



FI 2002

ELECTROMAGNETISMO

Clase 14

Corriente Eléctrica-II

LUIS S. VARGAS
Area de Energía
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

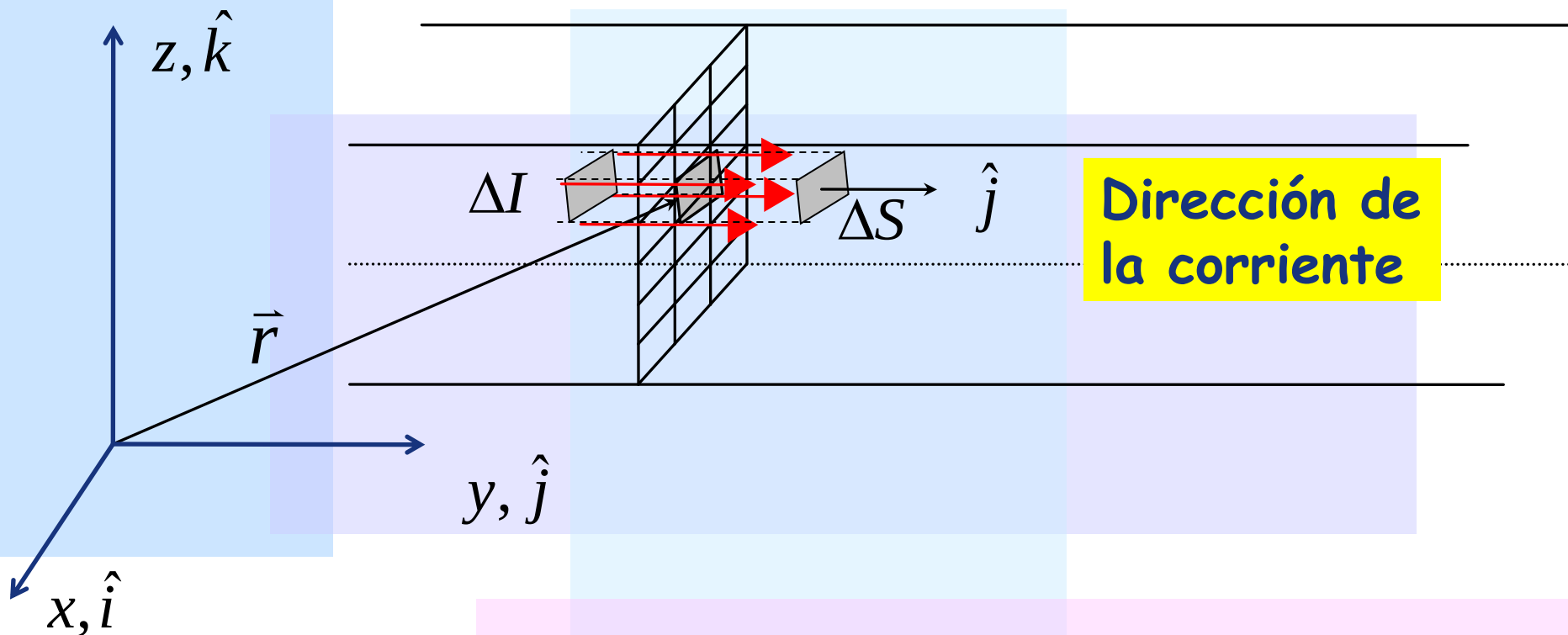


INDICE

- Vector densidad de corriente
- Ley de Ohm
- Efecto Joule
- Ejemplo



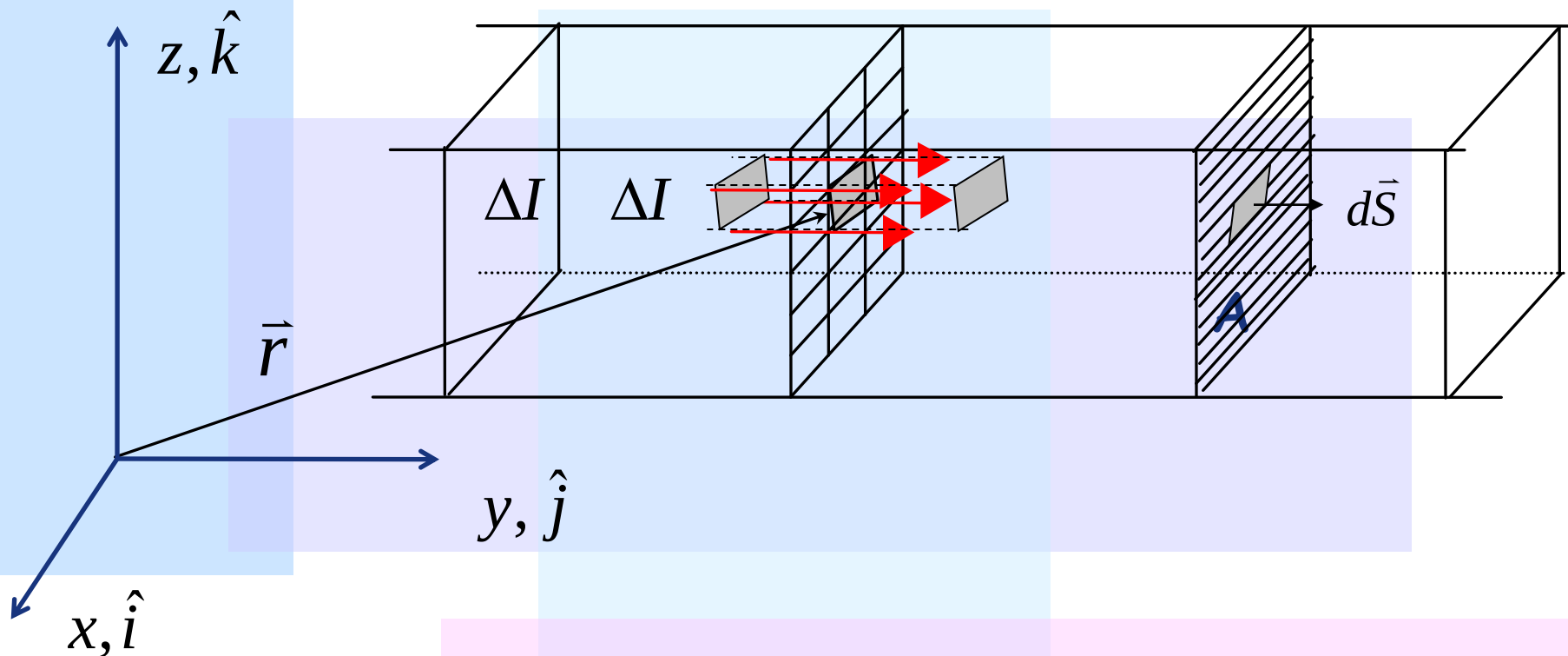
Densidad de Corriente



Vector densidad de corriente
$$\vec{J}(\vec{r}) = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} \hat{j}$$



Densidad de Corriente



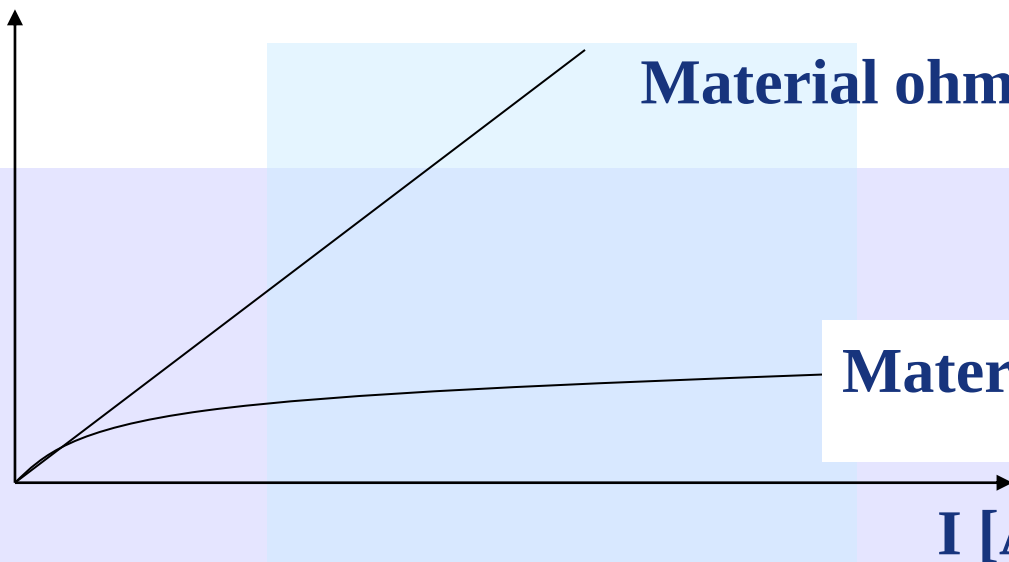
Corriente a través de A

$$I = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{S}$$



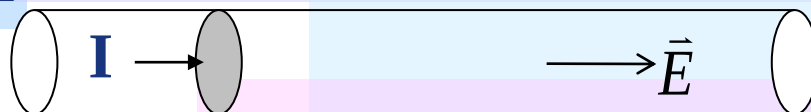
Ley de Ohm

$$V = V_1 - V_2 [\text{v}]$$



V_1

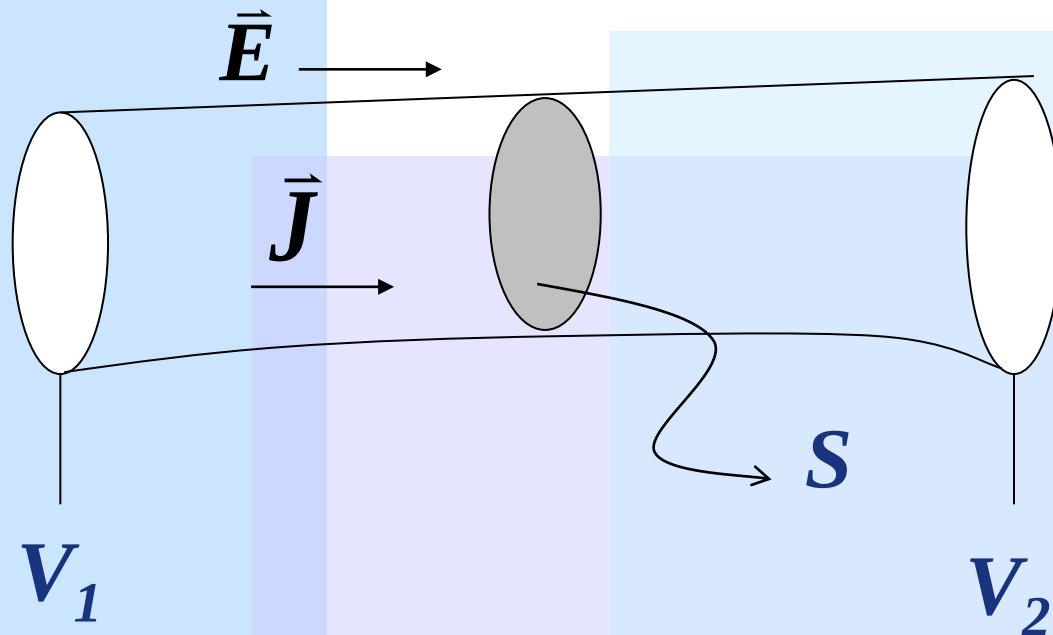
V_2



$$\vec{J} = g \vec{E} \quad \Rightarrow \quad \Delta V = RI \quad R = \rho \times \frac{l}{A}$$



Ley de Ohm



Ley de OHM

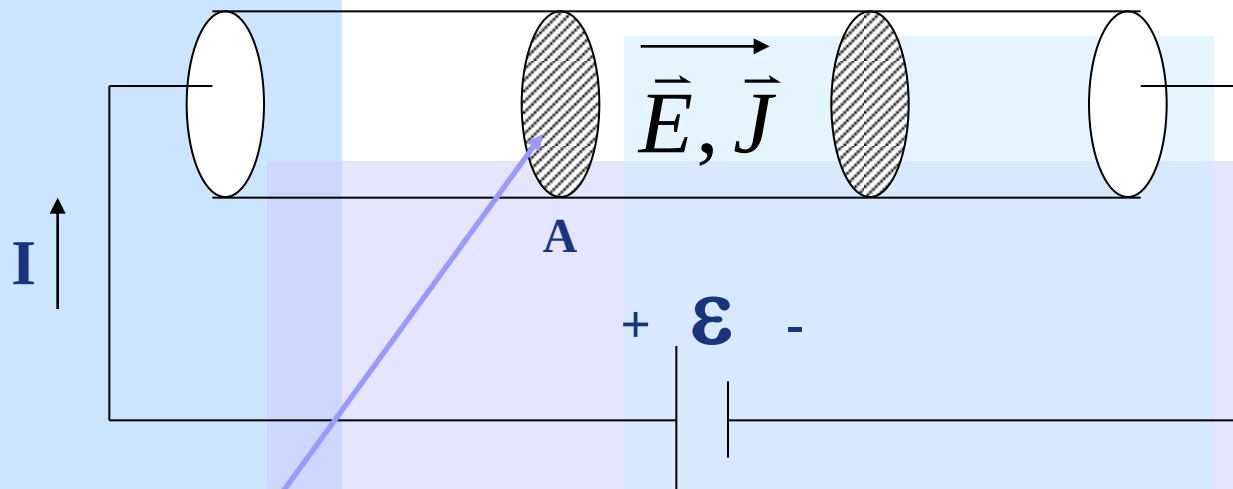
$$\vec{J} = g \vec{E}$$

$$\Delta V = RI$$

$$R = \frac{\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}}{\iint_S g \vec{E} \cdot d\vec{S}}$$



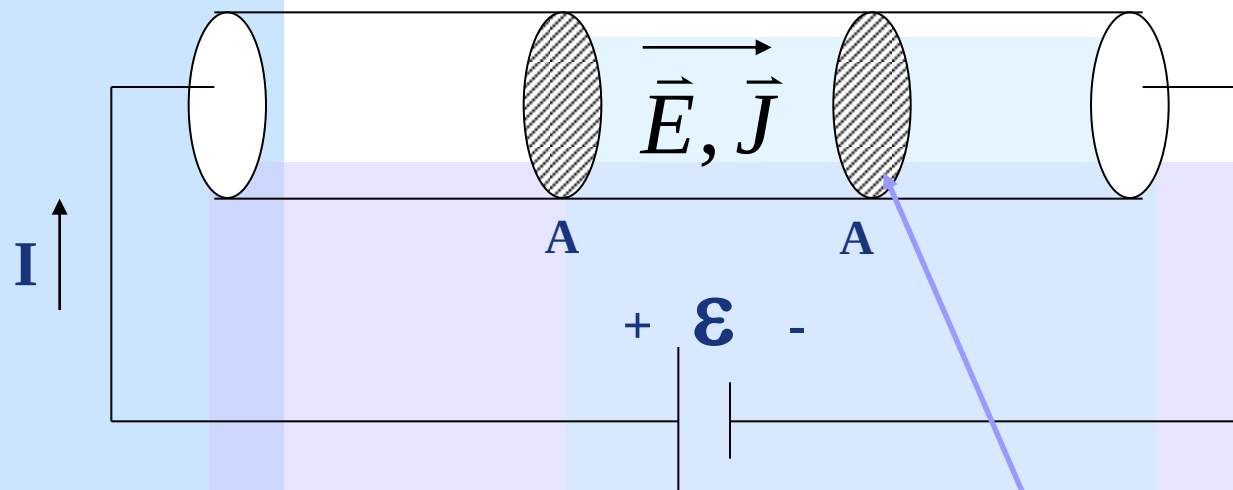
Efecto Joule



$U_1 = \Delta Q_1 \cdot V_1$ energía de la carga en el disco 1



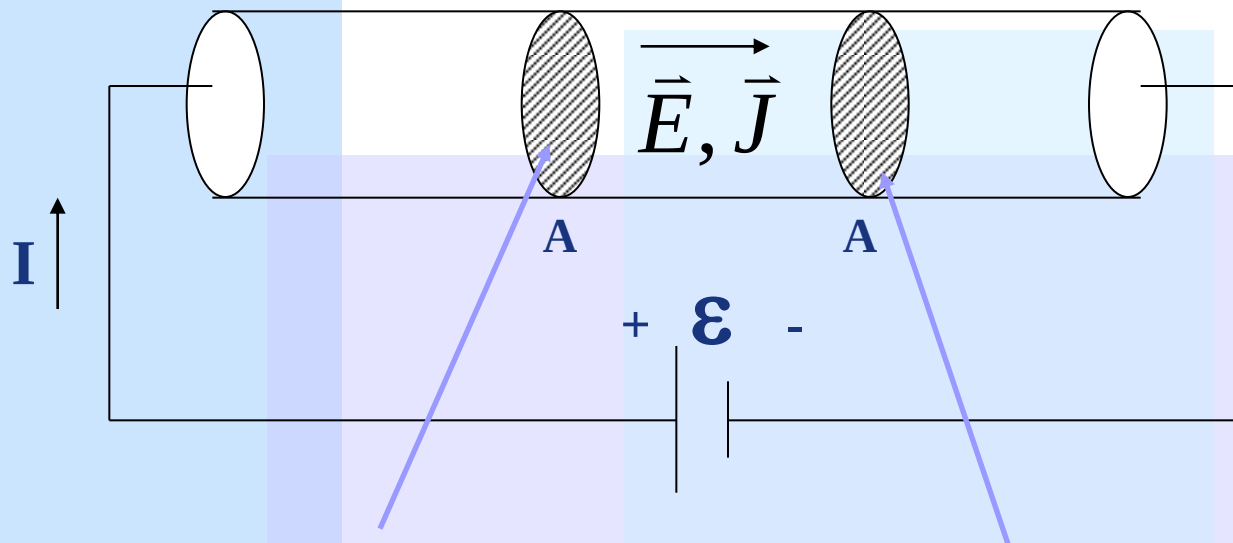
Efecto Joule



$U_2 = \Delta Q_2 V_2$ energía de la carga en el disco 2



Efecto Joule

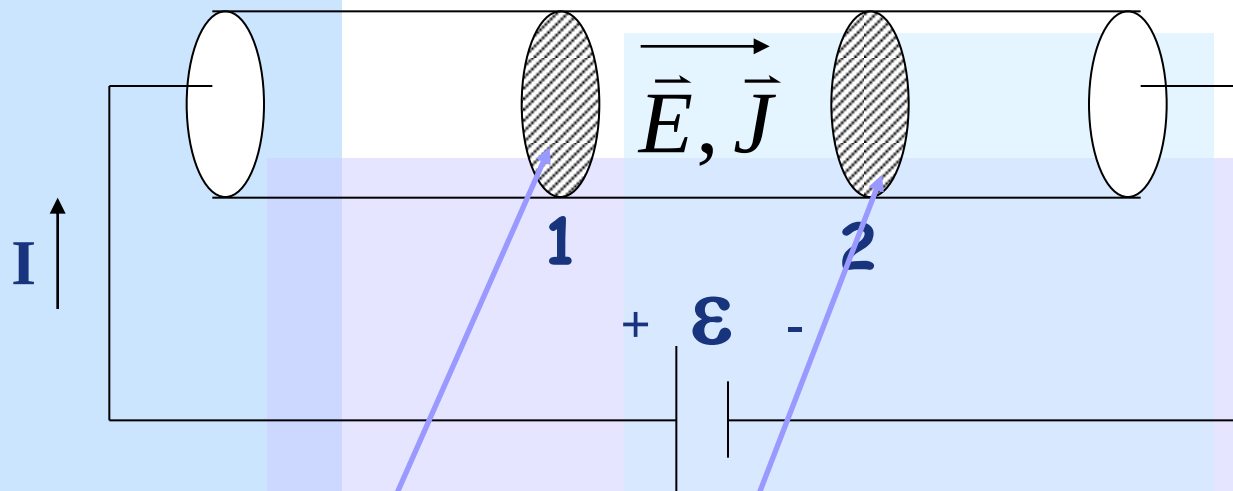


Diferencia de energía
entre 1 y 2

$$\Delta U = \Delta Q_1 V_1 - \Delta Q_2 V_2$$



Efecto Joule



$$\Delta Q_1 = \Delta Q_2$$

$$\Delta U = \Delta Q(V_1 - V_2)$$

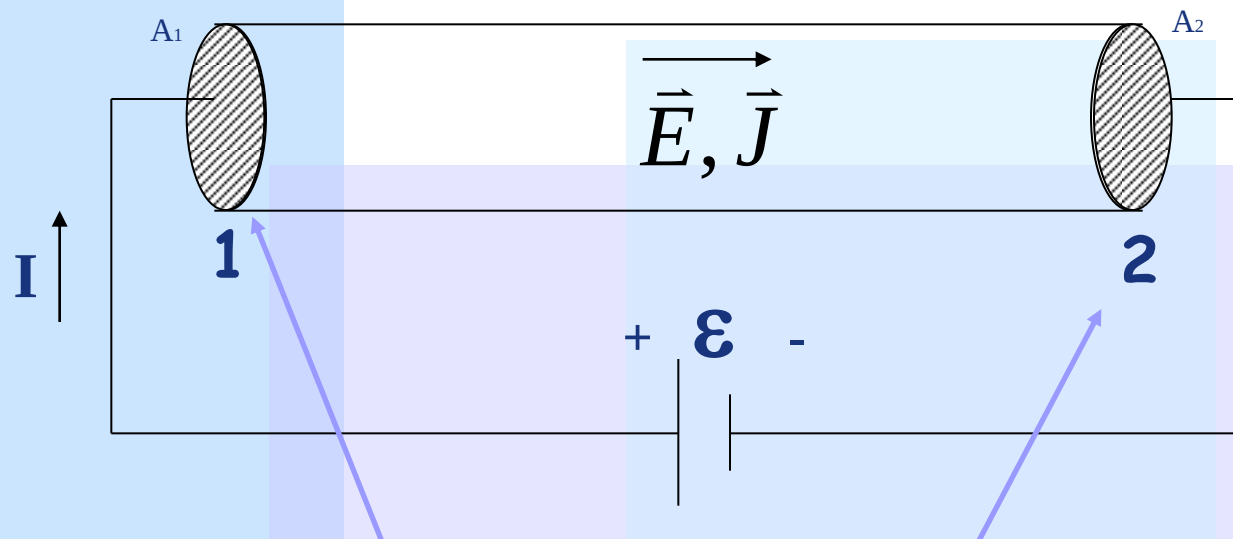
**Potencia es la derivada
de la Energía**

$$P = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} (V_1 - V_2)$$

$$P = I(V_1 - V_2)$$



Efecto Joule



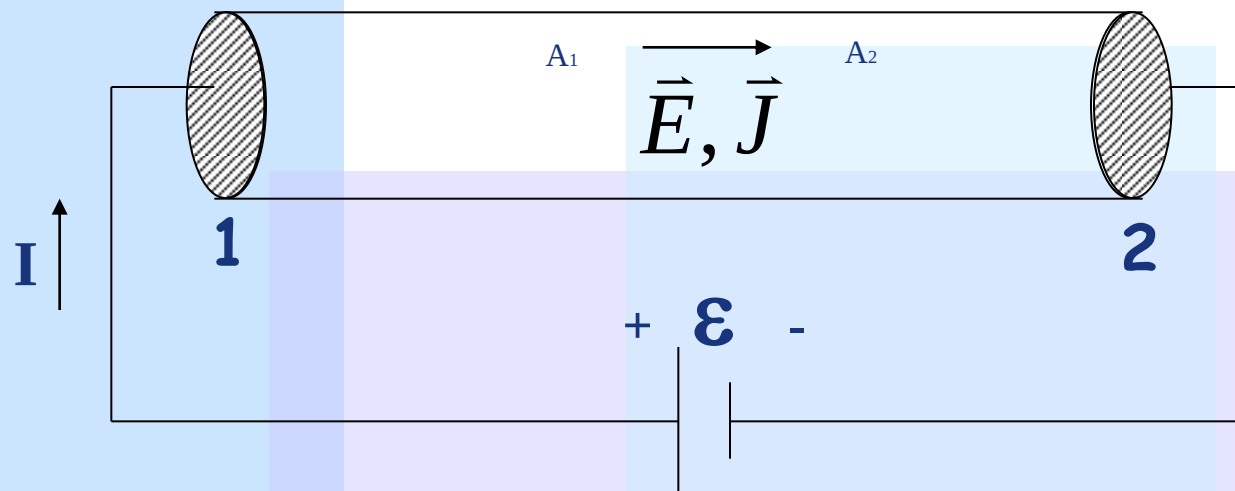
- Calor disipado
- Fem proporciona energía

Potencia es diferencia de potencial por corriente

$$\Rightarrow P = I\Delta V$$



Efecto Joule



- Calor disipado
- Fem proporciona energía

$$\Delta V = RI \quad \Rightarrow \quad P = I \cdot R \cdot I = RI^2 \quad \text{ó} \quad P = \frac{\Delta V^2}{R}$$

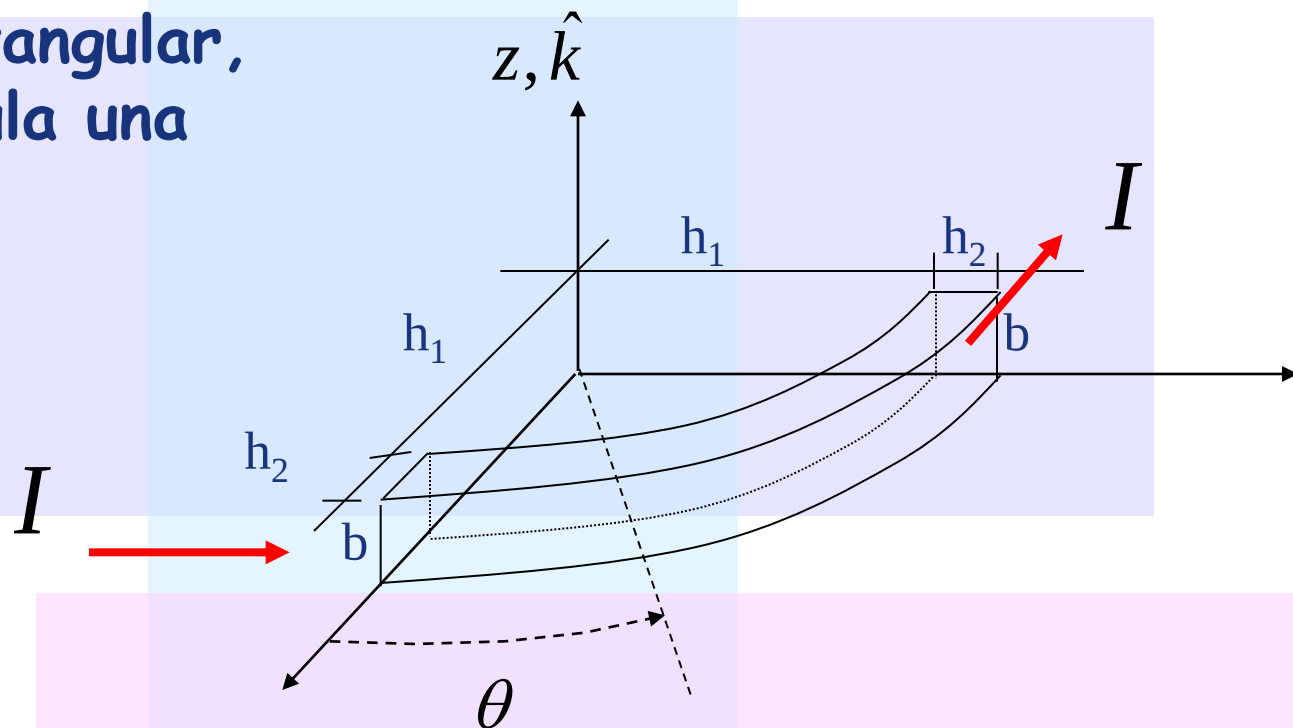


Ejemplo

Una barra de cobre
pandeada de conductividad
 g y sección rectangular,
por la cual circula una
corriente I

$$R = ?$$

$$P = ?$$



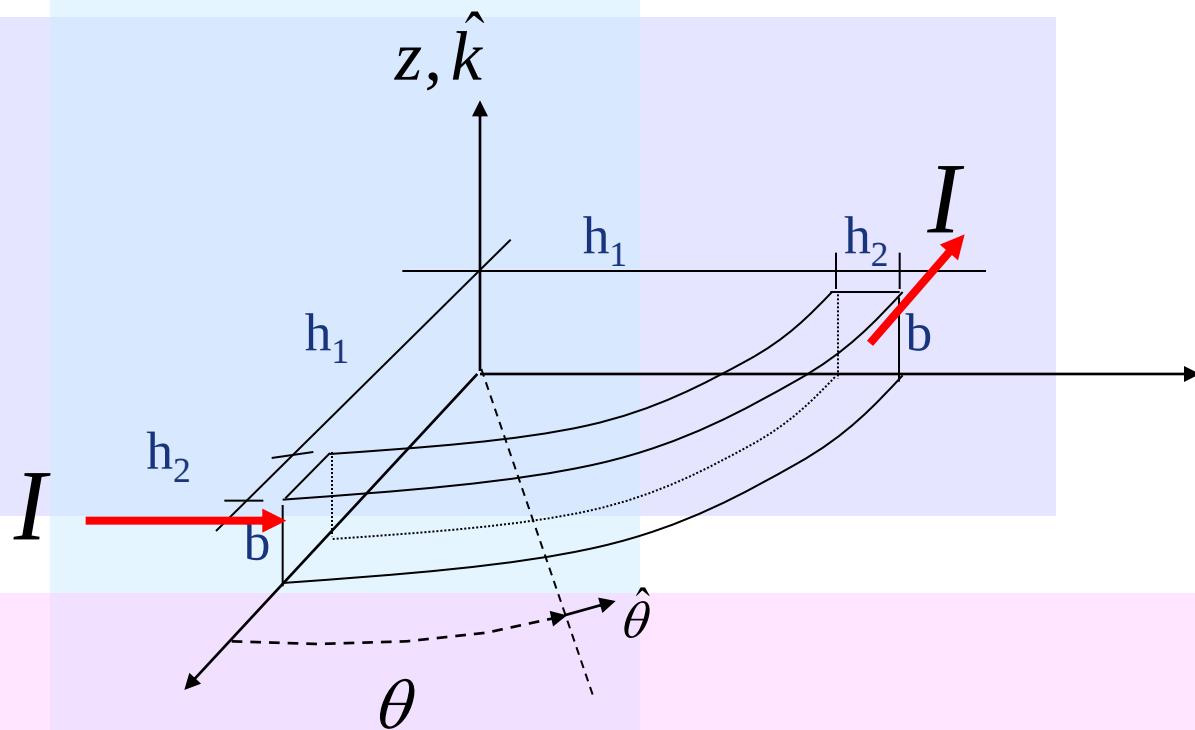


Ejemplo

Vector densidad de corriente

$$\vec{J}(\vec{r}) = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} \hat{\theta}$$

$$I = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{S}$$



Suponemos que la corriente se distribuye en forma uniforme

$$\Rightarrow \vec{J}(\vec{r}) = \frac{I}{bh_2} \hat{\theta}$$



Ejemplo

Resistencia

$$R = \frac{\int_1^2 \frac{\vec{J}}{g} \cdot d\vec{l}}{\iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S}}$$

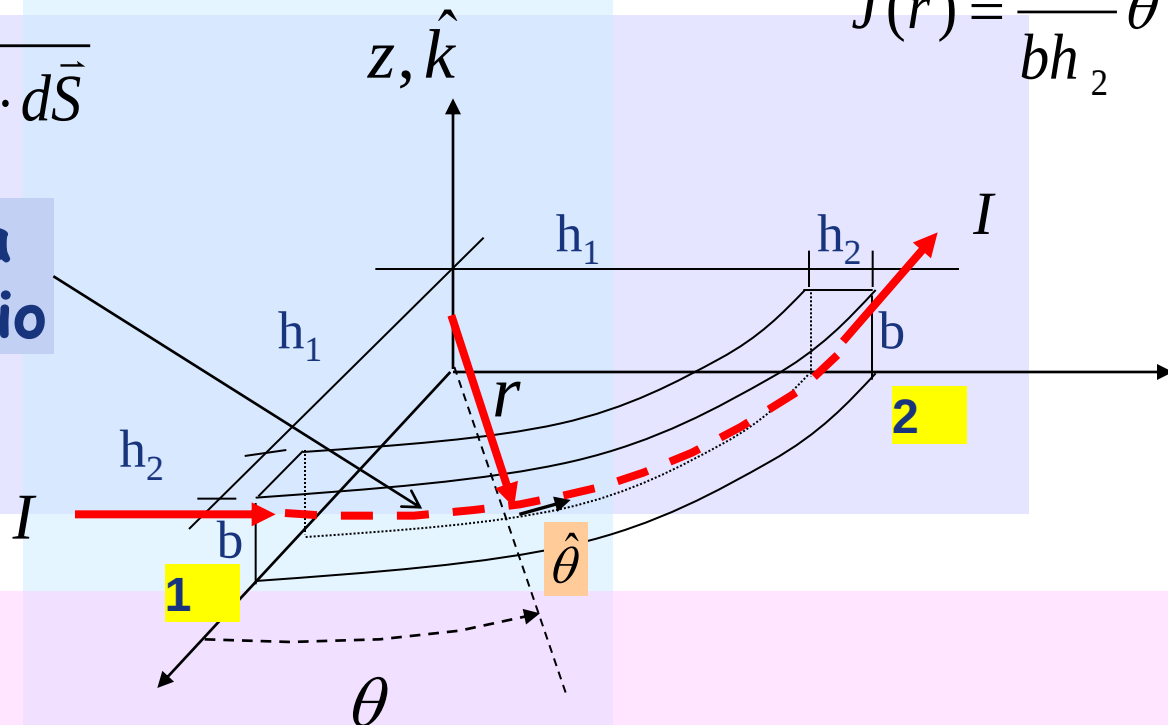
Tomando trayectoria
1-2 en el radio medio

$$r = h_1 + \frac{h_2}{2} \Rightarrow$$

$$d\vec{l} = r d\theta \hat{\theta}$$

$$\int_1^2 \frac{\vec{J}}{g} \cdot d\vec{l} = \frac{I}{gbh_2} r \frac{\pi}{2}$$

$$\vec{J}(\vec{r}) = \frac{I}{bh_2} \hat{\theta}$$





Ejemplo

Resistencia

$$R = \frac{\int_1^2 \frac{\vec{J}}{g} \cdot d\vec{l}}{\iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S}}$$

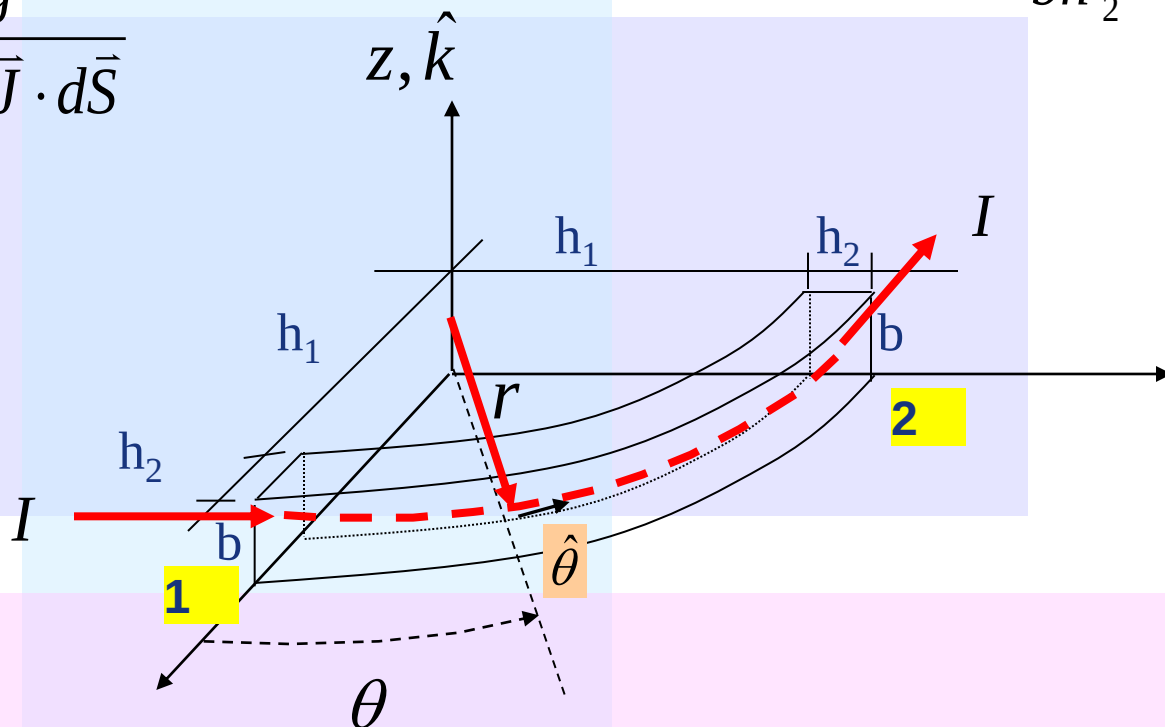
$$\int_1^2 \frac{\vec{J}}{g} \cdot d\vec{l} = \frac{I}{gbh_2} r \frac{\pi}{2}$$

$$\iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = I$$

$$\Rightarrow R = \frac{\frac{I}{gbh_2} r \frac{\pi}{2}}{I}$$

$$\therefore R = \frac{\pi}{2gbh_2} \left(h_1 + \frac{h_2}{2} \right)$$

$$\vec{J}(\vec{r}) = \frac{I}{bh_2} \hat{\theta}$$





Ejemplo

Resistencia

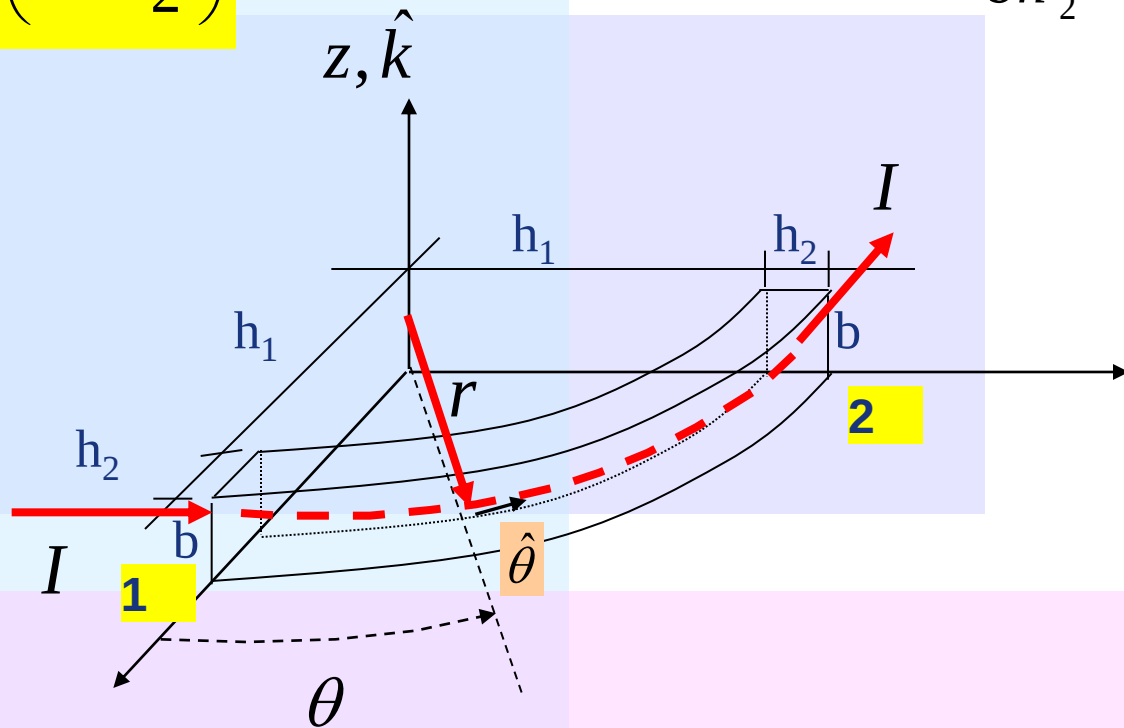
$$R = \frac{\pi}{2gbh_2} \left(h_1 + \frac{h_2}{2} \right)$$

$$\vec{J}(\vec{r}) = \frac{I}{bh_2} \hat{\theta}$$

Potencia disipada

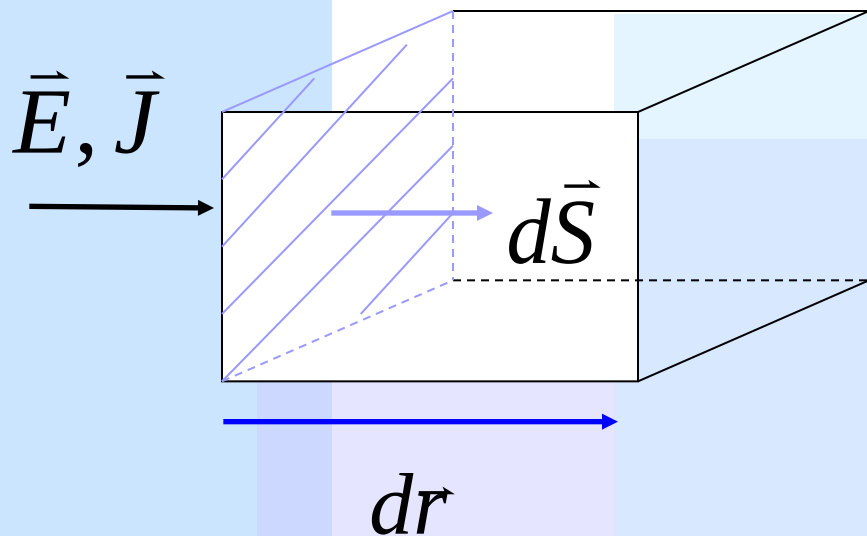
$$P = RI^2$$

$$P = \frac{\pi}{2gbh_2} \left(h_1 + \frac{h_2}{2} \right) I^2$$





Efecto Joule



$$dP = I \Delta V$$

$$dP = \underbrace{(\vec{J} \cdot d\vec{S})}_I \cdot \underbrace{(\vec{E} \cdot d\vec{r})}_{\Delta V}$$

Se cumple $d\vec{S} \cdot d\vec{r} = dv \Rightarrow dP = \vec{J} \cdot \vec{E} \cdot d\vec{S} \cdot d\vec{r}$

$$\Rightarrow dP = \vec{J} \cdot \vec{E} \cdot dv$$

$$\therefore P = \iiint_{\Omega} \vec{J} \cdot \vec{E} dv$$

Potencia disipada en
volumen Ω



Ejemplo

Densidad de corriente

$$\vec{J}(\vec{r}) = \frac{I}{bh_2} \hat{\theta}$$

Campo

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{I}{gbh_2} \hat{\theta}$$

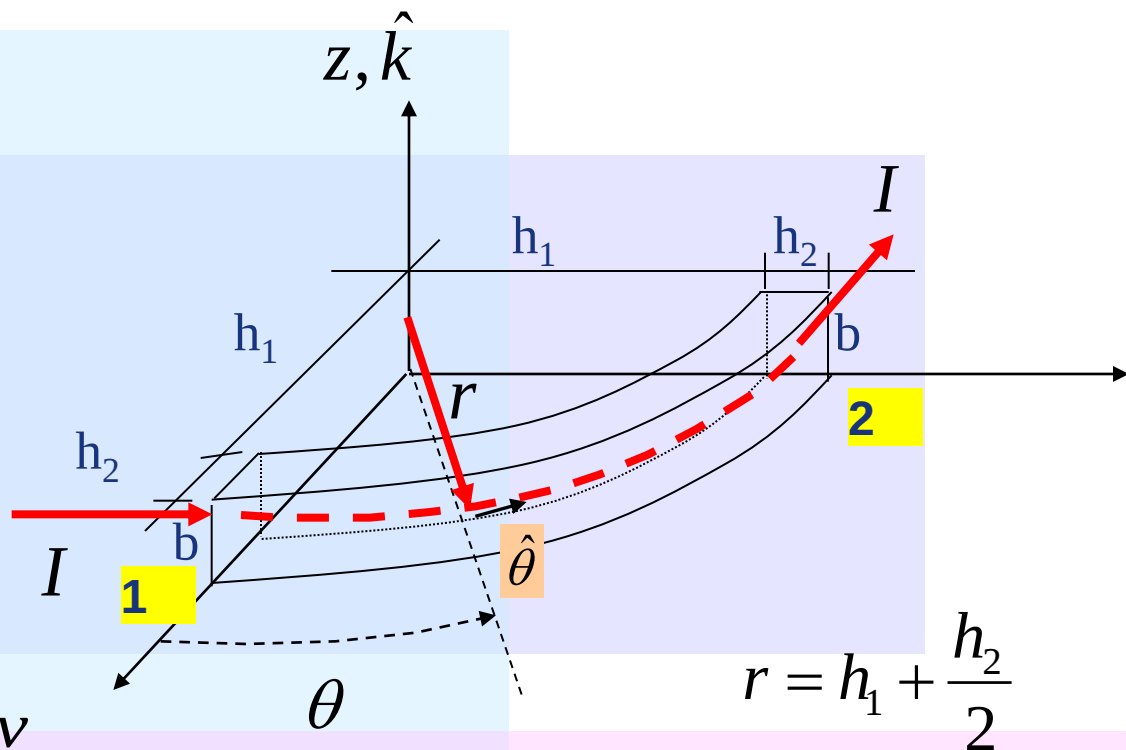
Potencia disipada

$$P = \iiint_{\Omega} \vec{J} \cdot \vec{E} dv$$

$$P = \iiint_{\Omega} \frac{I}{bh_2} \hat{\theta} \cdot \frac{I}{gbh_2} \hat{\theta} dv$$

$$P = \frac{I}{bh_2} \cdot \frac{I}{gbh_2} \iiint_{\Omega} dv = \frac{I^2}{g(bh_2)^2} bh_2 \frac{2\pi r}{4}$$

$$P = \frac{\pi}{2gbh_2} \left(h_1 + \frac{h_2}{2} \right) I^2$$



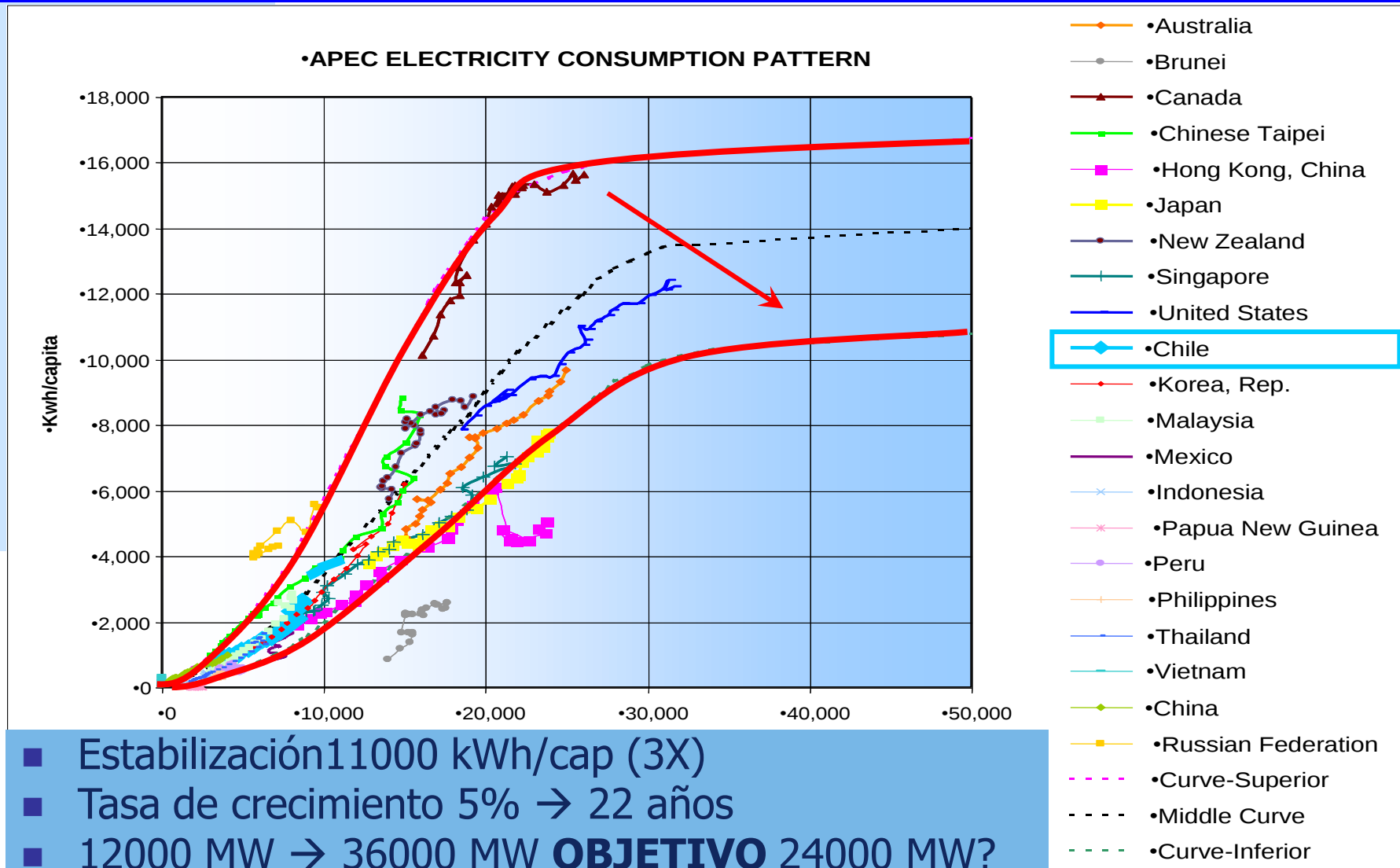


Aspectos prácticos del efecto Joule

- Calentamiento indeseado de máquinas eléctricas
- Calentamiento de artefactos produce un aumento innecesario de consumo
- Produce pérdidas de energía en general
- La eficiencia energética es un tema país



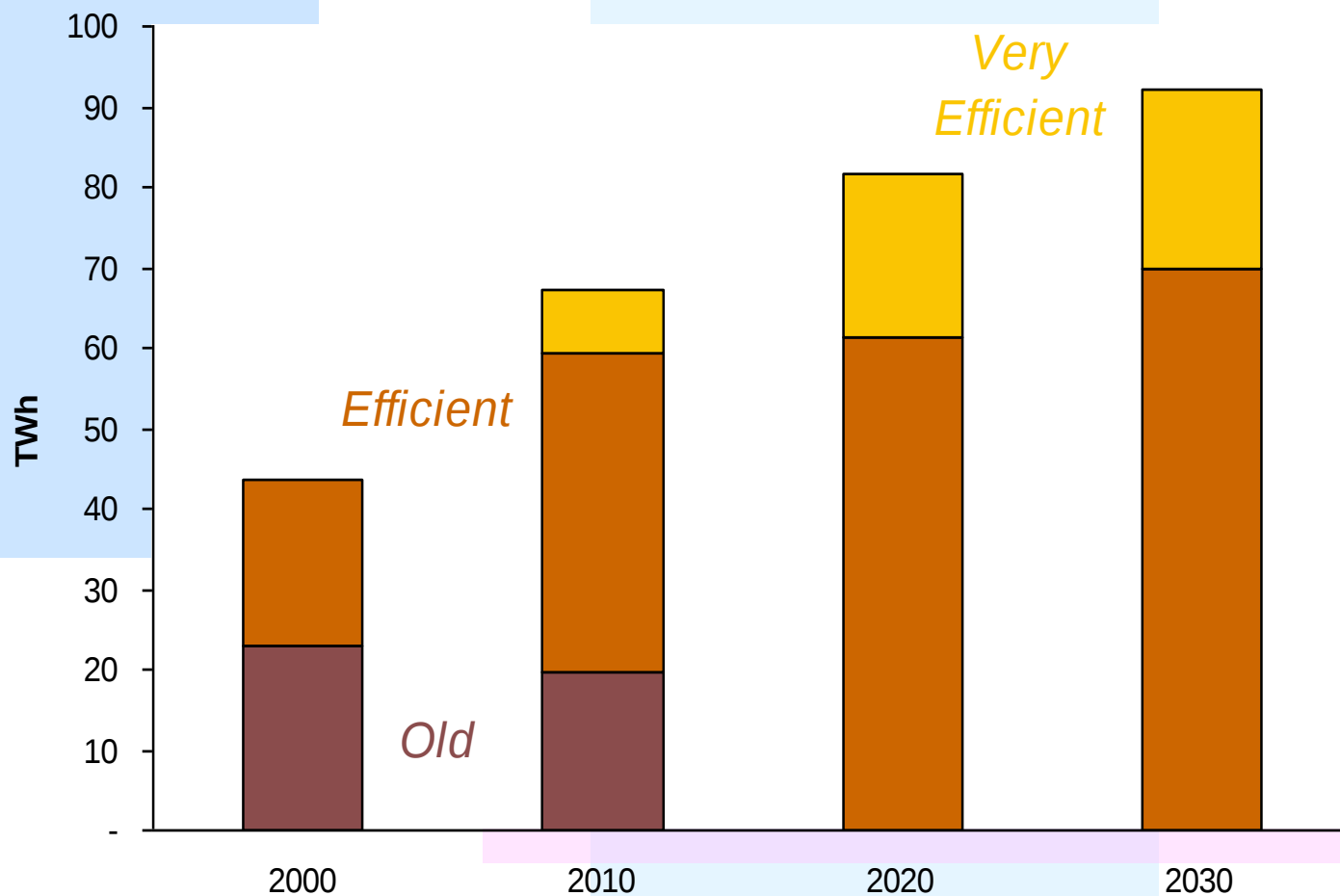
Consumo eléctrico en países APEC





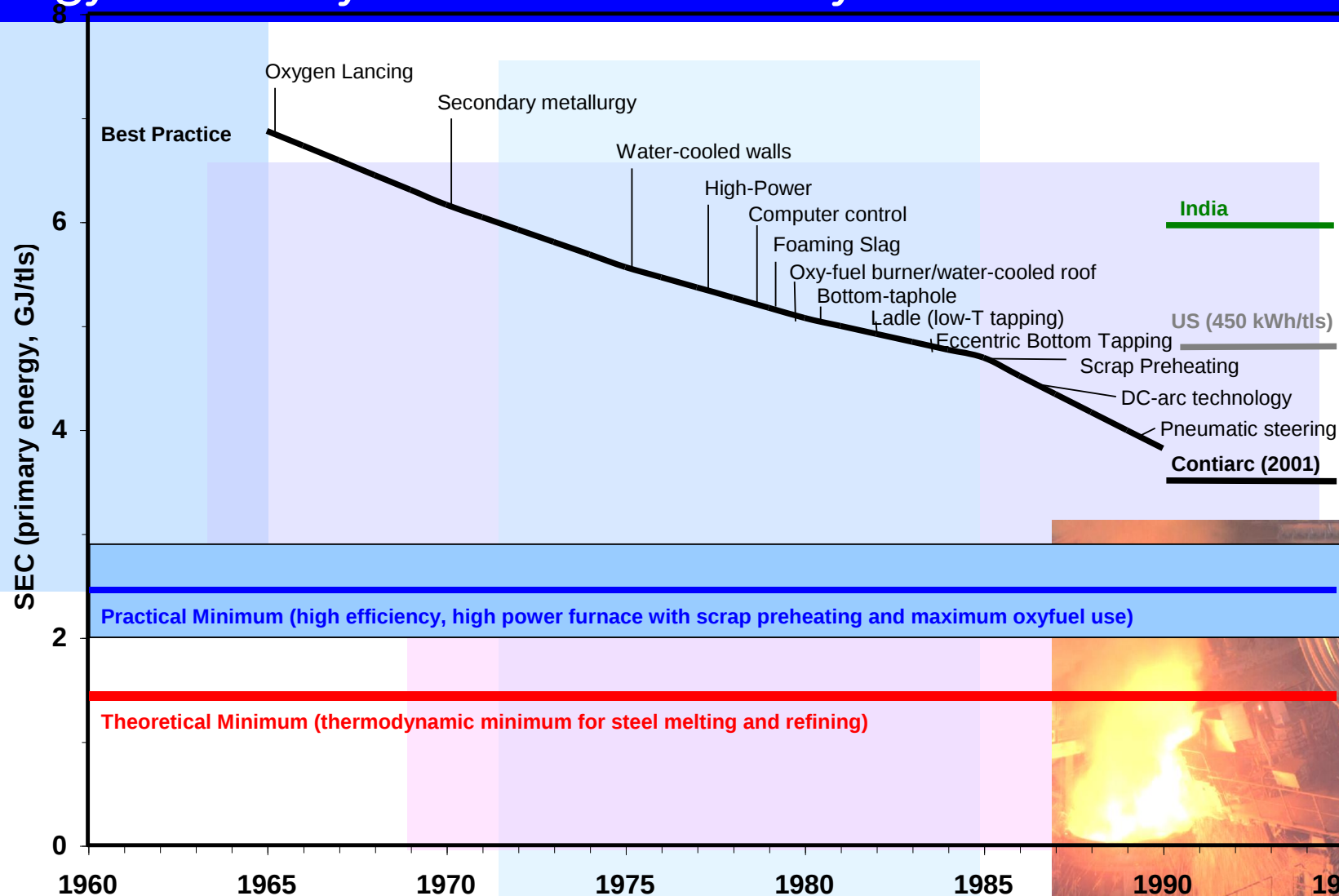
CHINA

China 3.5% Case: Urban Refrigerators





Energy Efficiency in the Steel Industry – Electric Arc Furnace





Eficiencia Energética

Caso California: Uso eléctrico total p/p 1960-2001

