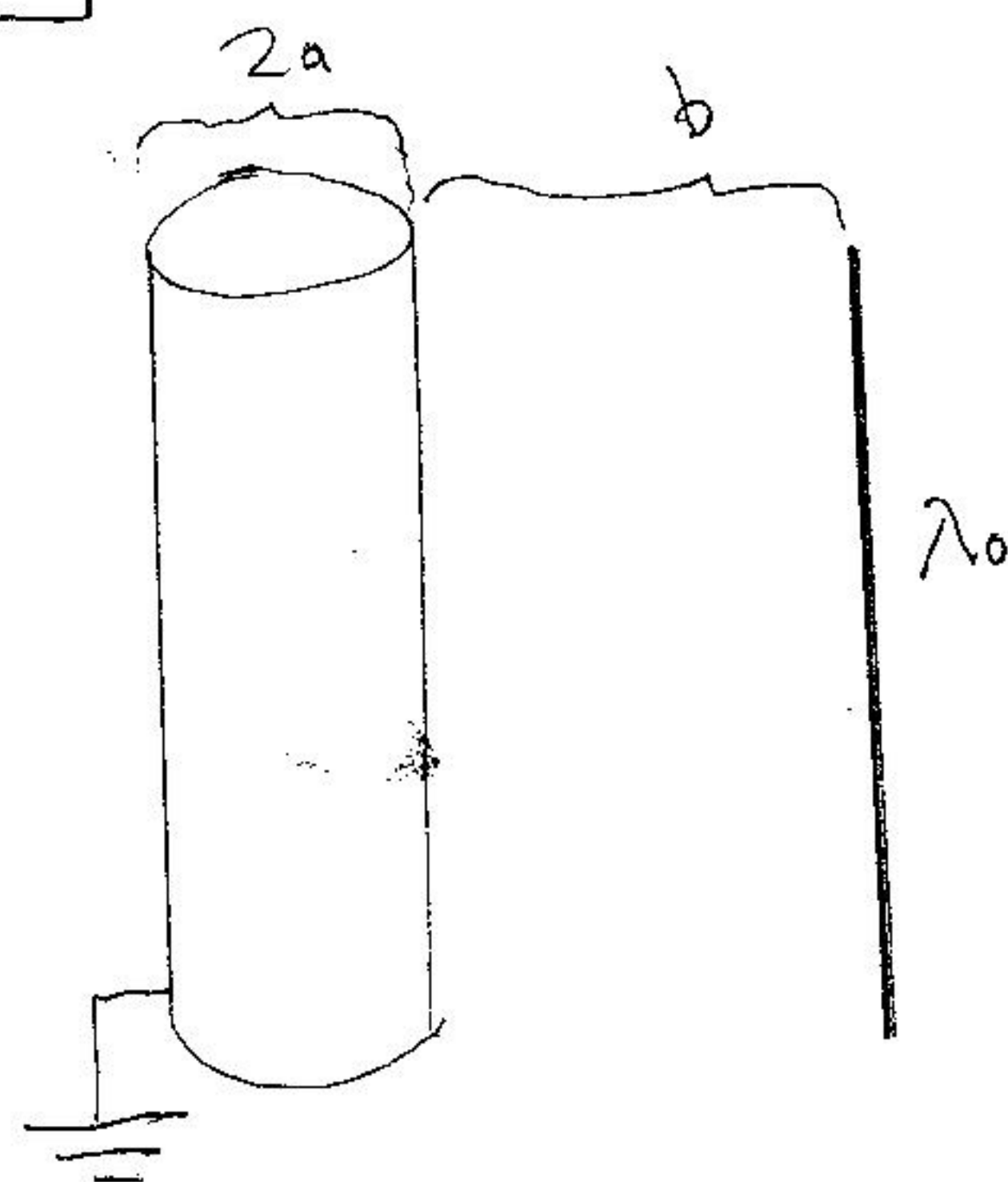
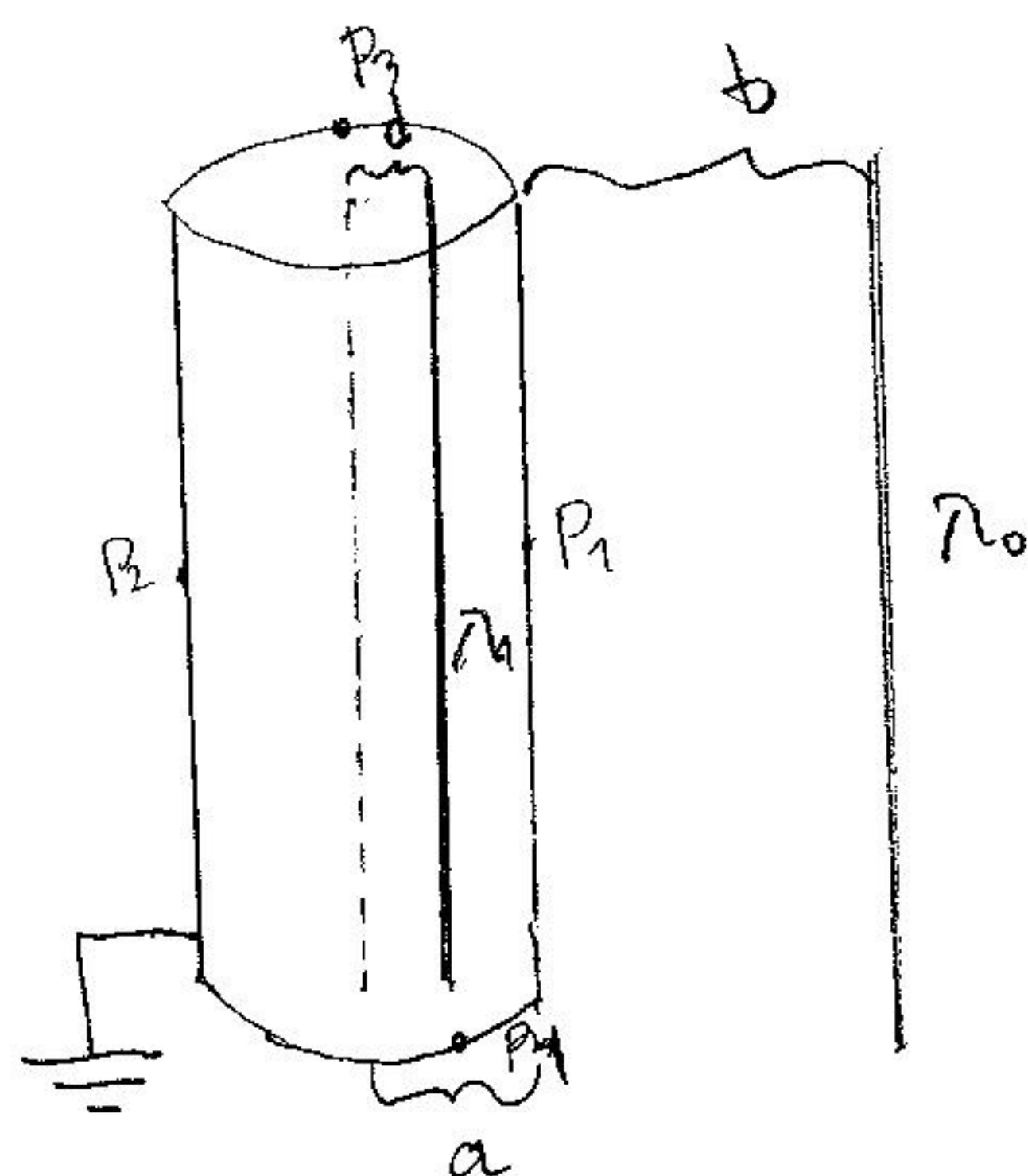


P3

FI2002 Pauta C2

Det $\vec{E}(r)$ fuera del conductor

Sol: Usando el método de las cargas imágenes, ubicamos una distribución lineal de carga de densidad λ_1 , paralela a la distribución λ_0 , al interior del cilindro a una distancia d del eje del cilindro, en el plano que determinado por λ_0 y el eje del cilindro. (2ptos)



Imponemos que, (con simetría cilíndrica), el potencial sea nulo en los puntos (rectas)

P_1, P_2, P_3 y P_4 , ¿por qué? porque tenemos 4 incógnitas, y necesitamos 4 ecuaciones:

Por Gauss: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2\pi r E(r) \cdot \cancel{h} = \lambda_0 \cdot \cancel{h}$

$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\lambda_0}{2\pi r} \hat{r}$ es el campo producido por λ_0

$\Rightarrow V(r) = - \int_{ref}^r \vec{E} \cdot d\vec{l} + V_{ref} = - \frac{\lambda_0}{2\pi} \int_{ref}^r \frac{dr}{r} + V_{ref} = \frac{\lambda_0}{2\pi} \ln(r/ref) + V_{ref}$

Se indosine para $ref = \infty$, luego expresamos el $V(r)$ así:

$V_0(r) = \frac{-\lambda_0}{2\pi} \ln(r) + C_0$, donde $C_0 = \frac{+\lambda_0}{2\pi} \ln(ref) + V_{ref}$

de la misma forma: $V_1(r) = \frac{-\lambda_1}{2\pi} \ln(r) + C_1$, con $C_1 = \frac{\lambda_1}{2\pi} \ln(ref) + V_{ref}$

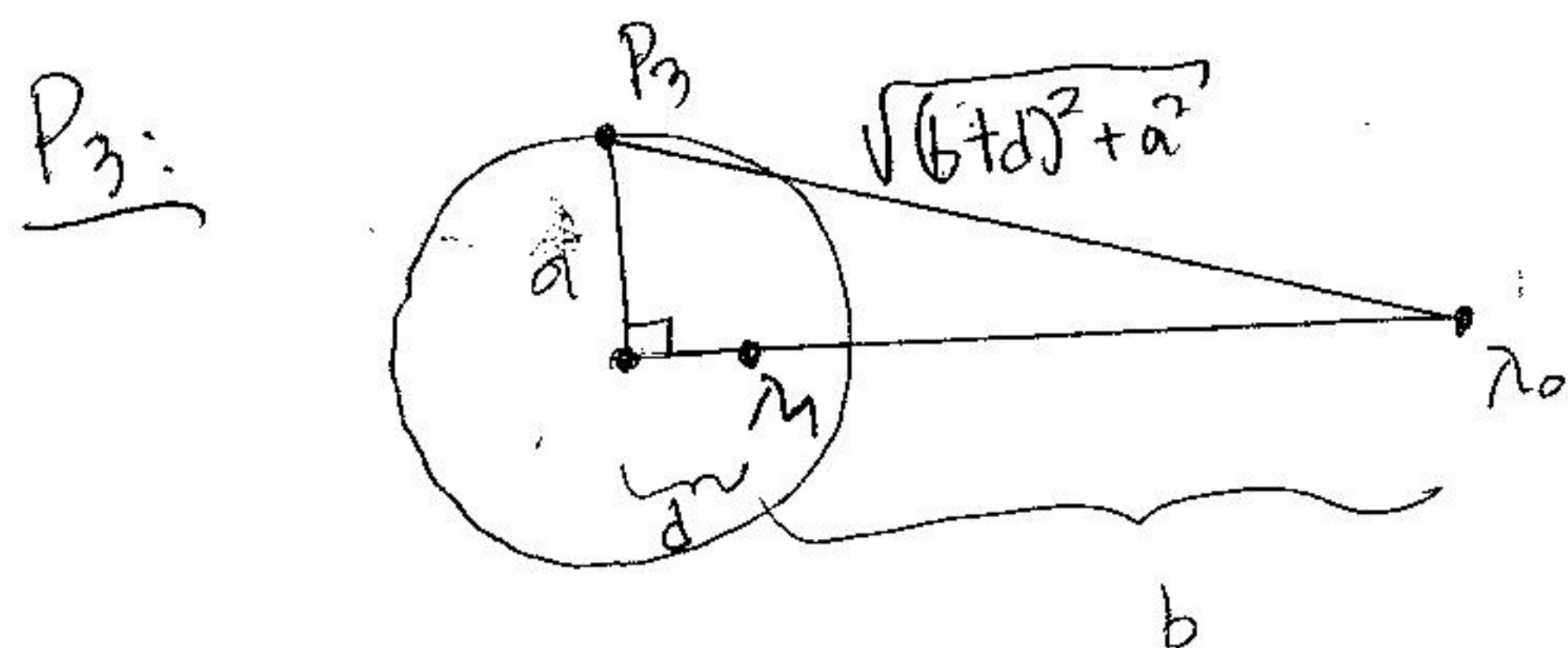
$\Rightarrow$ Imponemos $V_0(r) + V_1(r) = 0$ en P_1, P_2, P_3 y P_4

Pauta P3C2

1/2

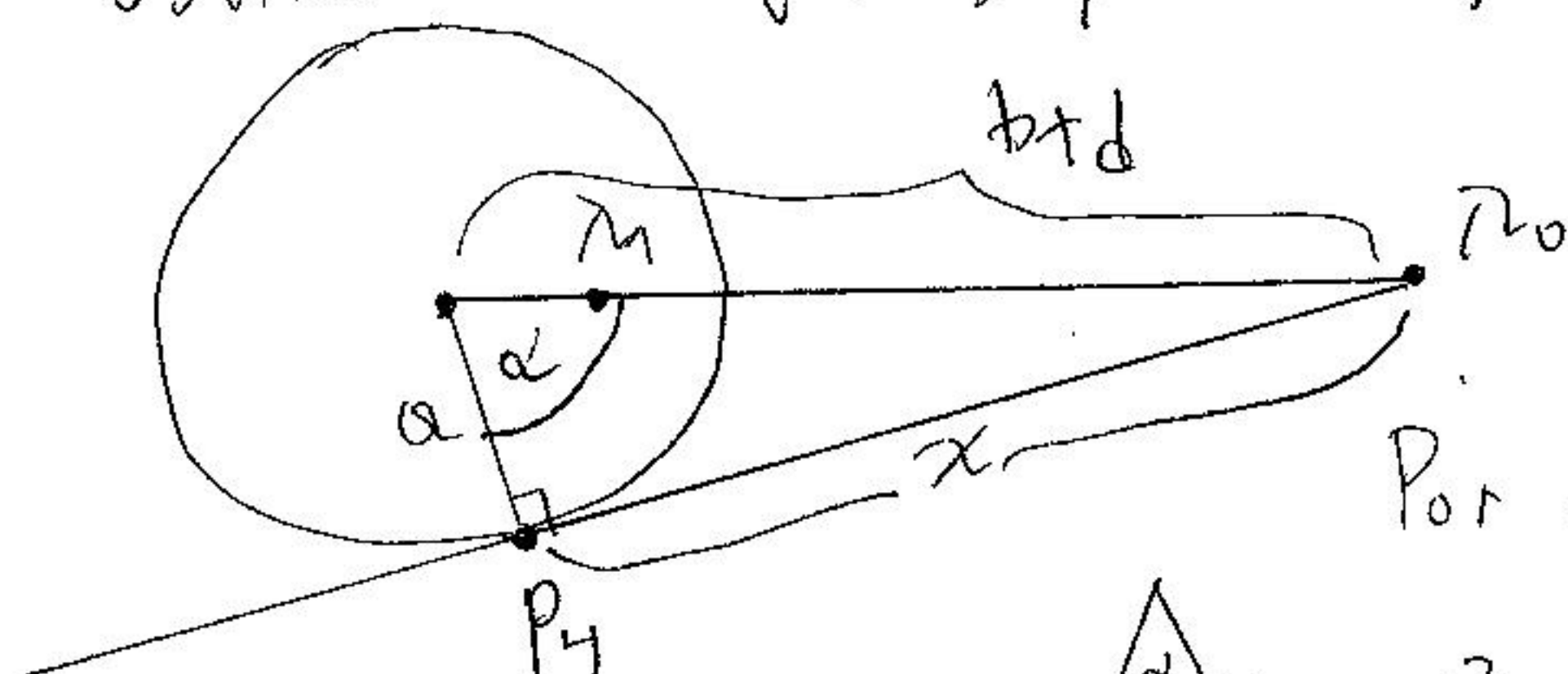
$$P_1: \frac{-\lambda_0}{2\pi} \ln(a-d) + C_0 + \frac{\lambda_1}{2\pi} \ln(b) + C_1 = 0$$

$$P_2: \frac{-\lambda_0}{2\pi} \ln(a+d) + C_0 + \frac{-\lambda_1}{2\pi} \ln(b+2a) + C_1 = 0$$

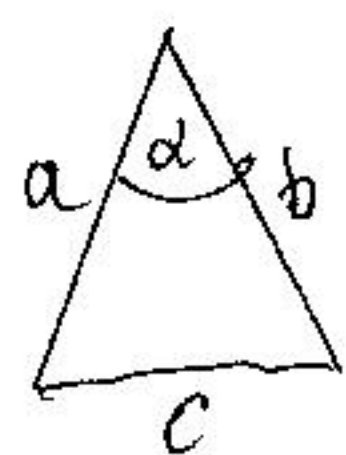


$$\frac{-\lambda_0}{2\pi} \ln(\sqrt{(b+d)^2 + a^2}) + C_0 + \frac{-\lambda_1}{2\pi} \ln(a^2) + C_1 = 0$$

P₄: Usando la tangente, pues el punto opuesto a P₃ entrega la misma ecuación que P₃:



Por el Teo del Coseno:



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$$

$$\Rightarrow x^2 = a^2 + (b+d)^2 - 2a(b+d) \cos \alpha$$

$$\forall: \cos \alpha = \frac{a}{b+d} \Rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{a}{b+d}\right). \text{ Luego:}$$

$$\frac{-\lambda_0}{2\pi} \ln(b+d) + C_0 + \frac{-\lambda_1}{2\pi} \ln\left(\sqrt{a^2 + (b+d)^2 - 2a(b+d) \cos\left(\arccos\left(\frac{a}{b+d}\right)\right)}\right) + C_1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-\lambda_0}{2\pi} \ln(b+d) + C_0 + \frac{-\lambda_1}{2\pi} \ln(\sqrt{(b+d)^2 - a^2}) + C_1 = 0$$

Puntaje: No es necesario resolver el sistema, cada ecuación vale 1 pto, no necesariamente deben ser estas.

Punto A3(2

2/2