

Física Moderna FI-3102

Tarea 6: Ecuación de Schrodinger - 2

Fecha: Martes 20 de Octubre 2009

INDICACIONES: Fecha de Entrega: Lunes 2 de Noviembre, 15:00 horas en la oficina de la Sra. Carmen Belmar. Si entrega la tarea después de esta hora tendrá un punto menos.

El objetivo de esta tarea es familiarizarse con las propiedades de las soluciones de la ecuación de Schroedinger.

PROBLEMA 1

a.- Resuelva la ecuación de Schroedinger, unidimensional, en regimen estacionario y para todos los valores de x para el potencial indicado a continuación. Considere sólo los estados ligados $E < 0$ asociados al siguiente potencial:

$$V = -V_0 \quad \text{para } x > 0 \text{ y } x < a$$

$$V = 0 \quad \text{para } x < 0 \text{ y } x > a$$

Normalice la amplitud de probabilidad asociada a este problema .

b.- Encuentre el valor de la corriente de probabilidad $\vec{j}(x, t)$. Determine (o señale alguna indicación de cómo hacerlo y una estimación rudimentaria de) la distancia entre los niveles de energía consecutivos: $\Delta E_n = E_{n+1} - E_n$.

c.- A partir de la solución encontrada en a.-, considere el siguiente límite:

$V_0 \rightarrow \infty$ y $a \rightarrow 0$ tal que $a \times V_0 = \text{Constante}$. ¿Qué pasa con el número de estados ligados en este límite?

PROBLEMA 2

(Prosigue el Problema 1.)

d.- ¿Existe algún cambio en la solución de este problema (y por tanto en la física involucrada) al sumar una constante V_0 a la expresión del potencial para todo x ? Explique su respuesta.

Para modelar el núcleo de un átomo, considere este nuevo potencial con $V_0 \rightarrow \infty$ y adopte un valor para el ancho del potencial que represente al tamaño del núcleo: $a = 10^{-14}\text{m}$. Encuentre el valor de la energía fundamental (E_0) para este caso y compárelo con la energía cinética de un neutrón en un núcleo atómico.

e.- Repita este cálculo para un electrón. Evalúe la energía cinética que debe tener este electrón y muestre que no puede ser retenido en un espacio tan pequeño. Para ello compare la energía potencial Coulombiana que tendría un electrón (considerado como una carga puntual) si se ubicara justo en la superficie del núcleo atómico. Esta energía Coulombiana ¿sería capaz de retener el electrón en la vecindad del núcleo? O simplemente, dada su energía cinética calculada, ¿podrá escapar a infinito, recordando que sólo la interacción electromagnética lo puede ligar al núcleo (no interactúa con las fuerzas nucleares)?

f.- ¿Puede recuperar la información de la amplitud de probabilidad para el caso en que el potencial permanece igual salvo que su ancho se extienda hasta infinito: $a \rightarrow \infty$?

PROBLEMA 3

a.- Resuelva el problema de una barrera de potencial, en la cual una onda incide desde la izquierda con amplitud unitaria, en parte se refleja en la barrera y en parte se transmite. Encuentre la solución para todo x y para energías $0 < E < V_0$.

$$V = V_0 \quad \text{para } x > 0 \text{ y } x < a$$

$$V = 0 \quad \text{para } x < 0 \text{ y } x > a$$

Suponga que la onda que se transmite hasta el sector derecho de la barrera, tiene una amplitud F , y la que se refleja en la barrera y se propaga hacia la izquierda, una amplitud B . Encuentre las expresiones, dibújelas cualitativamente y analice la estructura de $T = |F|^2$, el coeficiente de transmisión y $R = |B|^2$ el coeficiente de reflexión. ¿Al sumar ambas cantidades, se obtiene la unidad?

b.- Tome el límite de $V_0 \rightarrow \infty$ y $a \rightarrow 0$ tal que $a \times V_0 = \text{Constante}$ en esta barrera de potencial. ¿Existen ondas transmitidas? ¿Existe alguna relación entre el ancho de la barrera de potencial y la estructura de estos coeficientes?