**PAUTA P1, CONTROL 3 IN3701  
Primavera 2009**

1. Demuestre que un árbol tiene al menos 2 nodos con grado igual a 1 (0,7 puntos)
2. Una empresa se ha comprometido a hacer llegar un envio en el menor tiempo posible entre la ciudad 1 y la ciudad 6. Encuentre la ruta que le permite a la empresa cumplir esto usando el algoritmo Dijkstra: (3 puntos)

2

5

10

8

4

3

1

2

1. Una empresa posee una planta de producción y desea que en esta se produzca la mayor cantidad de productos posibles. La configuración de la planta se ilustra en el siguiente grafo:



La planta cuenta con 3 estaciones de producción (nodos 1,2 y 3) y 2 estaciones de envasado (nodos 4 y 5). Cada estación de producción puede elaborar hasta 100, 200 y 80 [unid/hora] respectivamente y cada estación de envasado puede puede procesar hasta 200 y 150 [unid/hora] respectivamente. Las unidades producidas en las estaciones de producción son trasladas a las de envasado a través de cintas transportadoras que se representan vía arcos en el grafo. Cada correa posee una cantidad máxima de unidades por hora que es capaz de transportar, capacidad detallada en cada arco del grafo.

¿Cómo modificaría la red para poder aplicar F&F y así encontrar la capacidad máxima de producción? (no tiene que aplicar F&F sobre la nueva red) (1,5 puntos)

1. ¿Cuál es la diferencia entre una heurística y un método? (0,3 puntos)
2. ¿Por qué en la práctica puede ser necesario usar una heurística para resolver un problema? (0,5 puntos)

SOLUCIÓN

a) Se hace con inducción.

Caso base hay 2 nodos como es un árbol no hay ciclos por la tanto solo hay un arco que los une y por consiguiente el grado de cada nodo es uno.

Supongamos ahora que se cumple (lo que queremos probar) para n nodos y veamos si se cumple para n+1. Al agregar un nodo más a la red se debe incorporar también un nuevo arco. Se agrega un arco ya que si no lo agregásemos no sería árbol ya que no sería conexo y agregamos uno solo ya que de lo contrario se armarían ciclos.

Luego hay un nuevo nodo de grado 1 (el que agregamos) que ocurre con el resto de la red, el nuevo arco puede provenir de un nodo con grado distinto de 1, en cuyo caso se cumple que en la red hay al menos 2 nodos con grado igual a 1, ya que esto ya se cumple por la hipótesis de inducción y en caso de que el arco que se agrego provenga de un nodo de grado 1 la hipótesis de inducción nos garantizaba que en el peor de los casos antes habían 2 nodos con grado 1, ahora uno de estos pasaría a tener un grado mayor, pero la cosa se sigue cumpliendo ya que hay un nuevo nodo con grado 1.

(No asignar puntaje completo por una demostración solo con dibujos)

b) Aplicando Dijkstra:

Iteración O:

S=vacio ; ; P(1)=1;;

Iteración 1:

J=1 => S={1}

, P(2)=1

, P(3)=1

Iteración 1:

J=1 => S={1}

, P(2)=1

, P(3)=1

Iteración 2:

J=3 => S={1,3}

, P(5)=3

Iteración 3

J=2 => S={1,3,2}

, P(4)=2;

, P(5)=2

Iteración 4:

J=5 => S={1,3,2,5}

, P(6)=5;

5

8

1

El árbol queda de esta forma, y la distancia mínima es 14.

c) La red quedaría así:



d) Un método puede tomar tiempo infinito, en cambio las heurísticas terminan si o si en tiempo finito. Los métodos buscan el optimo de un problema, las heurísticas si bien quieren entregar ojala la mejor solución factible posible no buscan necesariamente entregar el optimo.

e) En la practica puede ser necesario usar heurísticas porque si usásemos algún algoritmo o método para resolver el problema que queremos solucionar este tomaría demasiado tiempo. Esto ocurre en general cuando los problemas son grandes y tienen muchas variables enteras.