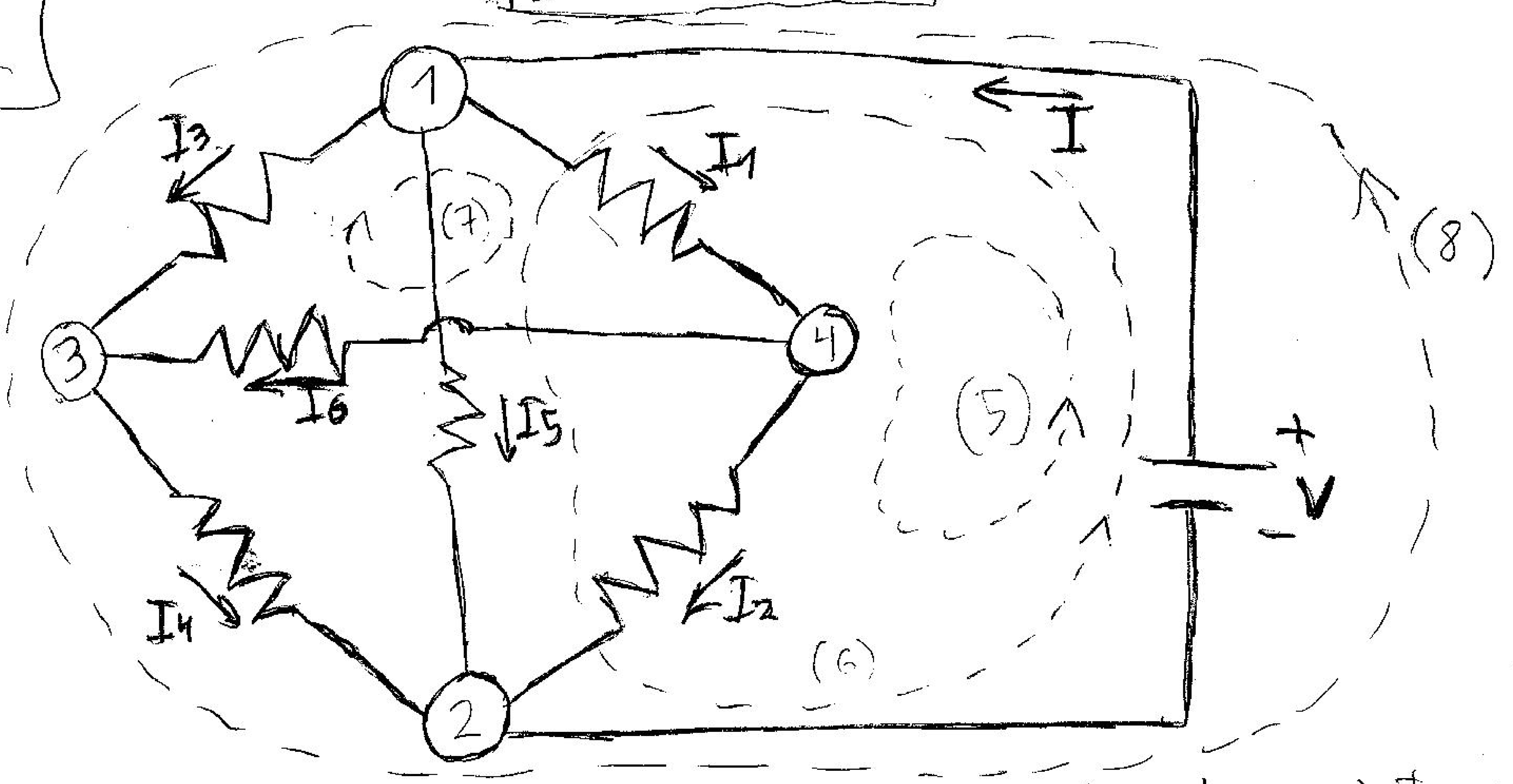
FI2002 Pauta C2

P2



Sol: Definimos las corrientes $I_1, \ldots, I_6$, correspondientes a las corrientes que circulan por cada resistencia (El sentido de estas corrientes es arbitrario, ya que de resultar en sentido contrario, el signo del resultado indicará el sentido). Si conectamos cualquier por de nodos (contactos) a una fem de voltaje V y calculamos la corriente I que sale de dicha fuente podemos calcular la resistencia equivalente vista desde esos nodos como: $R_{eq} \equiv \frac{V}{I}$. Para despejar I debemos plantear las leyes de voltaje (LVK) y corriente (LCK) de Kirchoff, y resolver el sistema de ecuaciones resultante. Como todas las resistencias son iguales (R) expresamos directamente el voltaje en c/u como $V_{R_i} = R \cdot I_i$, donde "i" representa a la i-ésima R.

LCK: (1) $I = I_1 + I_3 + I_5$; (2) $I = I_2 + I_4 + I_5$; (3) $I_4 = I_3 + I_6$; (4) $I_1 = I_2 + I_6$

LVK: (5) $V = R \cdot I_1 + R \cdot I_2$; (6) $V = R \cdot I_5$; (7) $\cancel{R} \cdot I_3 = \cancel{R} \cdot I_1 + \cancel{R} \cdot I_6$; (8) $V = R \cdot I_3 + R \cdot I_4$

Nota: No es necesario plantear todas las ecuaciones, de hecho acá no se han planteado todas y aún así hay algunas linealmente dependientes.

Pauta P2 C2

1/2

Igualando (1) y (2): $I_1 + I_3 = I_4 + I_2$

Igualando (5) y (8): $\cancel{R}(I_3 + I_4) = \cancel{R}(I_1 + I_2)$ $\Rightarrow \begin{cases} I_1 + I_3 = I_4 + I_2 \\ I_1 - I_3 = I_4 - I_2 \end{cases}$

Sumando estas ecuaciones: $2I_1 = 2I_4 \Rightarrow \underline{I_1 = I_4}$

Reemplazando esto em cualquiera de las 2 ecuaciones anteriores: $\underline{I_3 = I_2}$

Sumando (3) y (7): $\cancel{I_3} + I_6 + I_1 + I_6 = I_4 + \cancel{I_3} \Rightarrow 2I_6 = I_4 - I_1$

Y como $I_1 = I_4$: $2I_6 = 0 \Rightarrow \underline{I_6 = 0}$

Reemplazando en (7): $\underline{I_1 = I_3}$ $\therefore$ $\underline{I_1 = I_2 = I_3 = I_4 \equiv I'}$

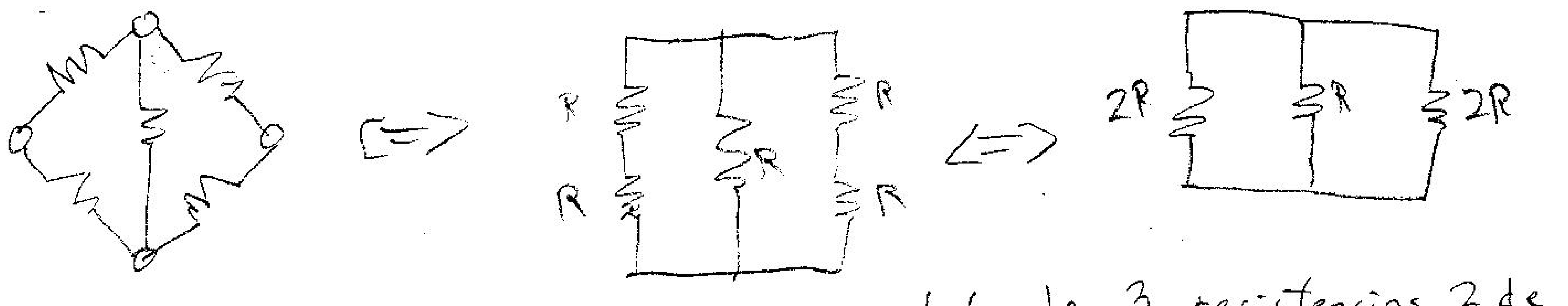
Igualando (5) y (6): $R(I_1 + I_2) = RI_5 \Rightarrow I_5 = I_1 + I_2 \Rightarrow \underline{I_5 = 2I'}$

Luego (1) queda: $I = I_1 + I_3 + I_5 = 2I' + I_5 = 2I_5 \Rightarrow \underline{I = 2I_5}$

Y de (6) tenemos: $I_5 = \dfrac{V}{R} \Rightarrow I = \dfrac{2V}{R}$

Luego la resistencia equivalente es: $R_{eq} \equiv \dfrac{V}{I} = \dfrac{V}{2V/R} \Rightarrow \boxed{R_{eq} = \dfrac{R}{2}}$

Otra forma de resolver el problema es fijándose que como las resistencias son iguales, por la simetría del problema, si no existiera R_6, $I_1 = I_2$, y por lo tanto el voltaje V se reparte en partes iguales en ellas. Así ocurriría lo mismo con el otro lado ($I_3 = I_4$), y de esta forma el potencial en los nodos (3) y (4) sería el mismo. Luego si se conecta una resistencia entre estos nodos no habría una diferencia de potencial por lo que no circularía corriente, es decir se tendría $I_6 = 0$. Por lo tanto el circuito equivalente quedaría:



Luego la R_{eq} corresponde a el conjunto en paralelo de 3 resistencias, 2 de valor 2R y 1 de valor R, ie: $R_{eq} = \left(\dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{2R} + \dfrac{1}{2R}\right)^{-1} = \left(\dfrac{2}{R}\right)^{-1}$

$\Rightarrow \boxed{R_{eq} = \dfrac{R}{2}}$

Distribución de Puntajes: (P2 C2)

1) Forma 1 (Sistema de Ecuaciones): • Se requieren 7 ecuaciones L.I., 0,5 ptos c/u.

- $I_1 = I_2 = I_3 = I_4 \equiv I' \rightarrow$ 0,5 ptos
- $I_5 = 2I' \rightarrow$ 0,5 ptos
- $I = 2I_5 \rightarrow$ 0,5 ptos
- $I_6 = 0 \rightarrow$ 0,5 ptos
- $R_{eq} = R/2 \rightarrow$ 0,5 ptos

2) Forma 2 (Argumentar simetría): • Depende del argumento, pero si no llegan al resultado se da puntaje parcial. En particular si llegan a una(s) de las relaciones anteriores, se da el ptaje correspondiente.

• Si no se argumenta por qué $I_6 = 0$ se descuentan 3 ptos