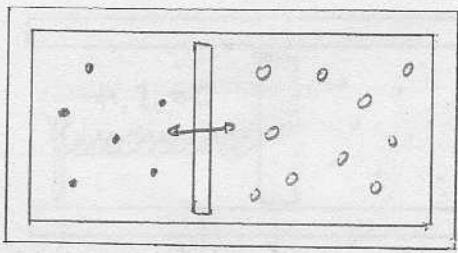


P1


$$P_1, V_1, T_1, \gamma_1 \quad P_2, V_2, T_2, \gamma_2$$

(initials)

Los gases ideales están separados por una pared aislante térmica pero móvil. Encuentra la configuración en el equilibrio. ¿Cuál gas ejerce trabajo sobre cuál? ¿Cuánto?

Sol 1 Caracteres de estado, $E = PV = \frac{3}{2} NkT$ en cada gas

Equación de transformación adiabática: $PV^\gamma = \text{cte.}$ on cada gas.

$$\begin{array}{ccc} (\%) & \longrightarrow & (\%)^o \\ \text{Initial} & & \text{Equilibrium} \end{array}$$

La energia se conserva: $E_1 + E_2 = E_1' + E_2'$ (1)

Las presiones se igualan: $P_1' = P_2' = P'$ (2)

Transformação adiabática: $P'V_1^{\gamma_1} = P_1V_1^{\gamma_1}$, $P'V_2^{\gamma_2} = P_2V_2^{\gamma_2}$
(3) (4)

$$(1) \Rightarrow P_1 V_1 + P_2 V_2 = (V_1' + V_2') P' = (V_1 + V_2) P' \quad \uparrow$$

(Paredes rígidas)

$$\Rightarrow P' = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{V_1 + V_2} \quad \text{Reemplazando en (3) y (4)}$$

$$V_1' = \left(\frac{P_1}{P^*} \right)^{\frac{1}{\gamma_1}} V_1 = \left(\frac{(V_1 + V_2) P_1}{P_1 V_1 + P_2 V_2} \right)^{\frac{1}{\gamma_1}} V_1 \quad , \quad V_2' = \left(\frac{(V_1 + V_2) P_2}{P_1 V_1 + P_2 V_2} \right)^{\frac{1}{\gamma_2}} V_2$$

$$T_1' = \frac{P_1' V_1'}{\frac{5}{2} N_1 k} = \left(\frac{V_1 + V_2}{P_1 V_1 + P_2 V_2} \right)^{\frac{5}{2} - 1} \frac{P_1^{\frac{1}{2}} V_1}{\frac{5}{2} N_1 k}$$

$$T_2' = \frac{P_2' V_2'}{\frac{5}{2} N_2 k} = \left(\frac{V_1 + V_2}{P_1 V_1 + P_2 V_2} \right)^{\frac{5}{2} - 1} \frac{P_2^{\frac{1}{2}} V_2}{\frac{5}{2} N_2 k}$$

No hay calor transferido. Uno de los gases transfiere energía al otro por medio de trabajo.

Trabajo realizado por el gas (1) sobre el gas (2):

$$W_{1 \rightarrow 2} = E_2 - E_1' = \left(\left(1 - \left(\frac{(V_1 + V_2) P_1}{P_1 V_1 + P_2 V_2} \right)^{\frac{5}{2} - 1} \right) P_1 V_1 \right)$$

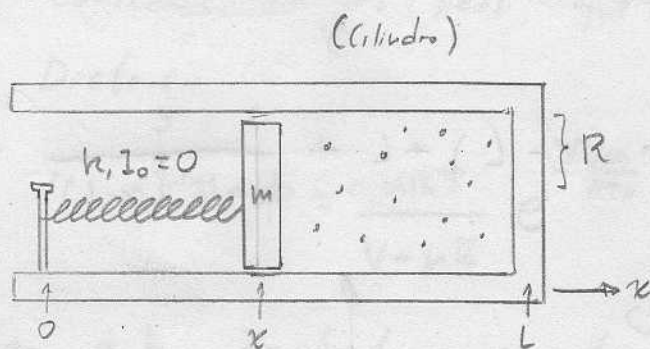
$$W_{2 \rightarrow 1} = -W_{1 \rightarrow 2}$$



$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma} \Rightarrow P_2 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma} P_1$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = -P_1 V_1^{\gamma} \int_{V_1}^{V_2} \gamma V_1^{\gamma-1} dV_1 = -P_1 V_1^{\gamma}$$

P/



Un gas ideal de N partículas es presionado por un resorte como muestra la figura. El gas satisface la Ecuación de Transformación Adiabática:

$$PV^2 = C$$

Todas las paredes son de aislante térmico.

Encuentra la ecuación del movimiento de la pared móvil.

Probar gráficamente que solo existe un estado de equilibrio.

Sol: Fuerzas sobre el pistón:

• Del resorte: $\vec{F}_{el} = h\vec{r} = -hx\hat{x}$

• Del gas: $\vec{F}_{gas} = -AP\hat{x} = -\pi R^2 \frac{C}{V^2} \hat{x} = -\frac{C}{\pi R^2 (L-x)^2} \hat{x}$

Newton: $m\ddot{x} = -hx - \frac{C}{\pi R^2 (L-x)^2}$

Ambas fuerzas son conservativas ($\vec{F} = -\nabla U$)

$$U_{el} = \frac{1}{2}hx^2 \quad U_{gas} = \frac{-C}{\pi R^2 (L-x)} = -\frac{C}{V} = -PV = -E_{gas}$$

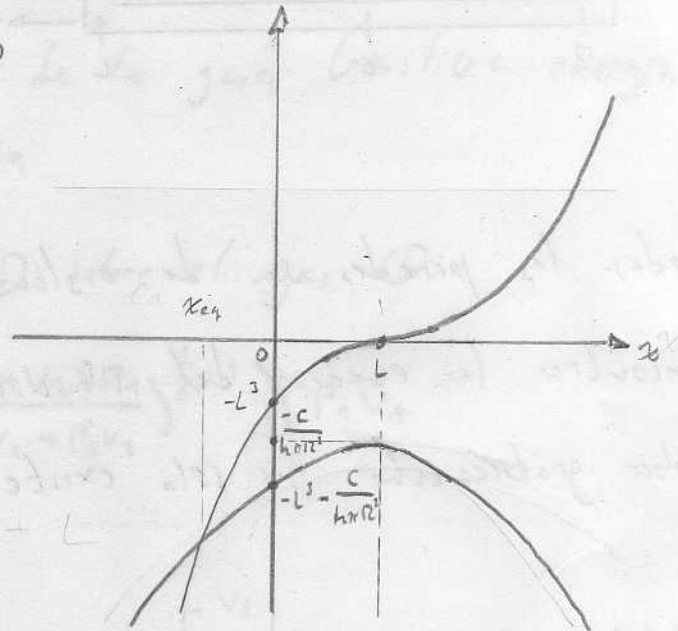
De hecho, la energía potencial de la fuerza ejercida por el gas es la energía cinética del gas. Es decir, el gas transfiere su energía cinética al pistón mediante choques.

Equilibrio: $\vec{F}_{\text{Total}} = \vec{0}$

$$hx + \frac{c}{\pi R^2 (x-L)^2} = 0 \Rightarrow (x-L) + L + \frac{c}{h\pi R^2 (x-L)^2} = 0$$

$$(x-L)^3 + L(x-L)^2 + \frac{c}{h\pi R^2} = 0$$

$$(x-L)^3 = -L(x-L)^2 - \frac{c}{h\pi R^2}$$



$$\frac{d^2U}{dx^2} = h - \frac{2c}{\pi R^2 (x-L)^3} = h \left(1 + \frac{2c}{h\pi R^2 L (x-L)^2 + c} \right) > 0$$

En el equilibrio,

El equilibrio es estable //

P1 Considere un gas real que obedece a la ecuación de Dieterici:

$$P = \frac{nRT}{V-nb} e^{-\frac{na}{RTV}}$$

con a, b constantes características del gas.

Estimar el trabajo empleado en dilatar el gas de un volumen V_1 a un volumen V_2 isotérmicamente. Asuma que la temperatura es muy grande.

Sol: La función $P(V)$ no tiene primitiva explícita (según Mathematica Integrator[®]), pero asumiendo que $\frac{1}{T} \approx 0$ se puede aplicar un Taylor a la exponencial.

$$e^{-\frac{na}{RTV}} \approx 1 - \frac{na}{RTV} \Rightarrow P \approx \frac{nRT}{V-nb} \left(1 - \frac{na}{RTV}\right)$$

$$\begin{aligned} P &\approx \frac{nRT}{V-nb} \left(1 - \frac{na}{RTV}\right) = \frac{nRT}{V-nb} + \frac{na}{b} \left(\frac{1}{V} - \frac{1}{V-nb}\right) \\ &= \frac{n(RT - \frac{a}{b})}{V-nb} + \frac{na}{bV} \end{aligned}$$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P dV = n \left(RT - \frac{a}{b}\right) \ln\left(\frac{V_2-nb}{V_1-nb}\right) + \frac{na}{b} \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) //$$

$$\frac{n^2 a RT}{RT} \frac{1}{V(V-nb)}$$