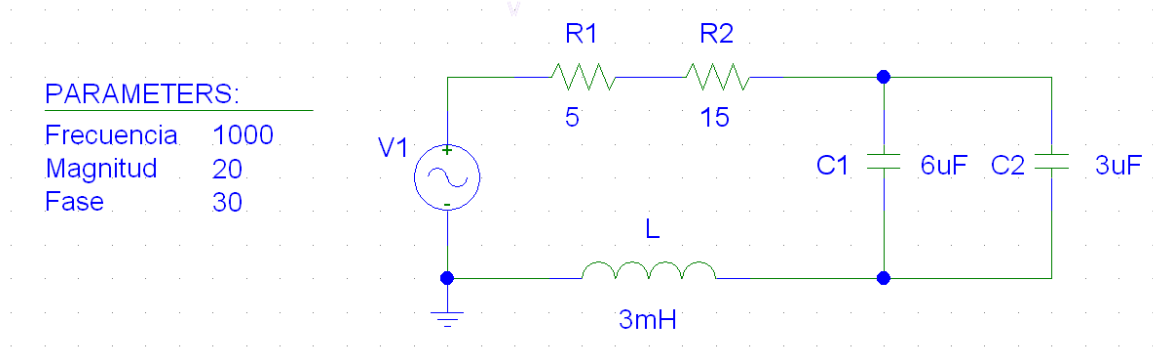


### Pauta Parte 1

A continuación se presenta el circuito:



**a) Determinar la impedancia del circuito.**

Impedancias por elemento (todas en  $[\Omega]$ ):

- $Z_{C1} = \frac{1}{j\omega C_1}$
- $Z_{C2} = \frac{1}{j\omega C_2}$
- $Z_L = j\omega L$
- $Z_{R1} = R_1$
- $Z_{R2} = R_2$

La impedancia total  $Z_T$  queda dada por ( $Z_1 // Z_2$  denota impedancia resultante del paralelo entre  $Z_1$  y  $Z_2$ ):

- $Z_T = Z_{R1} + Z_{R2} + Z_{C1} // Z_{C2} + Z_L = R_1 + R_2 + \left[ \left[ \frac{1}{j\omega C_1} \right]^{-1} + \left[ \frac{1}{j\omega C_2} \right]^{-1} \right]^{-1} + j\omega L$
- $Z_T = R_1 + R_2 + \left[ j\omega(C_1 + C_2) \right]^{-1} + j\omega L$
- $Z_T = R_1 + R_2 - \frac{j}{\omega(C_1 + C_2)} + j\omega L$
- $Z_T = R_1 + R_2 + j \left[ \omega L - \frac{1}{\omega(C_1 + C_2)} \right] \quad (\text{Hasta acá 1pto})$

Considerando los valores de la figura y que  $\omega = 2\pi f$  [rad/s]

- $Z_T = 5 + 15 + j \left[ 2 \cdot \pi \cdot 1000 \cdot 3 \times 10^{-3} - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1000 \cdot (6 + 3) \times 10^{-6}} \right] [\Omega]$
- $Z_T = 20 + j \left[ 6\pi - \frac{500}{9\pi} \right] [\Omega] = 20 + j \cdot 1.16567 [\Omega] \quad (0.5\text{pto por números ok, unidad ok})$

**b) Calcular la diferencia de potencial sobre la resistencia  $R_2$ , describiendo su amplitud y su fase con respecto a la de la fuente de voltaje.**

Siempre se satisface la relación

$$\bar{V} = \bar{I} \cdot \bar{Z}_T$$

Donde  $V$  es el fasor que representa la fuente de tensión sinusoidal,  $I$  es la corriente que de ella se obtiene y  $Z_T$  es la impedancia total antes calculada.

Tenemos además que la fuente de tensión se representa fasorialmente como se muestra a continuación

$$V(t) = 20 \sin(\omega t + 30^\circ) = 20 \cos(\omega t - 60^\circ) \Rightarrow \bar{V} = 20 e^{j-60^\circ} [\text{V}]$$

Además  $Z_T$  se puede expresar como,

$$\bar{Z}_T = 20 + j \cdot 1.16567 = \sqrt{20^2 + 1.16567^2} e^{j \arctan\left(\frac{1.16567}{20}\right)} = 20.0339 e^{j3.33563^\circ} [\Omega]$$

Luego, la corriente de la fuente está dada por,

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}_T} = \frac{20 e^{j-60^\circ} [\text{V}]}{20.0339 e^{j3.33563^\circ} [\Omega]} = \frac{20}{20.0339} e^{j-60^\circ - 3.33563^\circ} = 0.998306 e^{j-63.33563^\circ} [\text{A}]$$

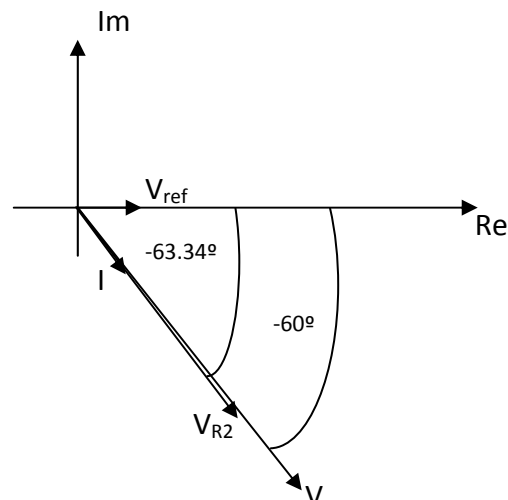
Es directo que esta corriente es la que circula a través de la resistencia  $R_2$ , luego la tensión que cae en ella se puede calcular como se muestra a continuación:

$$\bar{V}_{R_2} = \bar{I} \cdot \bar{Z}_{R_2} = 0.998306 e^{-j63.33563^\circ} \cdot 15 = 14.9746 e^{-j63.33563^\circ} [\text{V}]$$

$$V_{R_2}(t) = \text{Re} \left\{ \bar{V}_{R_2} e^{j\omega t} \right\} = 14.9746 \sin(\omega t + 26.66^\circ) [\text{V}]$$

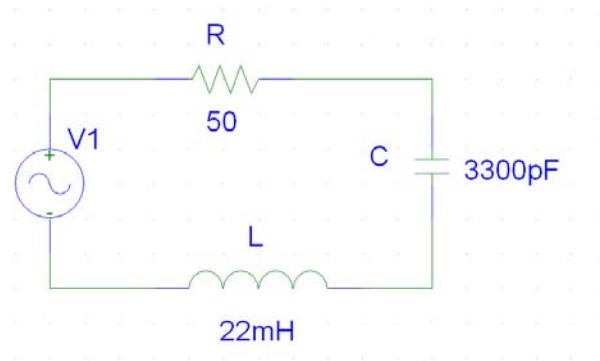
En resumen, la magnitud del voltaje en  $R_2$  es aprox. 0.75 veces la de la fuente y se encuentra desfasado en  $-3.33^\circ$ .

Si bien no se pedía, para observar las relaciones en el circuito se pueden dibujar los fasores en el plano complejo, referidos a  $V_{\text{ref}}(t) = 1 \cos(\omega t) [\text{V}] \Rightarrow \bar{V}_{\text{ref}} = 1 e^{j0^\circ} [\text{V}]$



## Pauta Parte 2

El circuito planteado, con  $V_1(t)=50 \sin(\omega t)[V]$ .



### a) Frecuencia angular de Resonancia e $|I(\omega)|$

Se sabe que en un circuito RLC, la frecuencia de resonancia queda dada por

$$\omega^* = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Reemplazando los parámetros en la ecuación anterior,

$$\omega^* = \frac{1}{\sqrt{22 \times 10^{-3} \cdot 3300 \times 10^{-12}}} = 117.363 [\text{rad/s}] \quad (0,3\text{pto})$$

Para determinar la expresión para la corriente, conviene partir por determinar la impedancia total del circuito. Procediendo de manera similar a la parte 1.a,

$$Z_T = Z_R + Z_C + Z_L = R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = R + j \left[ \omega L - \frac{1}{\omega C} \right] [\Omega]$$

La corriente se determina como siempre, (considerando  $V_1(t) = \text{Im} \{ \bar{V} = 50e^{j0^\circ} \} [V]$ ),

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{Z_T} = \frac{50 e^{j0^\circ}}{R + j \left[ \omega L - \frac{1}{\omega C} \right]} [A] \quad (0.45\text{pt})$$

### b) Gráfico $|I(\omega)|$ . Indicar específicamente en el gráfico $\omega^*$ , $|I(\omega^*)|$ , $|I(0)|$ e $|I(\infty)|$

Tomamos la función encontrada antes:

$$\bar{I} = \frac{50}{R + j \left[ \omega L - \frac{1}{\omega C} \right]} [A]$$

Evaluando en  $\omega^* = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ,

$$\bar{I}|_{\omega^*} = \frac{50 \cancel{e^{j\omega^*} = 1}}{R + j \left[ \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot L - \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot C} \right]} = \frac{50}{R + j \left[ \sqrt{\frac{L}{C}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{C}{L}}} \right]} \xrightarrow{=0} = \frac{50}{50} = 1[A] \text{ (0,2pto)}$$

Tomamos módulo,

$$|\bar{I}(\omega)| = \frac{50}{\left| R + j \left[ \omega L - \frac{1}{\omega C} \right] \right|} = \frac{50}{\sqrt{R^2 + \left[ \omega L - \frac{1}{\omega C} \right]^2}} = \frac{50\omega C}{\sqrt{(\omega CR)^2 + [\omega^2 LC - 1]^2}} [A]$$

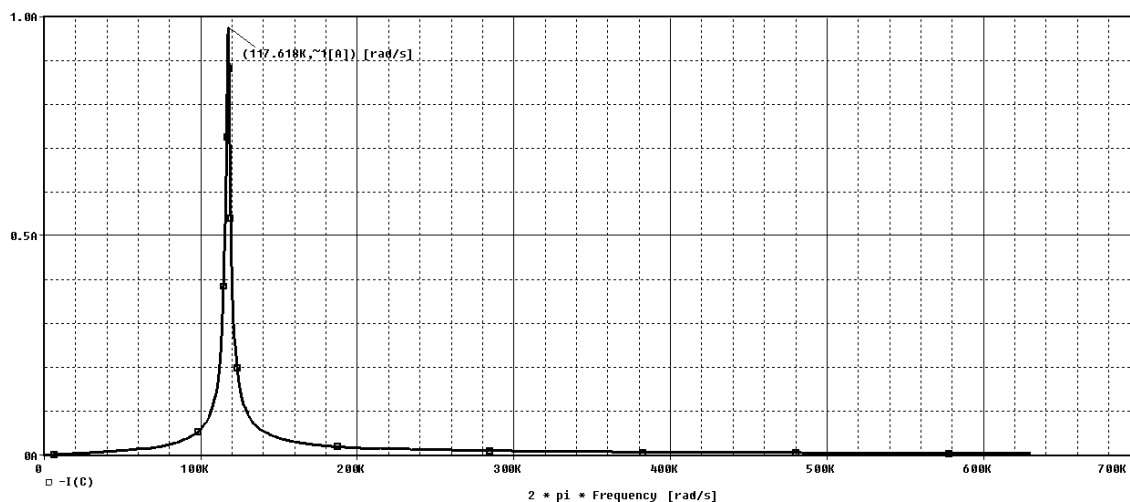
Analizamos los puntos interesantes:

- $|\bar{I}(\omega \rightarrow 0)| \Rightarrow \frac{50\omega C \xrightarrow{=0}}{\sqrt{(\omega CR)^2 \xrightarrow{=0} + [\omega^2 LC - 1]^2}} \rightarrow 0 \text{ (0.2pto)}$

- $|\bar{I}(\omega \rightarrow \infty)| \Rightarrow \frac{\overbrace{50\omega C}^{\rightarrow \infty}}{\underbrace{\sqrt{(\omega CR)^2 + [\omega^2 LC - 1]^2}}_{\rightarrow \infty}} \rightarrow 0 \text{ (0.2pto)}$

- $|\bar{I}(\omega \rightarrow \omega^*)| \rightarrow 1$

Lo anterior se resume en el siguiente gráfico. (0,4pto)



**c) Gráfico si  $R=25[\Omega]$**

En esta parte se esperaba básicamente el mismo gráfico de antes, al cual se le debía agregar una curva que mostrara el comportamiento con una resistencia de  $25[\Omega]$ .

Lo que era determinante aquí era reconocer que la expresión para la corriente tendía a 2 en el límite de  $\omega$  tendiendo a  $\omega^*$ . Esto se muestra a continuación.

$$\bar{I}|_{\omega^*} = \frac{50 e^{j0^\circ} = 1}{R + j \left[ \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot L - \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot C} \right]} = \frac{50}{25 + j \left[ \sqrt{\frac{L}{C}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{C}{L}}} \right]} = \frac{50}{25} = 2[A] \quad (0,5\text{pto})$$

Luego la forma de la curva era la misma, nada más que se alteraba el crecimiento para alcanzar los  $2[A]$  para la frecuencia de resonancia. Es claro que el resto de los límites quedará igual.

**d) Determinar la diferencia de potencial en el condensador para  $\omega^*$ .**

$$\bar{V}_C = Z_C \bar{I}|_{\omega=\omega^*} [V]$$

Se determinó en la parte b) que el fasor corriente para la frecuencia natural vale  $1[A]$ .

$$\bar{V}_C = \frac{1}{j\omega C} \cdot 1 [V]$$

$$\bar{V}_C = \frac{\sqrt{LC}}{jC} \cdot 1 = -j\sqrt{\frac{L}{C}} = -j\sqrt{\frac{22 \times 10^{-3}}{3300 \times 10^{-12}}} = 2581.99 e^{-j90^\circ} [V] \quad (0.75\text{pto})$$

$|V_C|=2582[V]$ !!! Recuerden que el circuito estaba siendo alimentado por una fuente de  $50[V]$ . Es por ello que la frecuencia natural y el fenómeno de resonancia es tan importante y debe ser considerado al experimentar en circuitos RLC.

CONSULTAS?

Sebastián Püschel L.

s\_puschel@hotmail.com