Física Moderna FI-3102
Tarea 2: Cinemática relativista II

Fecha: Jueves 20 de Agosto 2009

INDICACIONES: Fecha de Entrega: Viernes 28 de Agosto, 12 horas en la oficina de la Sra. Carmen Belmar. Si entrega la tarea después de esta hora tendrá un punto menos.

PROBLEMA 1

El diagrama representa un policía midiendo la velocidad de un auto mediante el efecto Doppler. Nos instalamos en el sistema de referencia de la autoridad. Del auto sólo indicamos la flecha del tiempo para no complicar el dibujo. Se indica la trayectoria de dos nodos separados por una longitud de onda (λ) emitida por la pistola del policía y la recibida después de reflejarse en el auto unos instantes más tarde. (recuerde que los largos, como la longitud de onda, se miden en intervalos tipo espacio).

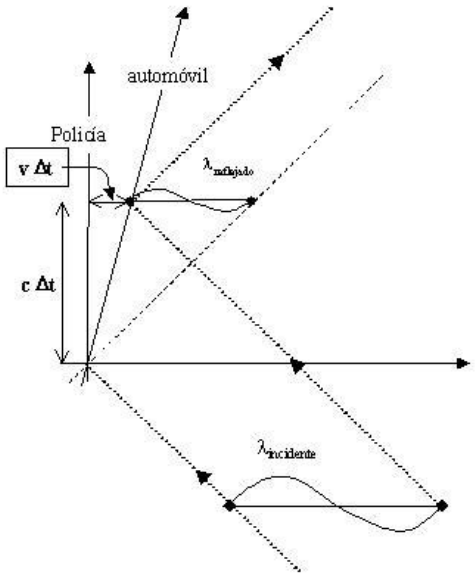
i.- De la figura, demuestre (no sólo afirme, explique por qué) que: $c\Delta t = V\,\Delta t + \lambda_{\text{reflejado}}$, y que $c\,\Delta t = \lambda_{\text{incidente}} - V\,\Delta t$, donde V es la velocidad del auto con respecto al policía.

ii.- A partir del resultado anterior obtenga ($f \equiv$ frecuencia), $f_{\text{reflejada}} = k f_{\text{incidente}}$, con $k = \frac{1+V/c}{1-V/c}$.

iii.- Suponiendo que el cambio de frecuencia es pequeño debido a que V/c lo es, muestre que $(\Delta f/f) \approx 2\,V/c$. Calcule esta expresión para $V = 120$ km/h.

iv.- Supongamos que el radar de la policía de Santiago, opera con una frecuencia de 10.525×10^9 ciclos/s. ¿Cuántos ciclos por segundo cambia el haz reflejado comparado con el incidente (o enviado)?

v.- ¿Qué resolución debe tener la maquinita de la policía para poder distinguir entre un automovilista que viaja a 120 km/h y otro, infractor, que guía a 121 km/h?



PROBLEMA 2

Considere la existencia de partículas (inestables) que tienen una vida media finita y cuyo número en función del tiempo está dado por:

$$N(t) = N_0 \, \exp\left(\frac{-t \, \ln 2}{\tau_0}\right). \tag{0.1}$$

Siendo N_o el número de partículas que existen en $t = 0$ y τ_0 es la llamada vida media de las partículas, ya que en el tiempo $t = \tau_0$ el número inicial se ha reducido a la mitad:

$$N(0) = N_0, \qquad N(\tau) = \frac{N_0}{2}. \tag{0.2}$$

Los mesones π^+ , por ejemplo, se producen en colisiones de alta energía entre una partícula (rayo cósmico primario) y la atmósfera terrestre. Su vida media *propia* es $\tau_0 = 2,6\times10^{-8}$s. Suponiendo que N_0 mesones π^+ se han formado a una altura h de la tierra y que descienden hacia ella con rapidez $0.9999c$, llegando solamente el 1 %:

a.- Determine la altura h a la cual se han formado los mesones.

b.- Para esa altura, comente sobre el porcentaje que llegaría a la superficie terrestre si NO se hicieran correcciones relativistas.

PROBLEMA 3

a.- Convierta las siguientes cantidades a unidades en las cuales hemos tomado $c = 1$. Para este caso las unidades sólo deben mostrar $[kg]$ y $[m]$. (Nota, debe usar el hecho que $1\,s = 3 \times 10^8\,\mathrm{m}$.)

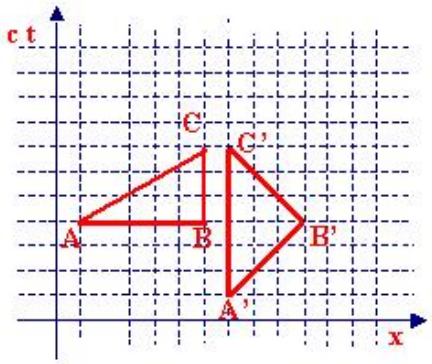
i.- 100 Watts, ii.- La presión atmosférica $10^5\,[N\,m^2]$ iii.- El momentum de un automóvil: $3 \times 10^4\,[kg\,m\,s^{-1}]$, iv.- La constante de Planck $\hbar = 1,05 \times 10^{-34}\,J\,s$.

b.- Dados los puntos **A**, **B**, **C**, **A′**, **B′**, **C′**, se pregunta lo siguiente:

i.- ¿Cuál de los lados del triángulo **A B C** es el más largo? ¿Cuál es el más corto? ¿Cuál es el largo de las unidades de la grilla (supuesta uniforme)?

ii.- ¿Cuál es la distancia más corta entre los puntos **A** y **C**: la línea recta que une ambos puntos o el camino a lo largo de los vértices **A** $\rightharpoonup$ **B** $\restriction$ **C**?

iii.- Repita i.- para el otro triángulo (con primas).

iv.- Repita ii.- para el otro triángulo.

c.- El lugar geométrico de los puntos equidistantes del origen en un espacio euclídeo son círculos. Analice el lugar geométrico en un espacio no-euclídeo: $\Delta\,s^2 = -c^2\,\Delta\,t^2 + \Delta\,x^2 =$ constante. Analice gráficamente las distintas posibilidades $\Delta\,s^2 > 0$, $\Delta\,s^2 < 0$ y $\Delta\,s^2 = 0$. Considere un 4-vector tipo luz. Este vector define un $\Delta\,s^2 = 0$. ¿Qué curva describe el extremo de este vector cuando se le aplica una transformación de Lorentz arbitraria (boost)? (Dibuje cualitativamente este lugar geométrico.)