

Considere el problema que debe resolver día a día una empresa de reparto de encomiendas. Esta empresa, cada mañana identifica un conjunto N , de pedidos a distribuir y se los asigna al único repartidor con que cuenta, quien se encarga de entregarlos en sus destinos durante su jornada laboral de 8 hrs.

Suponga que $j(i) \in M$ corresponde al destino de la encomienda $i \in N$. Dada la longitud de la jornada laboral del empleado, cabe la posibilidad que durante un día el repartidor no alcance a entregar en sus destinos todos los pedidos asignados por la empresa. En este caso, la empresa debe pagar una indemnización D_i , asociada a dejar para el día siguiente la entrega del pedido i , por cada pedido no entregado.

Por otra parte, la empresa posee una estimación de los tiempos de viaje del repartidor entre su bodega y cada destino, y entre destinos. Llame a estos tiempos T_{jk} , donde $j, k \in \{M \cup Bodega\}$.

1. Considerando que el repartidor no tiene límite de capacidad para transportar pedidos y que su trabajo comienza y termina en la bodega de la empresa, formule un modelo de programación lineal con variables enteras que permita a la empresa decidir qué ruta dar al repartidor y qué pedidos no entregar dentro de la jornada de 8 hrs. Lo anterior, con el fin de minimizar los costos de viaje y la penalidad por postergar entregas.

2. ¿Cómo cambiaría el modelo de la parte anterior si el repartidor pudiera trabajar horas extras? Considere un costo H por la cada hora extra trabajada.

3. Considere un costo H_1 por las primeras f horas extras trabajadas, y un costo H_2 por las horas siguientes, donde $H_1 < H_2$. ¿Cómo cambiaría el modelo?

Solución:

Variables de decisión

$$X_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{Si viajo desde el cliente } j \text{ hacia el cliente } k. \\ 0 & \sim \end{cases}$$

$$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{Si entrego la encomienda } i \\ 0 & \sim \end{cases}$$

Restricciones

- Conservación de Flujo

$$\sum_k X_{jk} = \sum_k X_{kj}$$

- Entrada y salida de la bodega

$$\sum_k X_{0k} = 1$$

$$\sum_j X_{j0} = 1$$

- Eliminación de sub - tours

$$\sum_{j \in S, k \in S, j \neq k} X_{jk} \leq |S| - 1 \quad \forall 2 \leq |S| \leq |M| - 2$$

- Jornada Laboral

$$\sum_{jk} T_{jk} X_{jk} \leq 8$$

- Relación entre variables (Entrego la encomienda si visito a cada cliente)

$$Y_i \leq \sum_k X_{j(i)k} \quad \forall i \in j(i)$$

- Naturaleza de las variables

$$Y_j, X_{jk} \in \{0,1\} \quad \forall j, k$$

Función Objetivo

$$\min z = \sum_i (1 - Y_i) D_i$$

2. Si creamos la variable:

Z = Horas extras, $Z \geq 0$,

Agregamos la restricción:

$$\sum_{jk} T_{jk} X_{jk} = 8 + Z$$

Y relajamos la restricción de jornada laboral, la función objetivo quedaría

$$\min z = \sum_j (1 - Y_j) D_j + HZ$$

3. Manteniendo la relajación de la restricción de horario laboral se definen las variables:

$$\begin{aligned} Z_1 &= N^\circ \text{ de Horas Extras antes las primeras } f \\ Z_2 &= N^\circ \text{ de Horas Extras después las primeras } f \end{aligned}$$

Y las Restricciones:

$$Z_1 + Z_2 = \sum_{jk} T_{jk} X_{jk} - 8$$

$$Z_1 \leq f$$

$$Z_1, Z_2 \geq 0$$

Y la función objetivo quedaría:

$$\min z = \sum_j (1 - Y_j) D_j + Z_1 H_1 + Z_2 H_2$$

Obs: Notar que al ser $H_1 < H_2$, Z_2 no puede ser mayor que cero sin que Z_1 alcance el valor de f .

La asignación de puntajes queda:

Parte 1 \rightarrow 4 puntos (3,5 puntos como máximo si asumen que hay una encomienda por cliente)
 Parte 2 y 3 \rightarrow 1 punto cada una.