



## Auxiliar 3: Programación Dinámica Determinística y Estocástica

Martes 18 de Agosto de 2009

### Pregunta 1 (P3 C1 Primavera2008)

Una empresa subcontrata el transporte de sus productos. Para esto contrata un número fijo de camiones para el año. De acuerdo a sus necesidades, cada mes la empresa puede solicitar camiones extra. Estas contrataciones tienen un costo de  $\$C$  por camión adicional más un cargo fijo  $\$D$  si el número de adicionales varía de un mes al siguiente.

Se conocen los requerimientos  $R_t$  para cada mes del próximo año. Actualmente, no hay ningún camión adicional trabajando.

Plantee un modelo de programación dinámica determinística que permita programar la contratación de camiones para los próximos  $T$  meses a costo mínimo.

### Pregunta 2 (P2 C1 Primavera2006)

Un campesino posee actualmente un rebaño de  $k$  ovejas. Al final de cada año toma la decisión de cuántas debe vender y cuántas conservar. La utilidad que le reporta vender una oveja en el año  $i$  es  $u_i$  y el costo que le significa conservar una oveja para el próximo año es  $c_i$ . La cantidad de ovejas del rebaño para el año  $i + 1$  es el doble de las que decidió conservar al final del año  $i$ . El campesino planea vender todas las ovejas al final de  $n$  años.

1. Plantee un modelo de Programación Dinámica que permita resolver el problema. Indique las etapas, variables de estado, función de beneficio, la ecuación de recurrencia y las condiciones de borde. Considere que el campesino desea maximizar la utilidad total por la venta de las ovejas menos el costo de mantenerlas.
2. Resuelva el modelo planteado para el caso de un horizonte de  $n = 3$  años, un rebaño de  $k = 2$  ovejas, utilidades por venta de valores:  $u_1 = 100$  M\$,  $u_2 = 130$  M\$ y  $u_3 = 120$  M\$ y costos:  $c_1 = 100$  M\$,  $c_2 = 150$  M\$ y  $c_3 = 0$  M\$.

### Pregunta 3

Un microbus posee  $K$  paraderos en su recorrido, además de una estación terminal. El conductor del bus debe decidir antes de llegar a cada paradero si detenerse o no, y en caso que lo haga, suben todos los pasajeros que esperan, siempre que no se supere la capacidad  $C$  del vehículo. El chofer puede decidir no detenerse, pero corre el riesgo de que un carabinero le curse una infracción (de valor  $\$C_{inf}$ ) con probabilidad  $P_{parte}$  en caso de dejar pasajeros en el paradero sin poder tomar el bus, es decir, que haya personas esperando.

La probabilidad de que  $j$  personas esperen tomar el bus es  $S_j$ , para todos los paraderos.

El precio del pasaje para un pasajero que sube en el  $k$ -ésimo paradero es  $P_k$ .

Suponga que los pasajeros solo se bajan en la estación terminal y que el Ministerio de Transporte le entrega un premio de  $\$F$  al chofer si llega al terminal con su capacidad copada. El costo de cada detención que real es de  $\$D$ .

1. Formule un modelo de programación dinámica que le permita al chofer maximizar su beneficio neto por recorrido realizado.
2. Resuelva el modelo suponiendo que el autobus se aproxima al séptimo paradero de un total de 10, llevando 27 pasajeros cómodamente sentados. Considere:  
 $P_k = 500$ ,  $C = 30$ ,  $F = 5000$ ,  $D = 2000$ ,  $P_{parte} = 0,7$ ,  $C_{int} = 3000$ ,  $S_0 = 0,1$ ,  $S_1 = 0,4$  y  $S_2 = 0,5$