Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

FI 2002
ELECTROMAGNETISMO
Clase 24
Ondas Electromagnéticas

LUIS S. VARGAS
Area de Energía
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

INDICE

Revisión de ecuaciones de fuerza y continuidad

Revisión de ecuaciones de Maxwell

Ley de Gauss y Ampere

Potenciales

Ondas Electromagnéticas

Transformaciones de Lorentz

Fuerza y Continuidad

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B})$$

Fuerza de Lorentz

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}\rho(\vec{r}) = 0$$

Ecuación de continuidad de la carga eléctrica

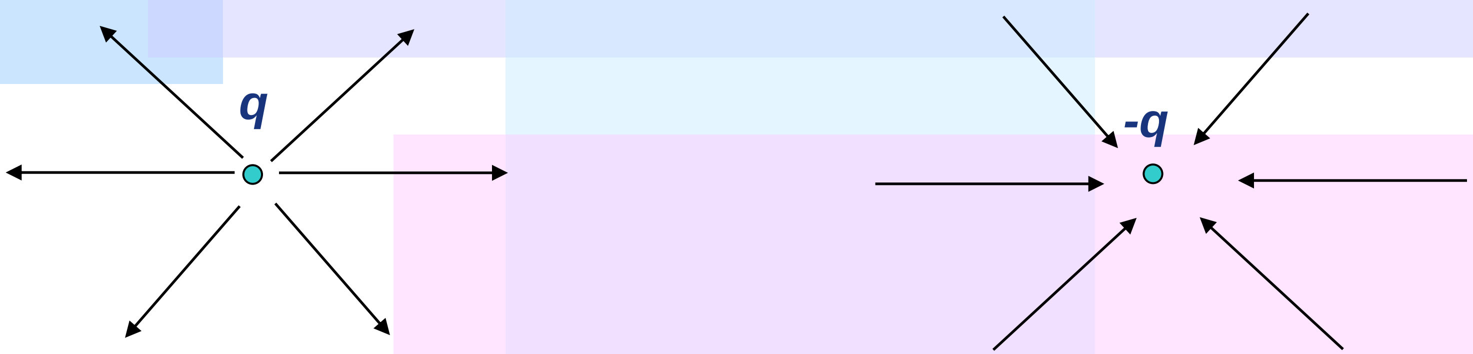
Ecuaciones de Maxwell

Primera ecuación de Maxwell

$$\nabla \bullet \vec{D} = \rho$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

Las líneas de campos eléctricos se generan en cargas eléctricas (nacen y mueren en)

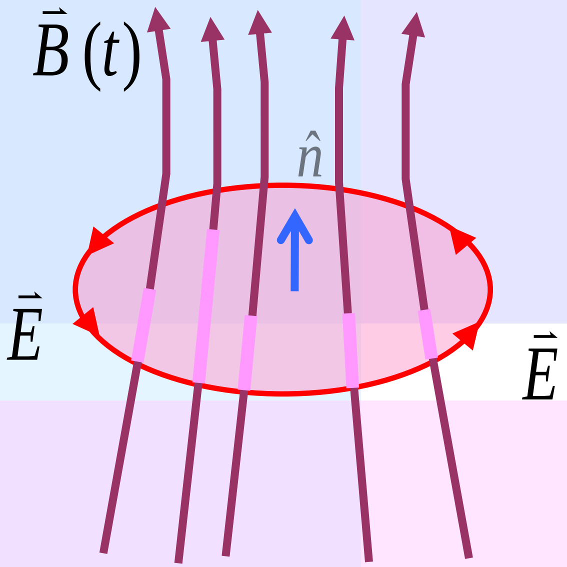


Ecuaciones de Maxwell

Segunda ecuación de Maxwell

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Las líneas de campo eléctrico "rotan" en torno a las variaciones del campo magnético



Ecuaciones de Maxwell

Tercera ecuación de Maxwell

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

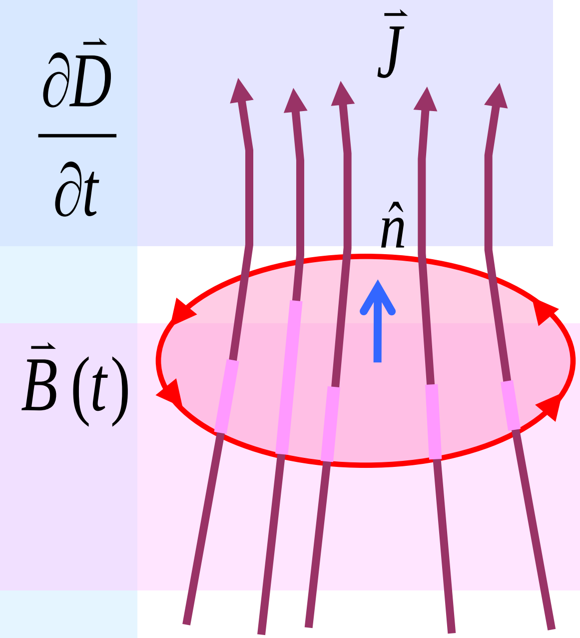
No hay cargas magnéticas (hasta ahora)

Ecuaciones de Maxwell

4ta ecuación de Maxwell

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Las líneas de campo magnético "rotan" en torno a las variaciones del vector desplazamiento (campo eléctrico) y la corriente



Ley de Gauss y Ley de Ampere

$$\oiint_S \vec{E} \bullet d\vec{s} = \frac{Q_T}{\varepsilon_0}$$

Ley de Gauss

$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{H} \bullet d\vec{l} = I_{enlazada}$$

Ley Circuital de Ampere

Potenciales

$$\vec{E} = \overbrace{-\nabla V}^{\text{Origen electrostático}} - \underbrace{\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}}_{\text{Debido a campo magnético variable en el tiempo}}$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

ONDAS ELECTROMAGNETICAS

$$\nabla \bullet \vec{D} = \rho \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Consideremos las ecuaciones de Maxwell en el espacio vacío. Se cumple

$$\rho = 0 \qquad \vec{J} = 0$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} \qquad \vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$\nabla \bullet \vec{E} = 0 \qquad \nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \qquad \nabla \times \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

ONDAS ELECTROMAGNETICAS

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

Tomando el rotor

$$\nabla \times \left(\nabla \times \vec{E}\right) = -\mu_0 \nabla \times \left(\frac{\partial \vec{H}}{dt}\right)$$

Usando la identidad $\nabla \times \left(\nabla \times \vec{A}\right) = \nabla\left(\nabla \cdot \vec{A}\right) - \nabla^2 \vec{A}$

$$\Rightarrow \nabla \times \left(\nabla \times \vec{E}\right) = \nabla\left(\nabla \cdot \vec{E}\right) - \nabla^2 \vec{E}$$

usando $\nabla \bullet \vec{E} = 0$

$$\therefore \nabla \times \left(\nabla \times \vec{E}\right) = -\nabla^2 \vec{E}$$

ONDAS ELECTROMAGNETICAS

Tercera ecuación de Maxwell $$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Tomando derivada ambos lados $$\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla \times \vec{H}\right) = \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

y $$\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla \times \vec{H}\right) = \nabla \times \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}\right) \quad \Rightarrow \nabla \times \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Teníamos $$\nabla \times \left(\nabla \times \vec{E}\right) = -\mu_0 \nabla \times \left(\frac{\partial \vec{H}}{dt}\right)$$

reemplazando $$-\nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Es decir $$\boxed{\nabla^2 \vec{E} - \gamma^2 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0}$$ **con** $\gamma^{-2} = \mu_0 \varepsilon_0 = c^2$

ONDAS ELECTROMAGNETICAS

$$\nabla \bullet \vec{E} = 0 \qquad \nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \qquad \nabla \times \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \quad \nabla^2 \vec{E} - \gamma^2 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

Similarmente se obtiene

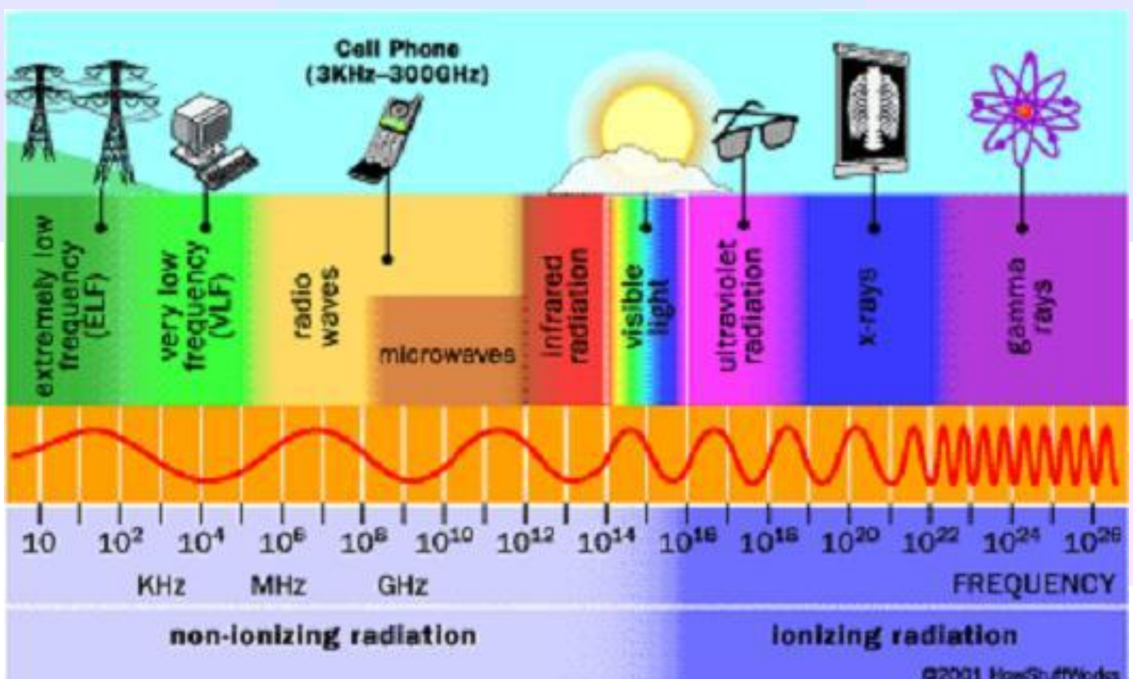
$$\nabla^2 \vec{H} - \gamma^2 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

con $\gamma^{-2} = \mu_0 \varepsilon_0 = c^2$

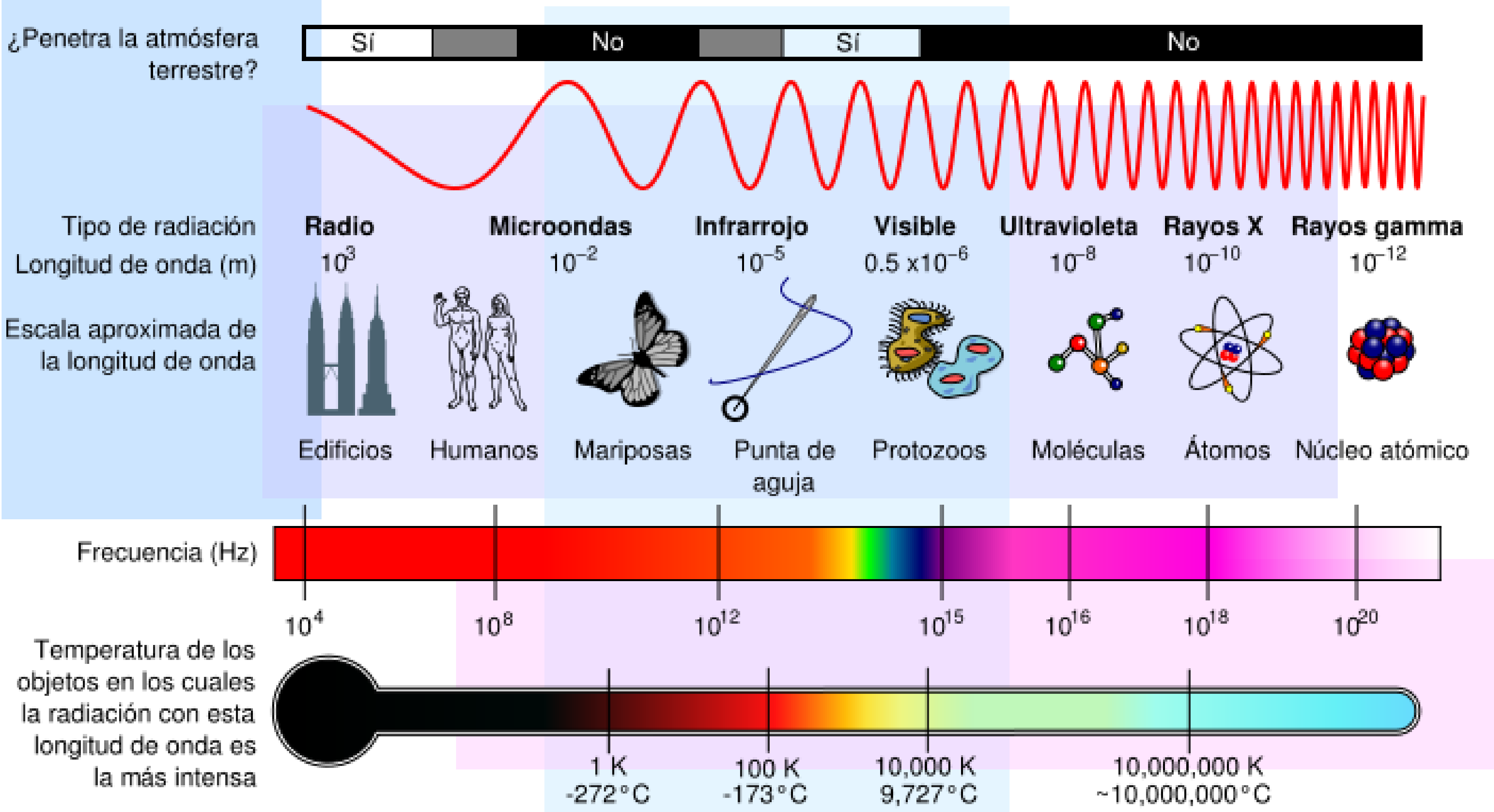
Luego los campos son ondas viajeras que se desplazan a la velocidad de la luz!!!

Espectro Electromagnético

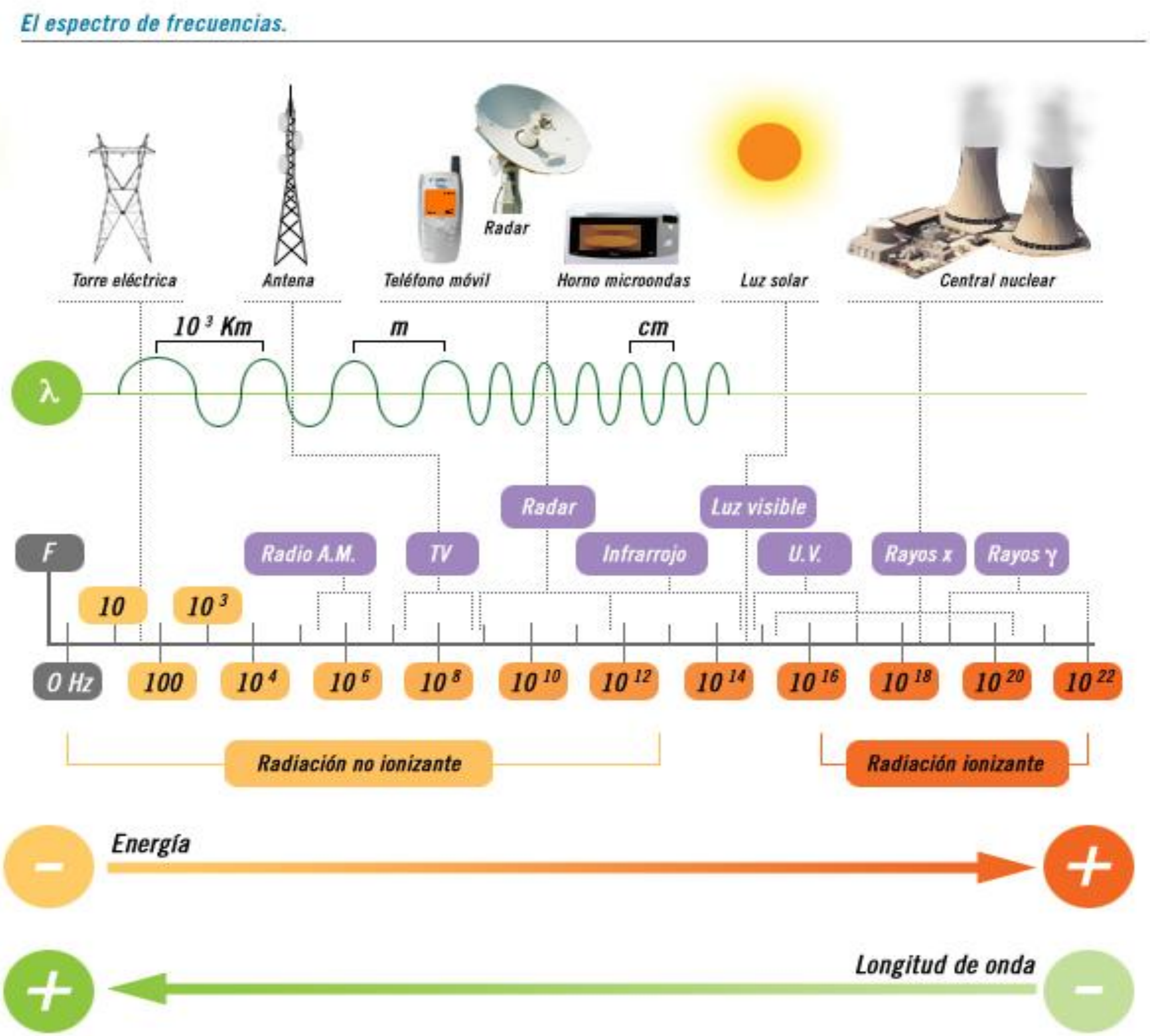
Cada sección del espectro electromagnético (EM) tiene valores característicos de los niveles de energía, longitudes de ondas y frecuencias asociadas con sus fotones. Los rayos gamma tienen los mayores niveles de energía, la longitudes de ondas más cortas y las frecuencias más altas. En contraste, las ondas de radio tienen la energía más baja, las longitudes de ondas más largas y las frecuencias más bajas que cualquier tipo de radiación (EM). En orden de energía, de mayor a menor, las secciones del espectro electromagnético (EM) se llaman: rayos gamma , rayos X, radiación ultravioleta , luz visible , radiación infrarroja , y ondas de radio .



Espectro Electromagnético



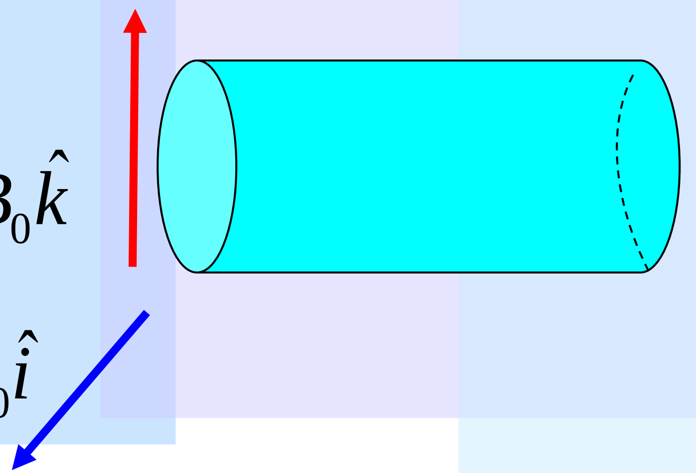
Espectro Electromagnético



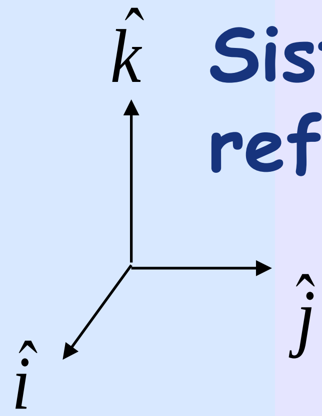
El problema de los sistemas de referencia

Cilindro conductor

$$\vec{B} = B_0\hat{k}$$



$$\vec{u} = u_0\hat{i}$$



Sistema de referencia fijo

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) = -qu_0B_o\,\hat{j}$$

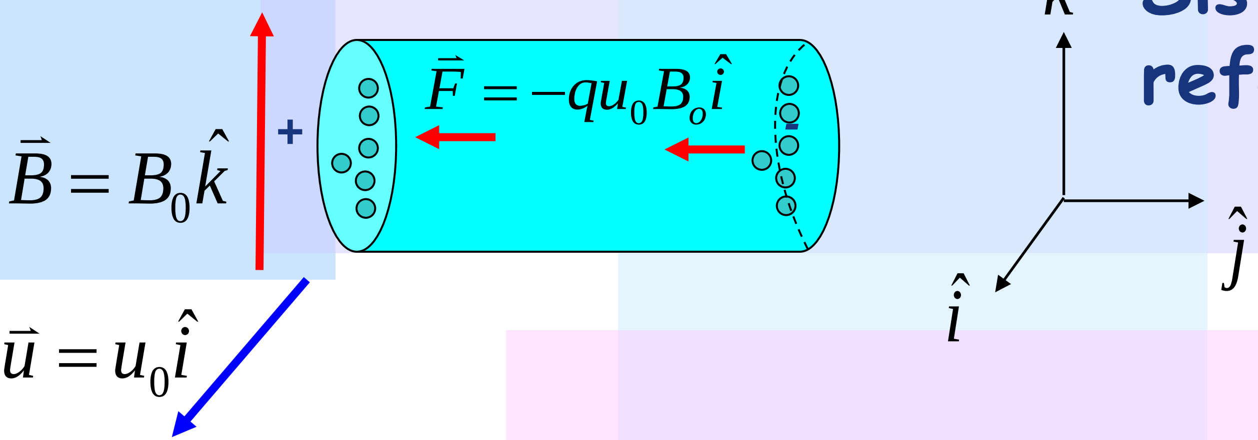
Fuera sobre las cargas del cilindro

El problema de los sistemas de referencia

Cilindro conductor

Fuerza sobre carga libre de conductor

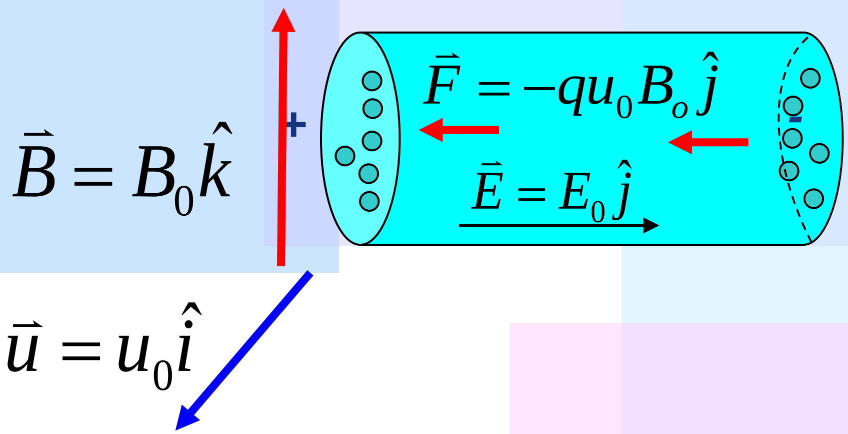
Sistema de referencia fijo

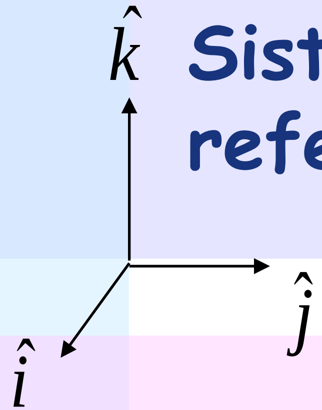


El problema de los sistemas de referencia

Cilindro conductor

Redistribución de cargas produce a su vez un campo eléctrico



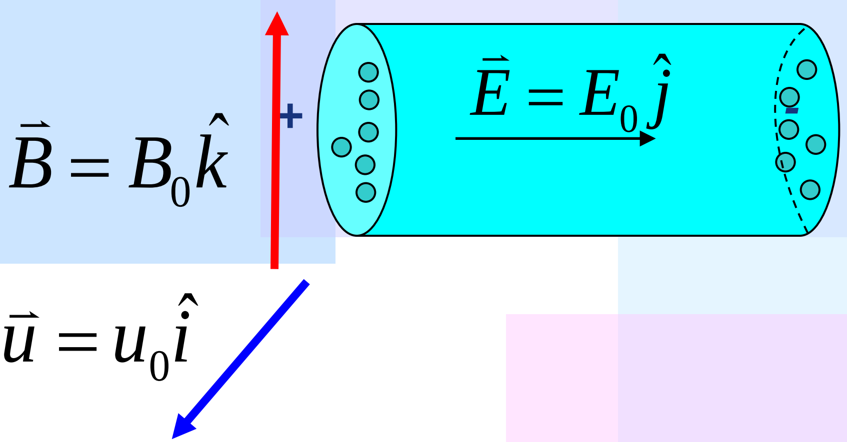


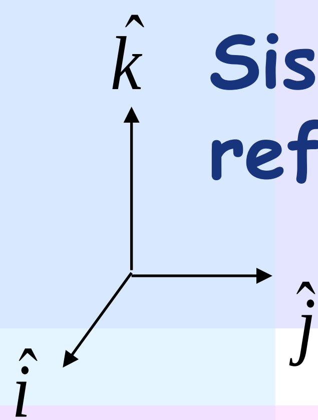
Sistema de referencia fijo

El problema de los sistemas de referencia

Fuerza neta sobre carga libre de conductor

$$\vec{F} = q\left(E - u_0 B_o\right)\hat{j}$$



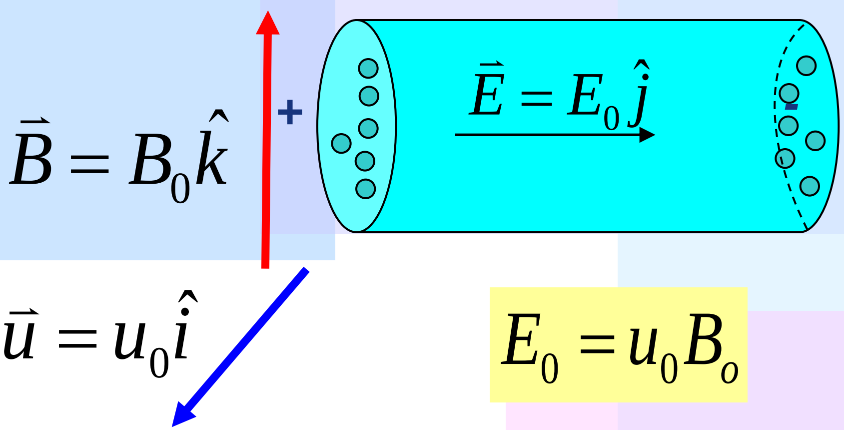


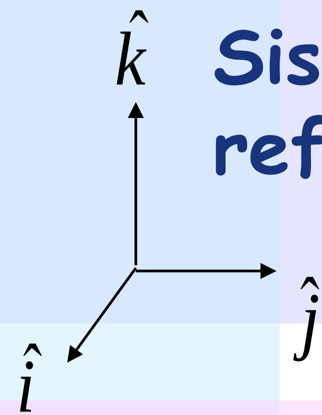
Sistema de referencia fijo

El problema de los sistemas de referencia

Situación de equilibrio: No hay fuerza sobre las cargas

$$F = 0 = q\left(E - u_0 B_o\right)\hat{j}$$

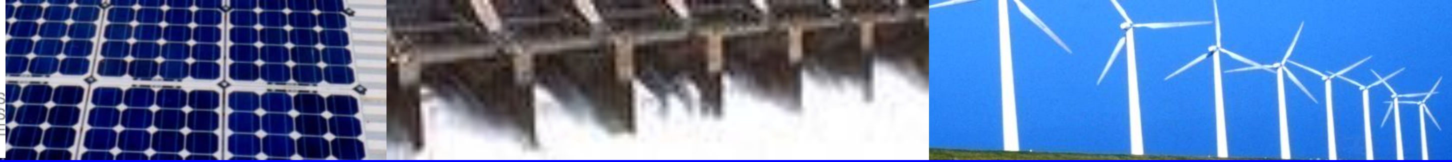




Sistema de referencia fijo

$$E_0 = u_0 B_o$$

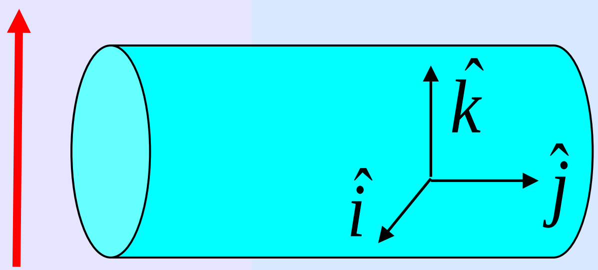
Valor del campo eléctrico producido por la redistribución de cargas



El problema de los sistemas de referencia

Sistema de referencia solidario al cilindro

$$\vec{B} = B_0 \hat{k}$$

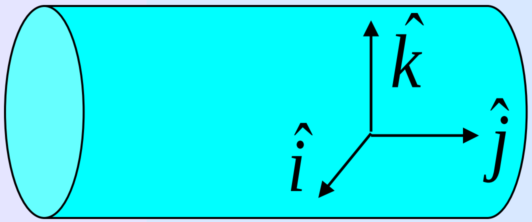


La velocidad del cilindro c/r sistema de referencia solidario es nula $\vec{u} = 0$

El problema de los sistemas de referencia

Sistema de referencia solidario al cilindro

$$\vec{B} = B_0 \hat{k}$$



$$\vec{u} = 0$$

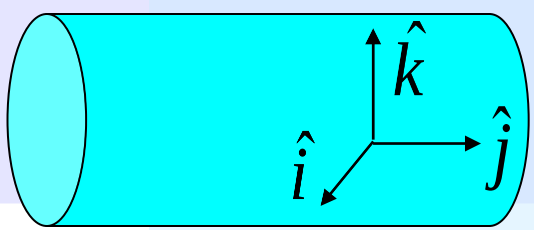
La fuerza neta es $\vec{F} = q(\vec{u} \times \vec{B}) = 0$!!!!

La física depende del sistema de referencia ?!

El problema de los sistemas de referencia

Para que la física sea la misma, desde el sistema de referencia solidario al cilindro debe aparecer un campo eléctrico EXTERNO

$$\vec{E}' = -E_0\,\hat{j}$$



$$\vec{u} = 0$$

El problema de los sistemas de referencia

Para que la física sea la misma, desde el sistema de referencia solidario al cilindro debe aparecer un campo eléctrico EXTERNO

$$\vec{E}' = -E_0\ \hat{j}$$

$$\vec{u} = 0$$

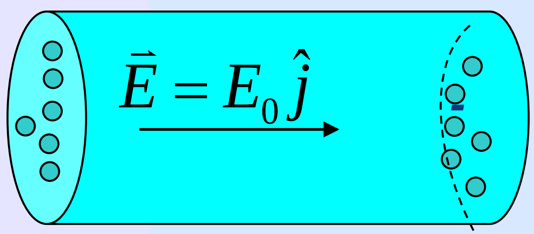
Campo produce una redistribución de cargas al interior del cilindro conductor

El problema de los sistemas de referencia

Redistribución de cargas produce a su vez un campo eléctrico

$$\vec{E}' = -E_0 \, \hat{j}$$

+



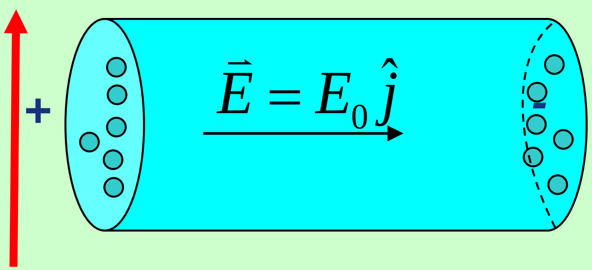
$$\vec{u} = 0$$

Con ello se logra el mismo estado de equilibrio visto desde el sistema de referencia fijo

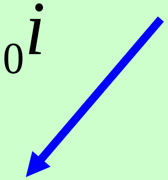
El problema de los sistemas de referencia

Sistema de referencia fijo

$$\vec{B} = B_0 \hat{k}$$



$$\vec{u} = u_0 \hat{i}$$

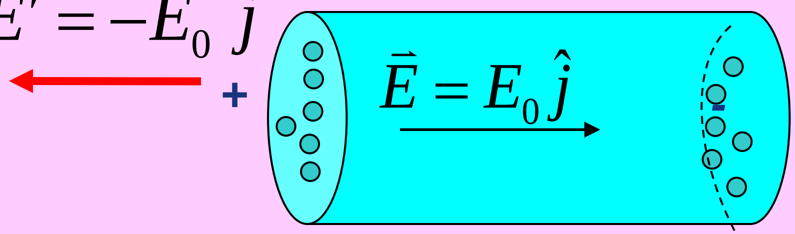


$$\vec{F} = 0 = q\left(E_0 - u_0 B_o\right)\hat{j}$$

$$E_0 = u_0 B_o$$

Sistema de referencia solidario al cilindro

$$\vec{E}' = -E_0 \ \hat{j}$$



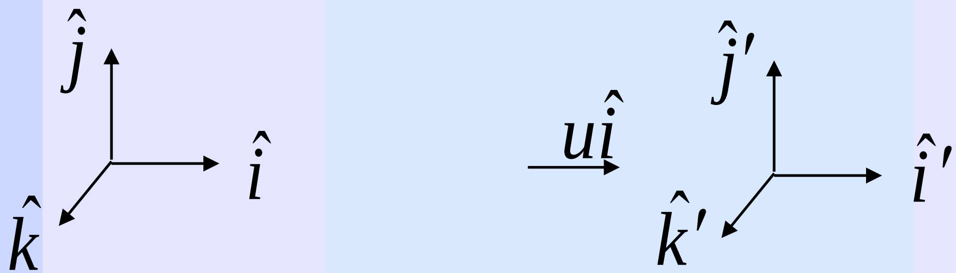
$$\vec{u} = 0 \qquad \vec{F} = 0 = q(\vec{E}' + \vec{E})$$

$$\vec{E}' = -\vec{E}$$

Luego lo que en un sistema es un campo magnético al cambiar de referencia pasa a campo eléctrico

Transformaciones de Lorentz

La ley de transformación de los campos eléctrico y magnético obedece a la transformación de Lorentz



$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$