Regularidad

Concepto de Regularidad:

Definición:

Una restricción de desigualdad $g_i(x) \leq 0$ es **activa** en un punto factible $\overline{x}$ si $g_i(\overline{x}) = 0$ y es **no activa** si $g_i(\overline{x}) < 0$. (Una restricción $h_j(x) = 0$ es activa en todo punto factible)

Definición:

Sea $x \in S$, el **conjunto activo** es:

$$I(x) = \{i \in \{1, \ldots, m\}/g_i(x) = 0\}$$

Definición:

Sea $x \in S$ e $I(x)$ el conjunto activo. Se define el **cono tangente en** x como:

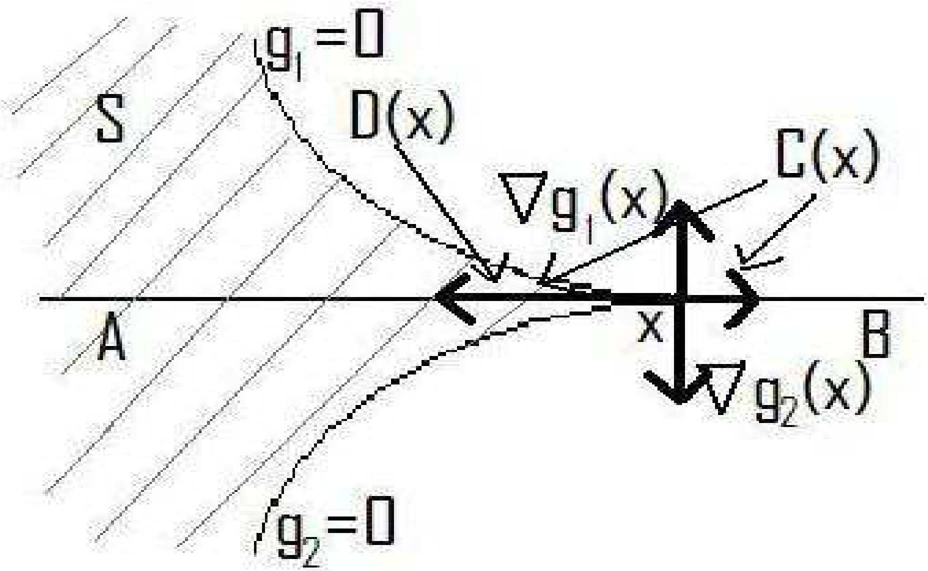
$$C(x) = \{d \in R^n / \nabla g_i(x)^T d \leq 0, \forall i \in I(x)\}$$

Teorema:

$$D(x) \subseteq C(x), \, \forall x \text{ punto factible de (P)}$$

Regularidad

Ej: (donde $D(x) \neq C(x)$)



Regularidad

Definición de Regularidad:
Sea $x \in S$ e $I(x)$ el conjunto activo tal que $I(x) \neq \phi$. Se dice que las funciones g_i ($i \in I(x)$) cumplen la condición de regularidad en x si $C(x) = cl(D(x))$, con cl la clausura del conjunto.

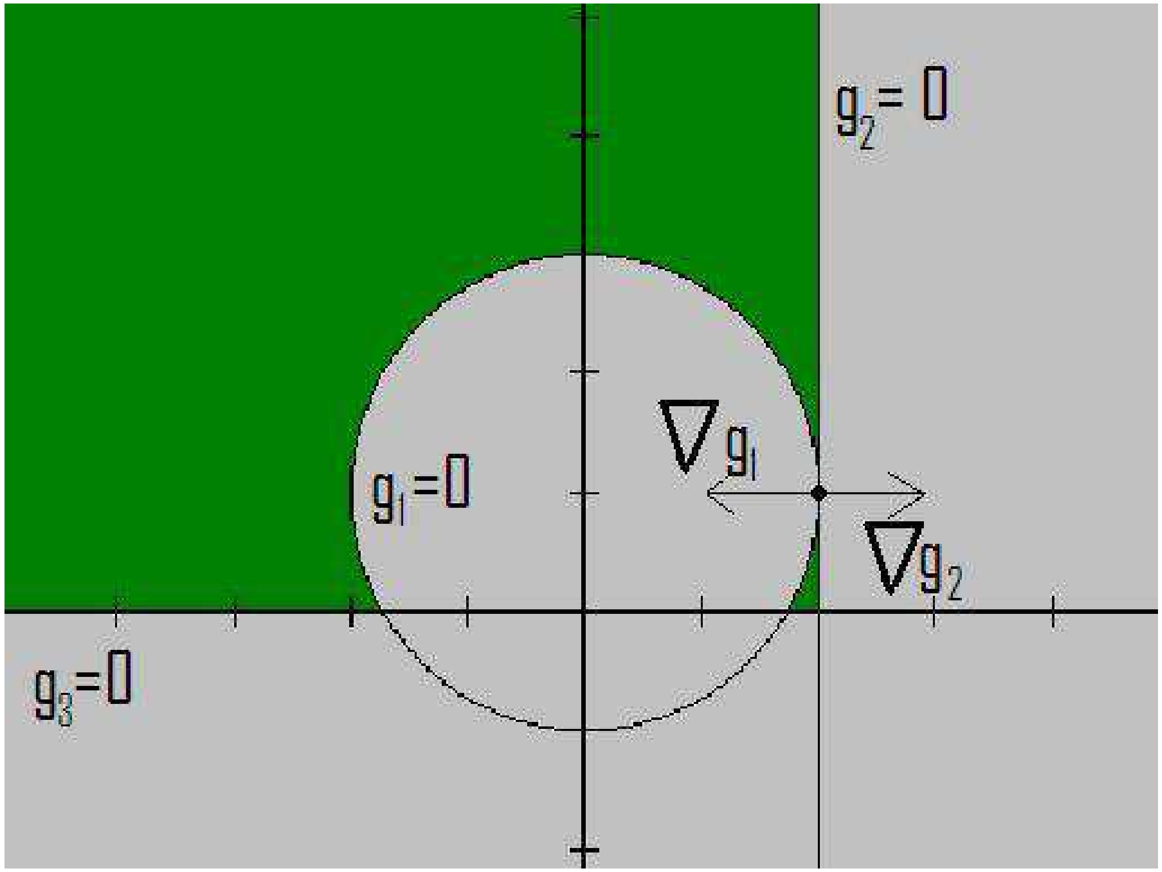
Para funciones diferenciables tenemos la siguiente propiedad:

Propiedad:
x es regular para las restricciones de (P) si los vectores gradientes de las restricciones activas en x son linealmente independientes. La recíproca no es necesariamente cierta.

Ej:

$$g_1 : -x^2 - (y-1)^2 + 4 \leq 0$$
$$g_2 : x - 2 \leq 0$$
$$g_3 : -y \leq 0$$

Regularidad



$(x, y) = (2, 1)$ NO cumple la condición suficiente para ser regular.
Pero $C(x, y) = cl(D(x, y))$
g_1 y g_2 restricciones activas, $\nabla g_1(2, 1) = (-4, 0)^T$ y $\nabla g_2(2, 1) = (1, 0)^T$ son linealmente dependientes.