaje de programación Visual Basic (pueden acceder a él desde el mismo Excel).
- El informe debe ser entregado en la secretaría de Industrias hasta las 16:00 horas del día de la fecha límite y además enviar una copia por U-cursos antes de las 23:59 horas de ese mismo día (incluir informe y archivo .xls, evitar a toda costa los archivos .xlsx ).
- El descuento será de 1 punto por día de atraso.
- Puede realizar supuestos si lo considera necesario, pero indicándolo en su informe. Recuerde que no basta con resolver el problema de manera correcta, también **debe saber explicar su solución.**
- Dudas sobre el enunciado se responderán a través del foro de uursos, siendo los encargados el auxiliar Sebastián Astroza y los ayudantes Bárbara Fuenzalida, Francisco Muñoz y Juan Pablo Cavada.
- También habrá una sesión de consultas acerca de la tarea, probablemente en uno de los almuerzos. Debe estar atento al uursos para más detalles.

---

<sup>6</sup>De lo anterior puede deducir que quienes entreguen un informe de 19 o más páginas serán calificados inmediatamente con un 1.0.