

AUXILIAR 3:
MATEMÁTICAS FINANCIERAS (1)
18 de Agosto de 2009

Valor Actual y Valor Futuro:

El **Valor Actual** el descuento de un **Valor Futuro** a una tasa r .

$$VA = \frac{VF}{(1 + r)}$$

El Valor Actual de una serie de flujos futuros C_i es:

$$VA = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1 + r)^n}$$

La **tasa r** es la tasa de descuento y representa el Costo de Oportunidad asociado a una persona o entidad respecto a una alternativa con un riesgo similar.

Anualidad (Cuotas): Cada año existe una cuota constante durante un período finito.

$$VA = C \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1 + r)^n} \right]$$

Perpetuidad: Corresponde a un flujo constante que se paga hasta el infinito

$$VA = \frac{C}{r}$$

Tasas Nominales y Reales

Inflación: Aumento sostenido y generalizado del nivel de precios

$$\pi = \frac{IPC_t - IPC_{t-1}}{IPC_{t-1}}$$

La **Unidad de Fomento (UF)** es uno de los sistemas de reajustabilidad autorizados por el Banco Central de Chile. De La UF se reajusta a partir del día diez de cada mes y hasta el día nueve del mes siguiente, en forma diaria, a la tasa promedio geométrica correspondiente a la variación que haya experimentado el Índice de Precios al Consumidor que determina el INE.

Una **tasa de interés nominal** es aquella que denota un crecimiento en el monto de dinero, sin ajustar la moneda por inflación.

Una **tasa de interés real** es aquella que denota un aumento del poder adquisitivo.

Igualdad de Fisher:

$$(1 + r) = (1 + i) \cdot (1 + \pi)$$

1. Juan Olivares acaba de recibir 2.500 UF por la venta de un departamento. Un amigo le ofrece un negocio relacionado con el transporte de carga, en el cual Juan tendría que invertir 2.500 UF y recibiría tres pagos. El primer año recibiría 2.000 UF, el segundo año \$8.000.000 y en tres años más recibiría US\$10.000. ¿Conviene el negocio si la estructura de tasas es la siguiente?

	1 año	2 años	3 años
UF	3,00%	4,00%	4,50%
CLP	6,00%	7,00%	7,50%
USD	4,90%	5,90%	6,40%

Además UF de hoy es \$20.955,21 y 1USD=\$522

En primer lugar hay que distinguir que el costo de oportunidad es la tasa que se ofrece de acuerdo a la estructura presentada en la tabla, así:

$$VA(\text{Pago 1}) = \frac{2.000UF}{(1 + 3\%)} = 1.941,75UF$$

$$VA(\text{Pago 2}) = \frac{8.000.000CLP}{(1 + 7\%)^2} = 6.987.509,82CLP$$

$$VA(\text{Pago 3}) = \frac{10.000USD}{(1 + 4,9\%)^3} = 8663,1USD$$

Ahora bien, como se quiere comparar el valor con un monto ya establecido, se lleva todo a las mismas unidades:

$$\begin{aligned} VA(\text{negocio}) &= 1.941,75 * 20.955,21 + 6.987.509,82 + 8663,1 * 522 \\ &= 52.199.427,04 \text{ CLP} \end{aligned}$$

$$VA(\text{lo que tengo}) = 2500 * 20.955,21 = 52.388.025 \text{ CLP}$$

2. Suponga que quiere evaluar económicamente las siguientes alternativas de estudio a un plazo de 10 años.
- Estudiar durante 6 años ingeniería civil a un costo de \$3.000.000/año y luego dedicarse a la investigación suponiendo que al final de los 10 años ganará \$50.000.000.
 - Estudiar durante 3 años ingeniería en ejecución a un costo de \$1.000.000/año y luego ganar \$6.000.000/año durante 7 años.
 - No estudiar y ganar el sueldo mínimo actual en UF: 84 UF/año.

Se espera una inflación de 4% anual y la tasa de interés que ofrece el banco es 6% anual.

Primero se distingue que el costo de oportunidad en invertir en el banco luego la tasa nominal es 6%. Además, la tasa real será:

$$\begin{aligned}(1 + i) &= (1 + r)(1 + \pi) \\ 1,06 &= (1 + r) * 1,04 \\ r &= 1,92\%\end{aligned}$$

Luego se evalúan las 3 alternativas:

A) ING. CIVIL:

$$\begin{aligned}VA &= -3.000.000 \left[\frac{1}{6\%} - \frac{1}{6\%(1 + 6\%)^6} \right] + \frac{50.000.000}{(1,06)^{10}} \\ VA &= -14.751.972 + 27.919.738 \\ VA &= 13.167.766 \text{ CLP}\end{aligned}$$

B) ING. EN EJECUCIÓN:

$$\begin{aligned}VA &= VA(\text{Estudios}) + VA(\text{Sueldos}) \\ VA &= VA(\text{Estudios}) + \frac{VA_{t=3}(\text{Sueldos})}{(1,06)^3}\end{aligned}$$

C) SUELDO MÍNIMO:

$$\begin{aligned}VA &= 84 \left[\frac{1}{1,92\%} - \frac{1}{1,92\%(1 + 1,92\%)^{10}} \right] \\ VA &= 757,705UF \\ VA &= 15.877.871CLP\end{aligned}$$

3. Usted quiere comprar un departamento que cuesta UF 3.600. El banco le ofrece un crédito hipotecario por el 75% del valor, a 10 años plazo, con una tasa anual de 8%. ¿Cuánto va a cancelar como dividendo mensual?

Primero, calculamos la tasa de interés mensual:

$$i_m = (1+i_a)^{(1/12)} - 1 = (1+0,08)^{(1/12)} - 1 = 0,0064 = 0,64\% \text{ mensual}$$

El monto del crédito será $0,75 \times \text{UF}3.600 = \text{UF}2.700$

El dividendo mensual es:

$$A = P \times \frac{(1+i)^n \times i}{[(1+i)^n - 1]} = 2.700 \times \frac{(1+0,0064)^{120} \times 0,0064}{[(1+0,0064)^{120} - 1]}$$

$$= 2.700 \times 0,0120 = \text{UF}32,36$$

4. Quiere comprar un automóvil que cuesta \$5,6 millones. Para esto, ahorra durante un año una cuota mensual depositándola a una tasa de 6% anual. Si para comprar el auto usted sólo puede pedir un préstamo al Banco por el 50% del valor, a 1 año y con una tasa anual de 7%, calcule la cuota que va a cancelar por el crédito y cuánto tiene que ser lo que debe ahorrar cada mes.

Primero, calculamos la tasa de interés mensual:

$$i_m = (1+i_a)^{(1/12)} - 1 = (1+0,06)^{(1/12)} - 1 = 0,0049 = 0,49\% \text{ mensual (AHORRO)}$$

$$= 0,57\% \text{ (PRESTAMO)}$$

El monto que tiene que ahorrar es $VALOR_t \text{ pide auto} = \sum_{i=1}^{12} C(1+r)^i$

→ \$227.112 mensual

El dividendo mensual del crédito es:

$$A = P \times \frac{(1+i)^n \times i}{[(1+i)^n - 1]} = 2,8 \times \frac{(1+0,0057)^{12} \times 0,0057}{[(1+0,0057)^{12} - 1]}$$

$$= 2,8 \times 0,0865 = \$242.069$$