



**fcfm**

Ingeniería Eléctrica  
FACULTAD DE CIENCIAS  
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
UNIVERSIDAD DE CHILE



# **FI 2002**

# **ELECTROMAGNETISMO**

## **Clase 13**

## **Corriente Eléctrica-I**

**LUIS S. VARGAS**  
**Area de Energía**  
**Departamento de Ingeniería Eléctrica**  
**Universidad de Chile**



# INDICE

- Medios materiales en equilibrio electrostático
- El equilibrio dinámico de las corrientes
- Definición de corrientes
- Vector densidad de corriente
- Ley de Ohm

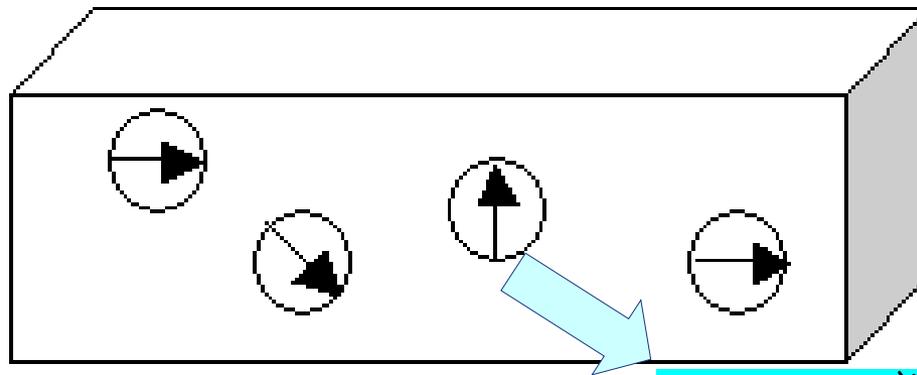


# Medios materiales en electrostática

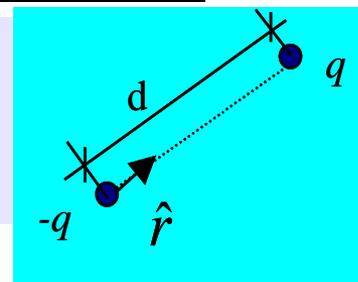
## Dieléctricos

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$



$$\vec{p} = qd\hat{r}$$



Los medios dieléctricos se componen de dipolos que pueden girar en torno a su posición de equilibrio, pero no se desplazan.



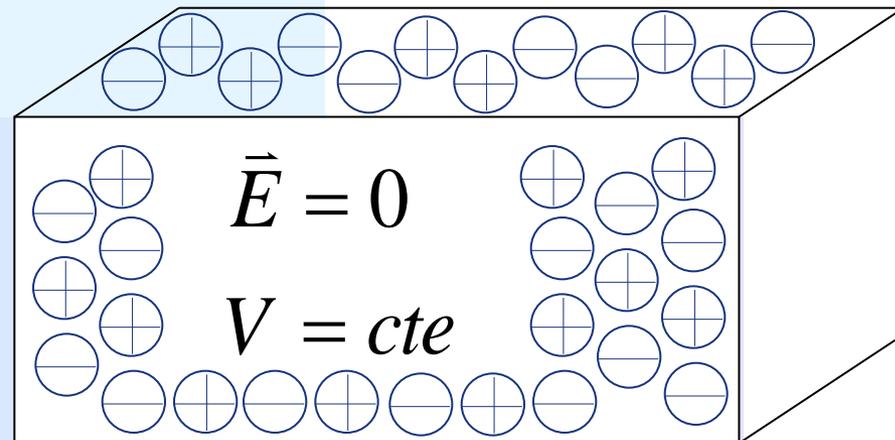
# Medios materiales en electrostática

## Conductores

- Sólo tiene distribución superficial
- no hay polarización.

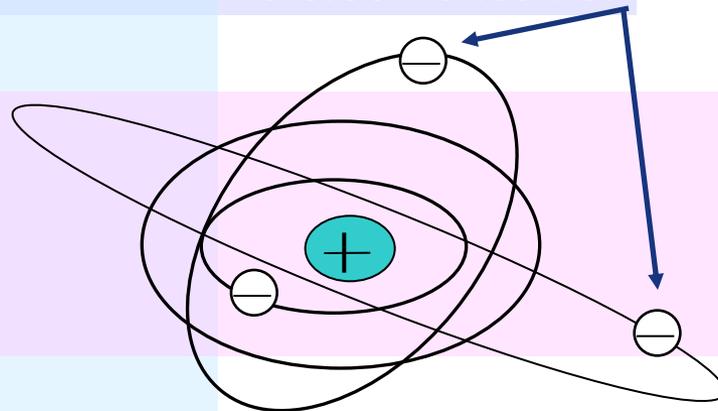
$$\vec{E} = 0$$

$$V = cte$$



electrones de conducción  
o electrones libres

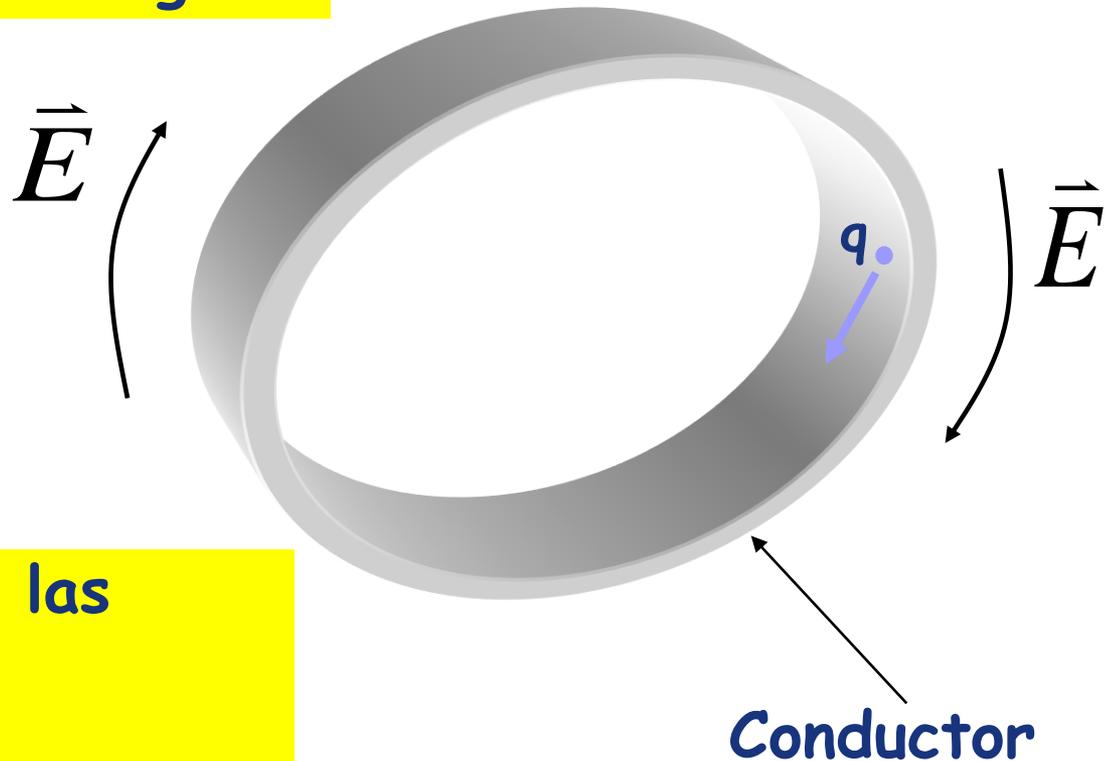
Los conductores poseen abundantes cargas (positivas y negativas) que pueden moverse libremente en presencia de un campo eléctrico





# Equilibrio Dinámico

Qué ocurre si  $\vec{E}$  no se extingue?



Si se mantiene campo las  
cargas se acelerarían  
indefinidamente

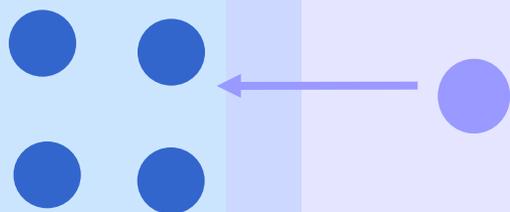
$$\vec{F} = q \bullet \vec{E}$$

$$m\vec{a} = q \bullet \vec{E}$$



# Equilibrio Dinámico

**PERO: Existen colisiones entre las cargas y la estructura del medio material**

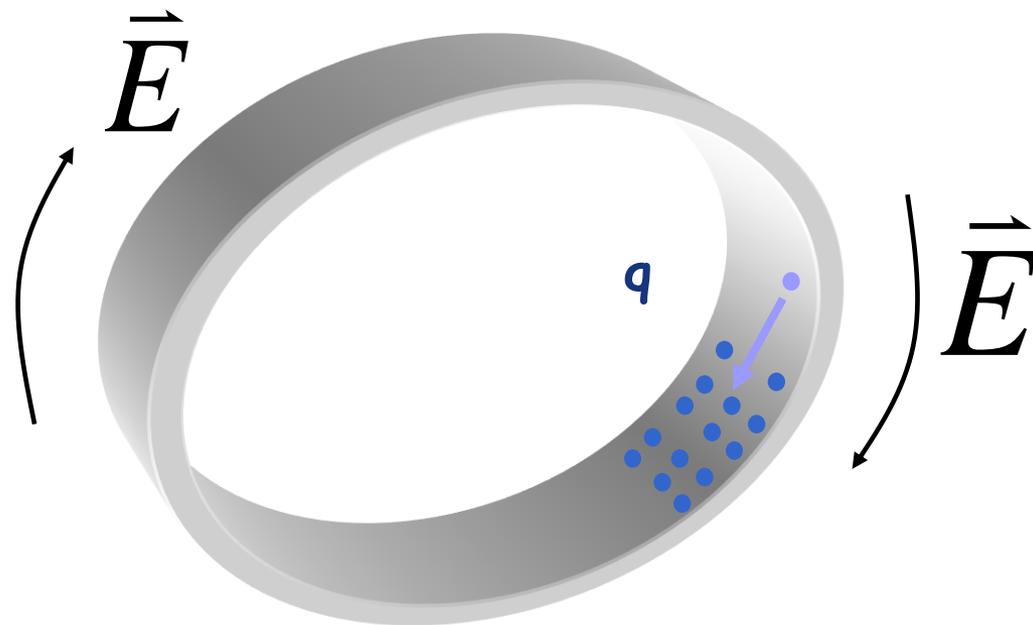


**Colisiones**

**Equilibrio dinámico**

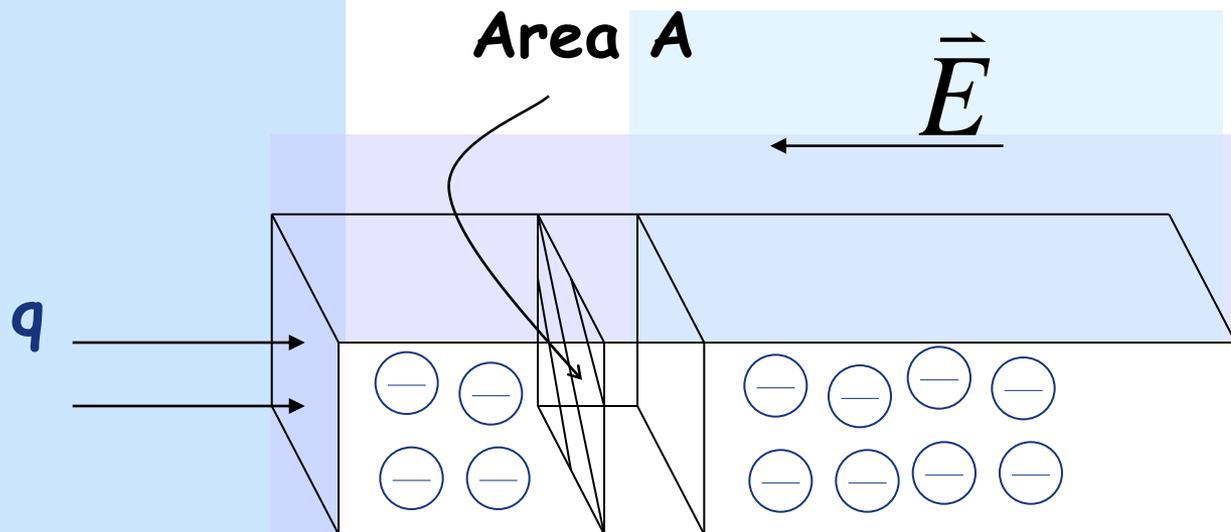


**Velocidad constante**





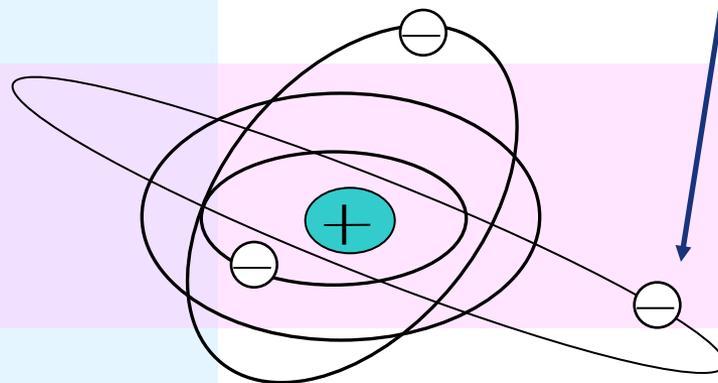
# Definición de Corriente



electrones de  
conducción o  
electrones libres

$$I = \frac{dQ}{dt} [C / seg] = [A]$$

$n$  N° de electrones de  
conducción o electrones libres  
por unidad de volumen



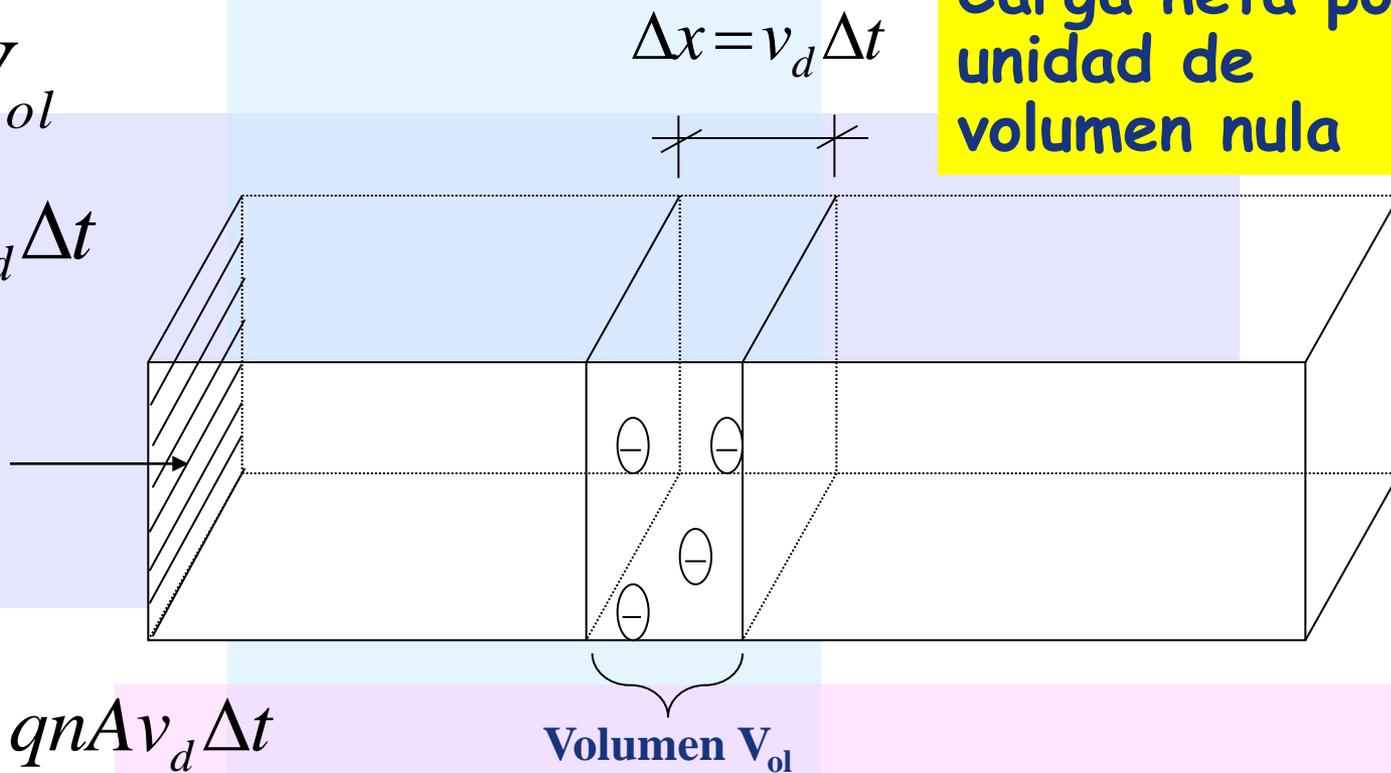


# Definición de Corriente

$$\Delta Q = qnV_{ol}$$

$$\Delta Q = qnAv_d\Delta t$$

Area A



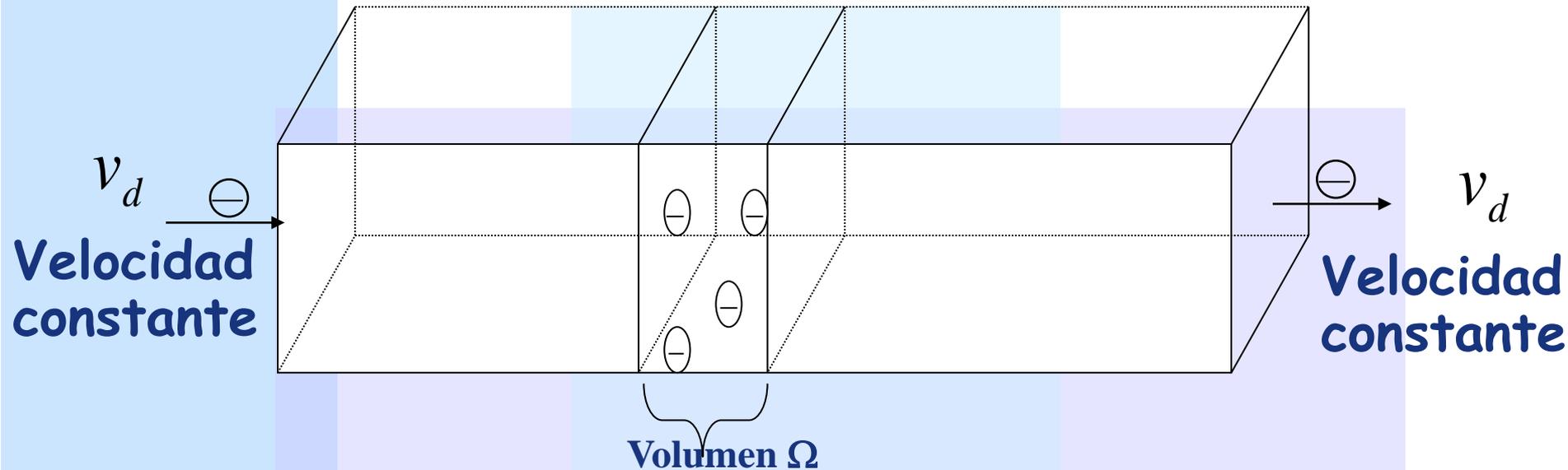
$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{qnAv_d\Delta t}{\Delta t}$$

$$\therefore I = qnAv_d [A] \quad (5.5)$$

$$\Rightarrow I = -enAv_d [A]$$

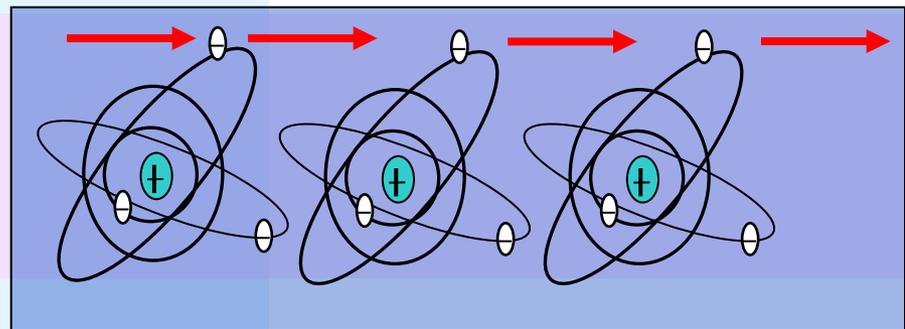


# Definición de Corriente



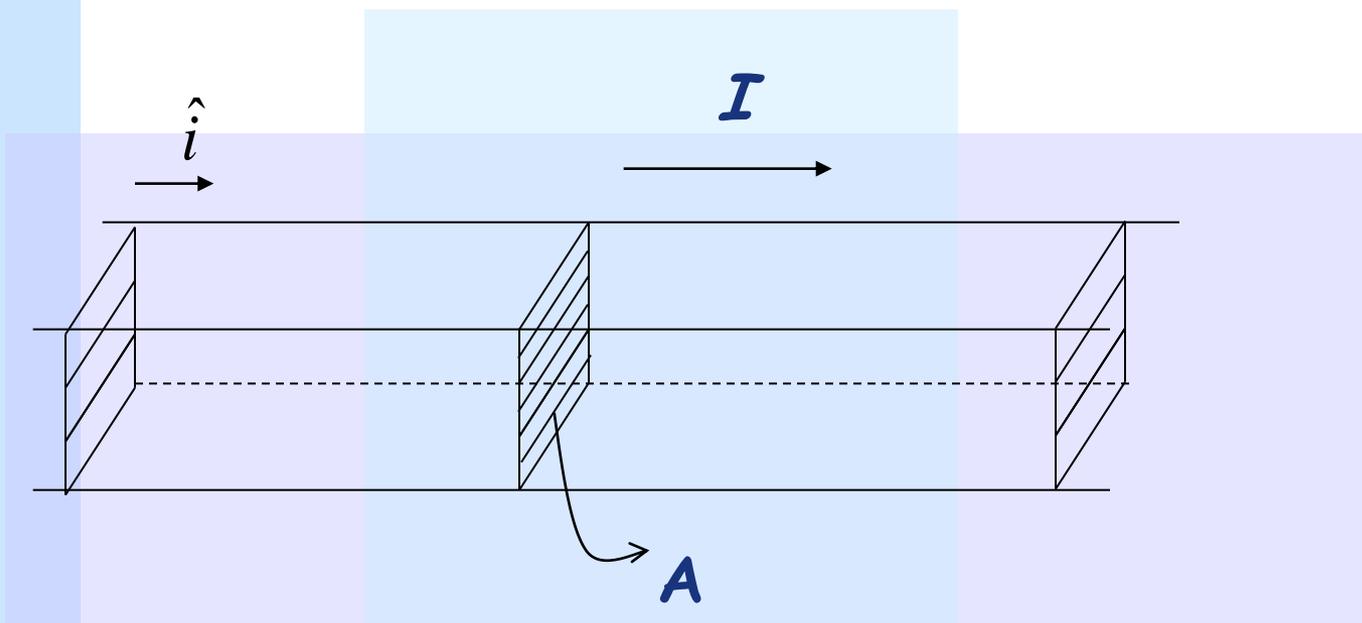
**Carga neta por unidad de volumen nula**

$$\iiint_{\Omega} \rho_e dv + \iiint_{\Omega} \rho_R dv = 0$$





# Densidad de Corriente

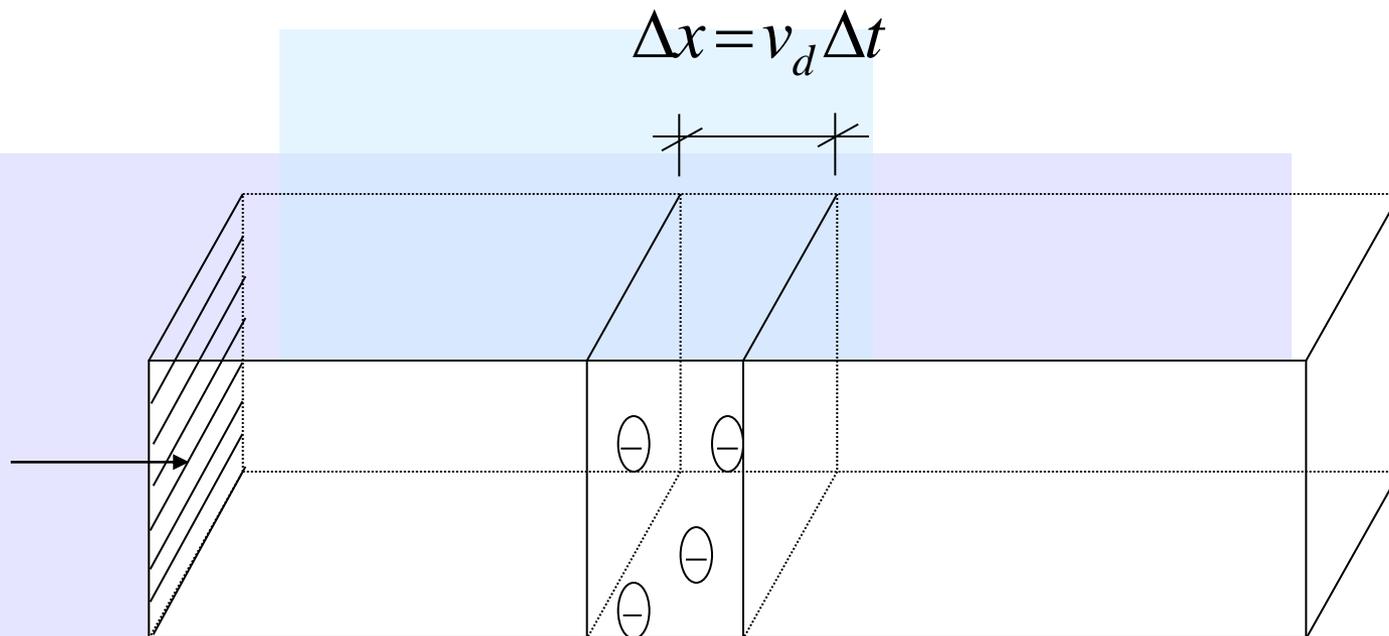


Vector densidad de corriente  $\vec{J} = \frac{I}{A} \hat{i} [A/m^2]$



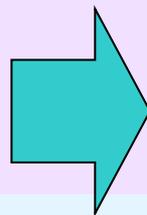
# Densidad de Corriente

Area  $A$



$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{qnAv_d \Delta t}{\Delta t}$$

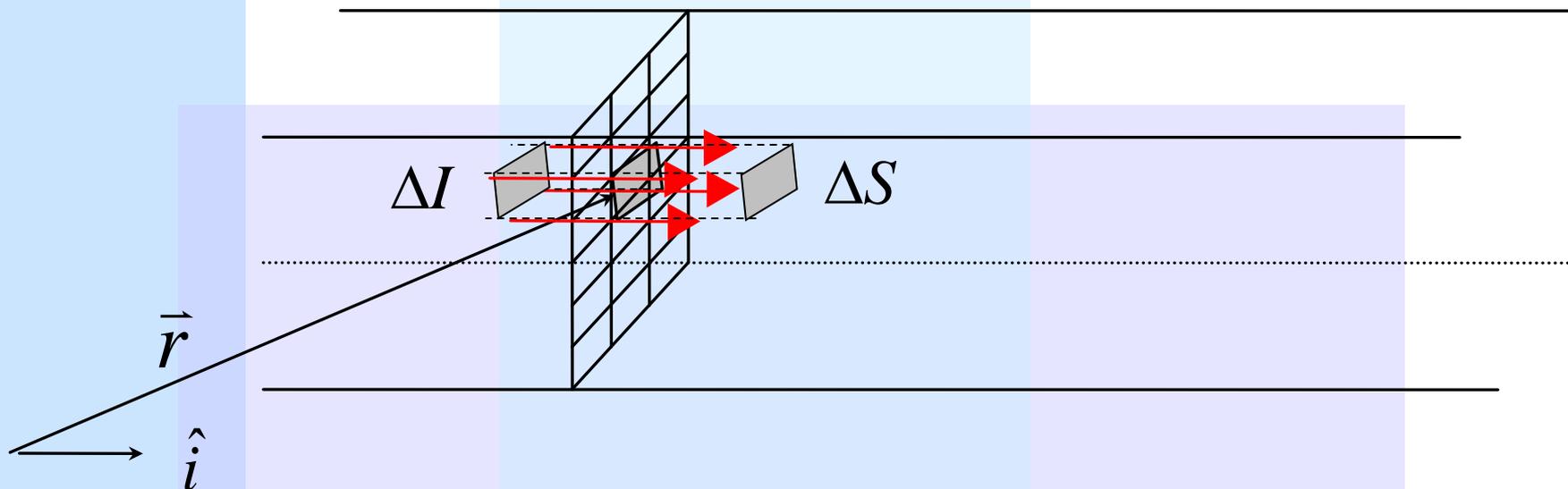
$$I = qnAv_d [A]$$



$$\vec{J} = \frac{I}{A} \hat{i} = qnv_d \hat{i}$$



# Densidad de Corriente



Vector densidad de corriente

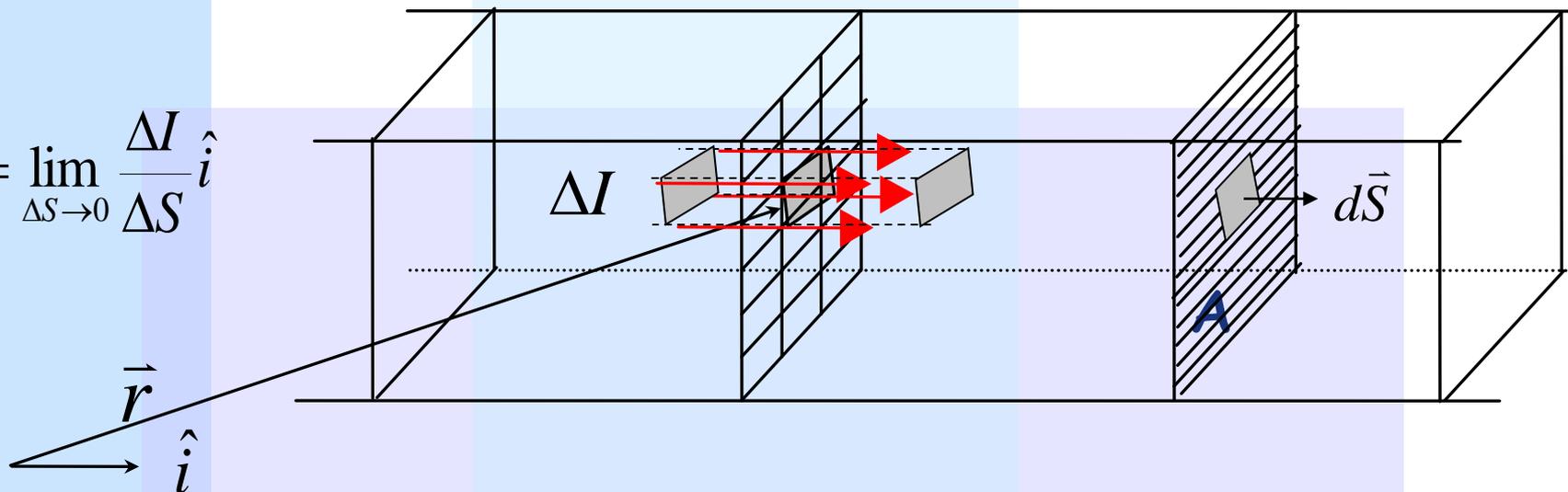
$$[\vec{J}(\vec{r})] = \frac{A}{m^2}$$

$$\vec{J}(\vec{r}) = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} \hat{i}$$



# Densidad de Corriente

$$\vec{J}(\vec{r}) = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} \hat{i}$$

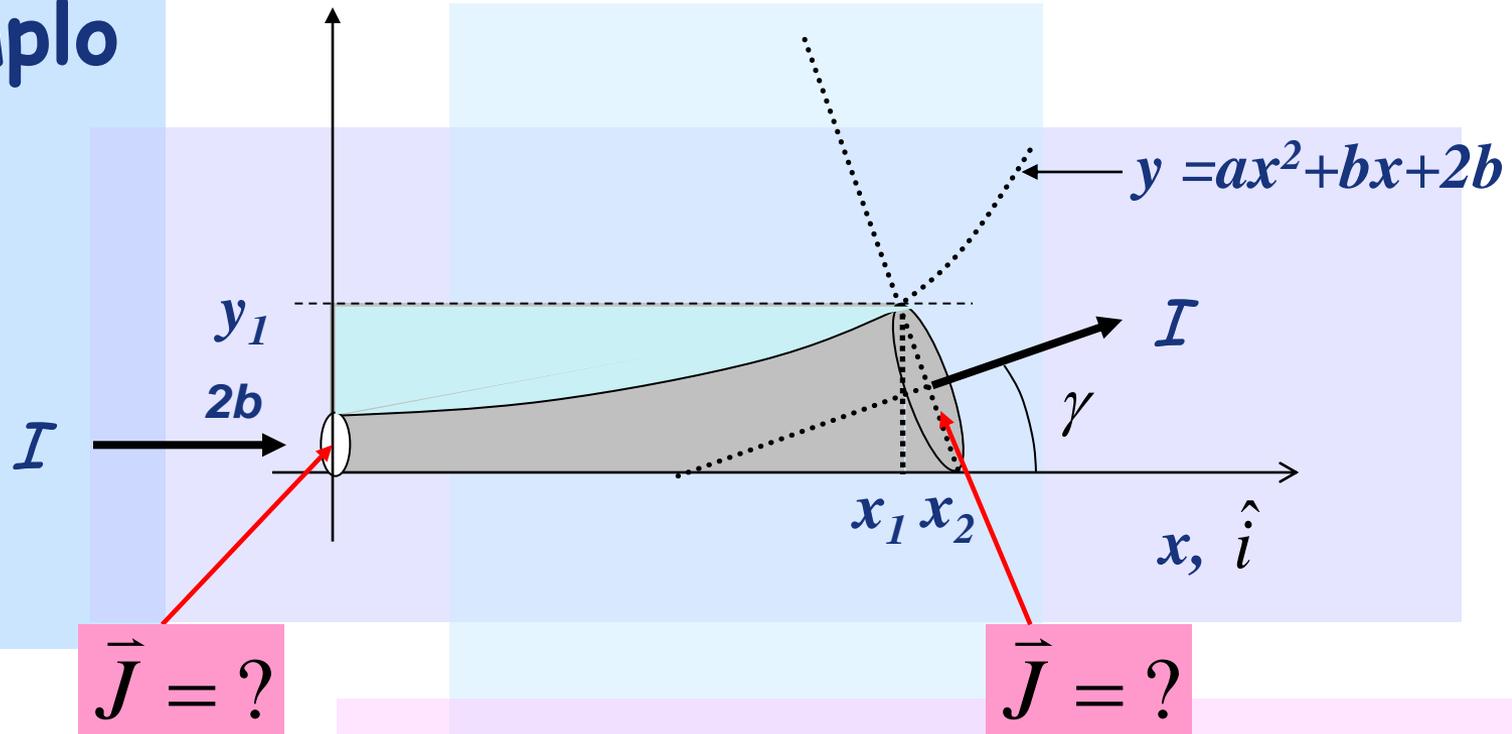


Corriente a través de  $A$  
$$I = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{S}$$



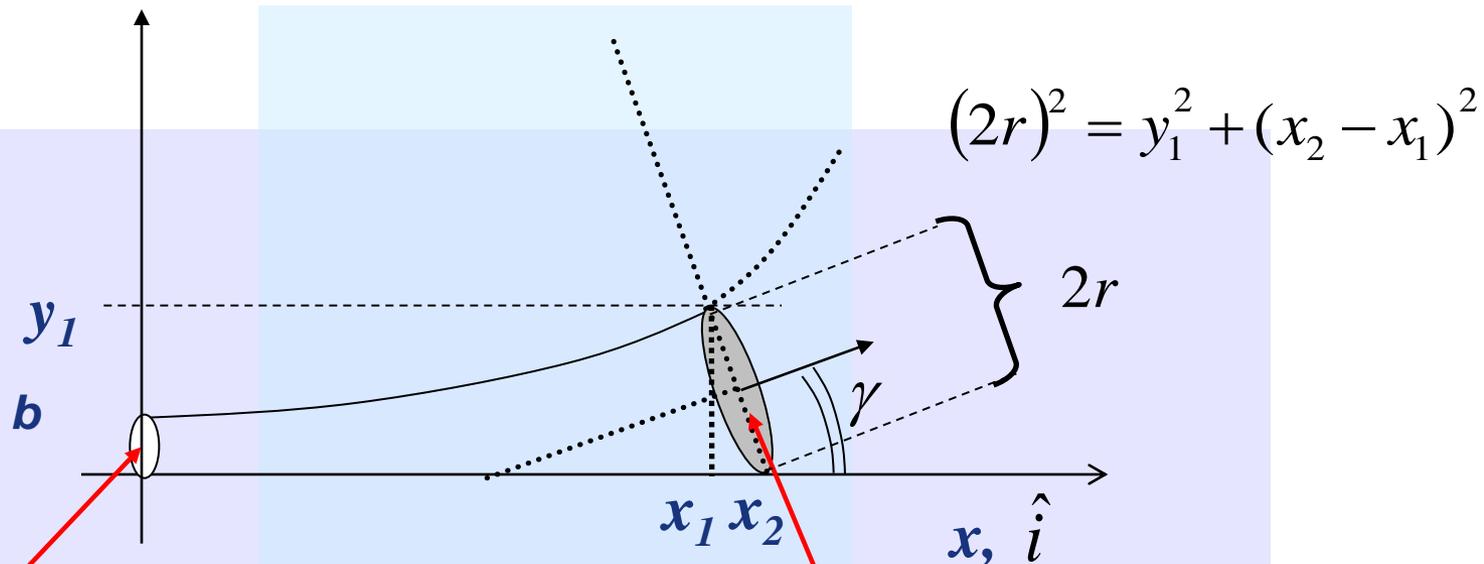
# Densidad de Corriente

## Ejemplo





# Densidad de Corriente

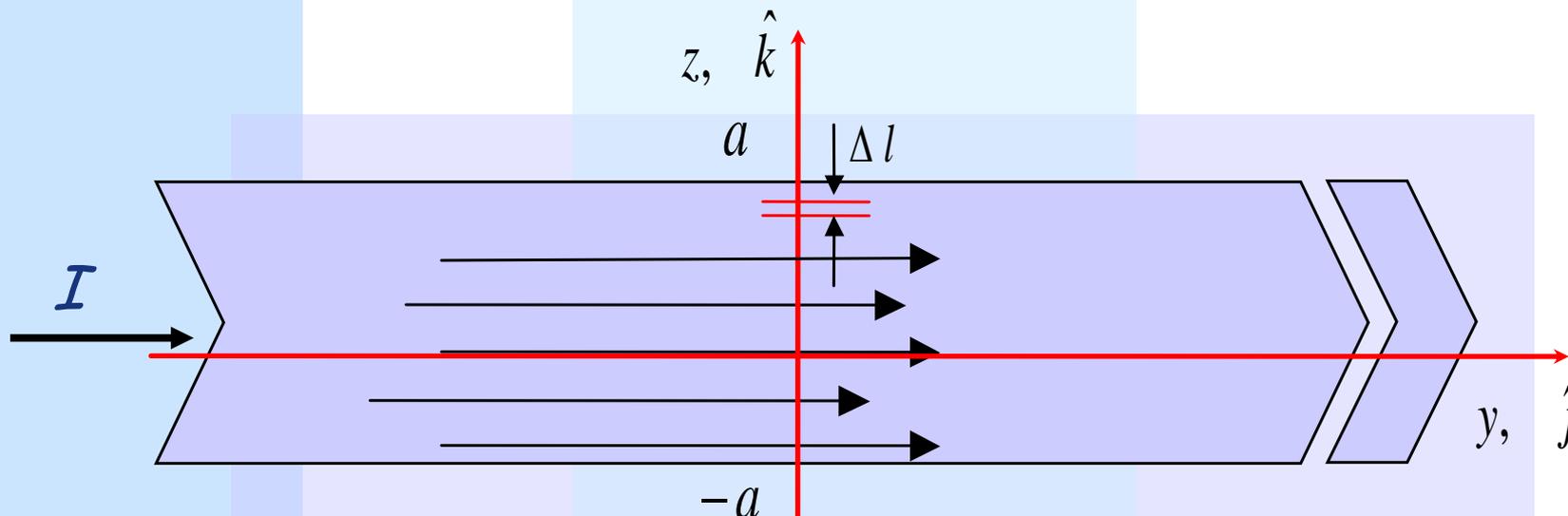


$$\vec{J} = \frac{I}{\pi b^2} \hat{i}$$

$$\vec{J} = \frac{I}{\pi r^2} (\cos \gamma \hat{i} + \sin \gamma \hat{j})$$



# Densidad de Corriente Superficial



Sólo hay corriente en el plano  $y$ - $z$

Vector densidad de corriente superficial

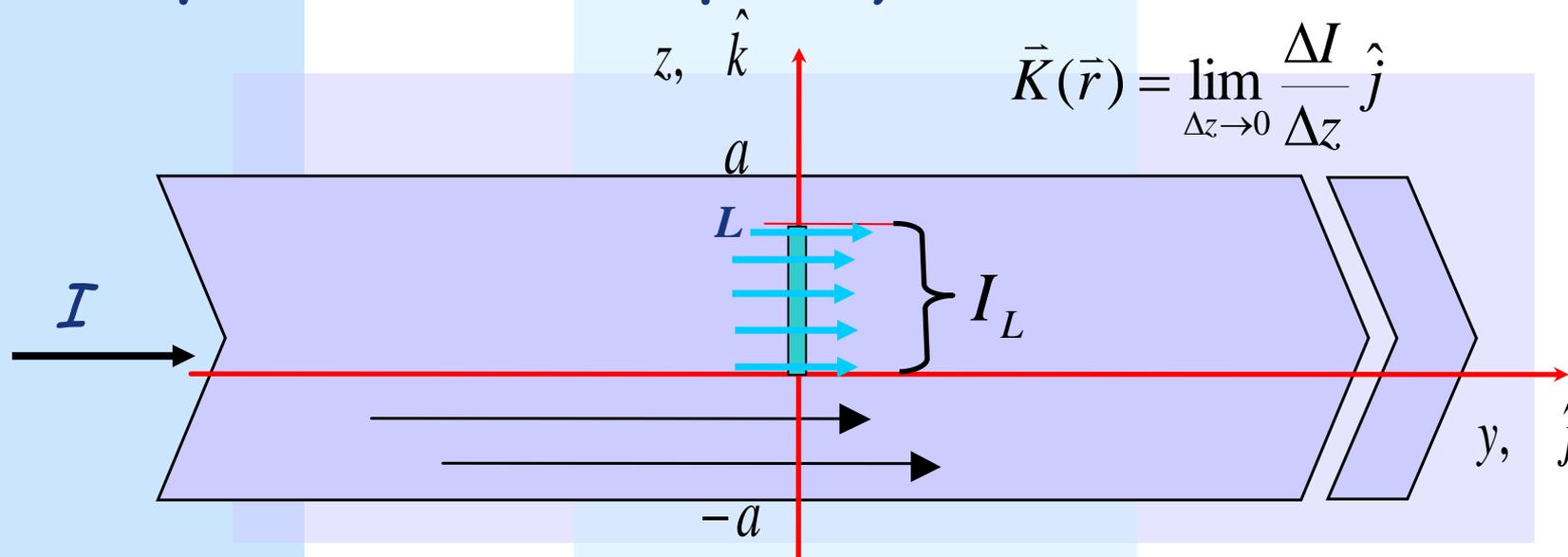
$$\vec{K}(\vec{r}) = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta z} \hat{j}$$

$$[\vec{K}(\vec{r})] = \frac{A}{m}$$



# Densidad de Corriente Superficial

Sólo hay corriente en el plano  $y$ - $z$



Corriente atravesando longitud  $L$  del plano

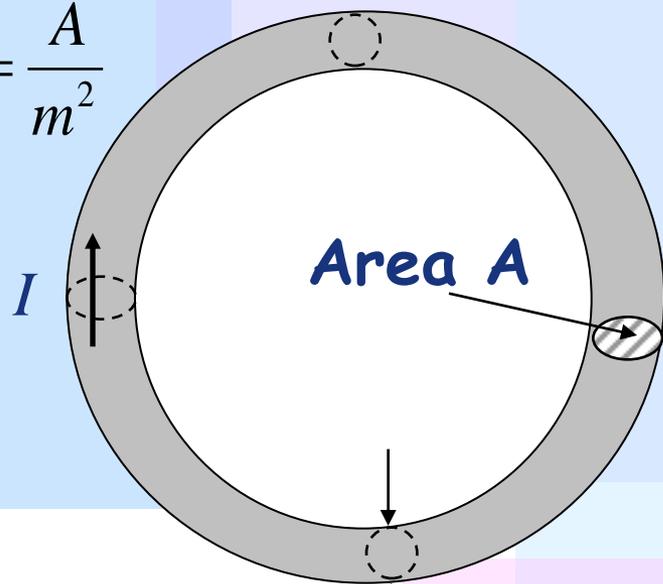
$$I_L = \int_0^L \vec{K} \cdot \hat{j} dl$$



# Ejemplo

Corriente por un toroide de radio  $b$

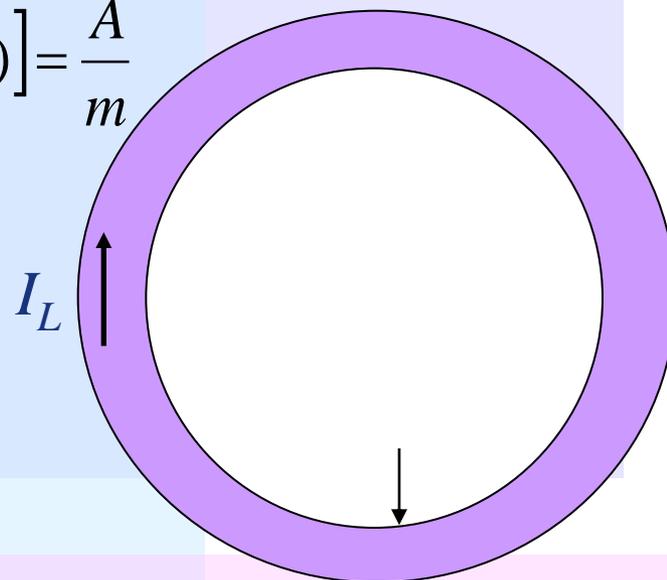
$$[\vec{J}(\vec{r})] = \frac{A}{m^2}$$



Diámetro  $2a$

Corriente por una cinta de radio  $b$

$$[\vec{K}(\vec{r})] = \frac{A}{m}$$



Ancho  $2a$

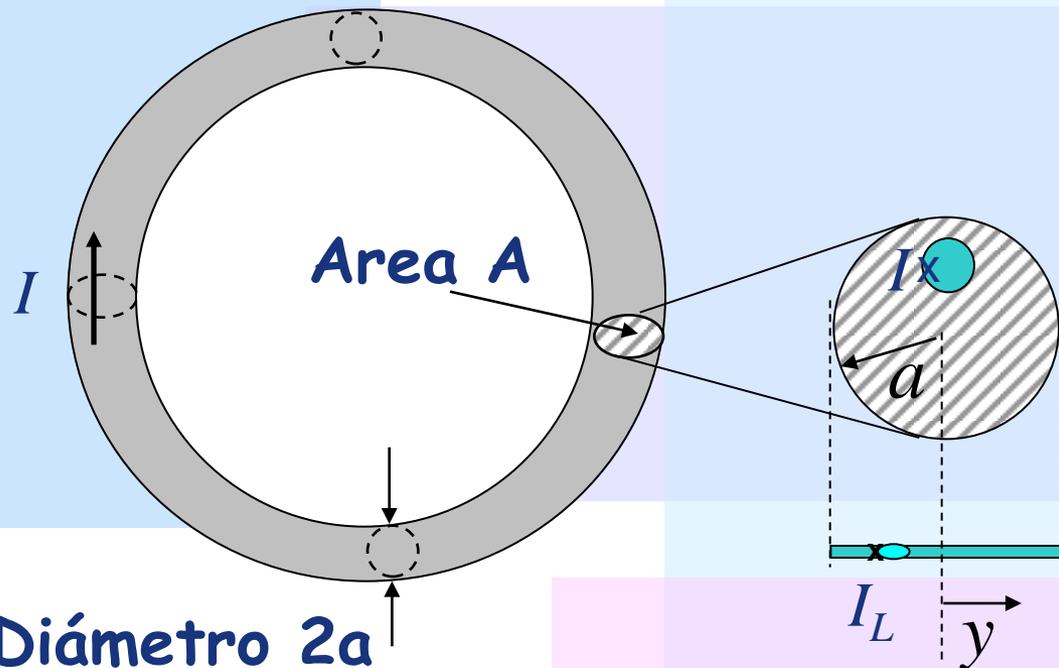
Encontrar  $K$  tal que cumple  $I = I_L$



# Ejemplo

Corriente atravesando plano A

$$I = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{S}$$



Encontrar  $K$  tal que cumple

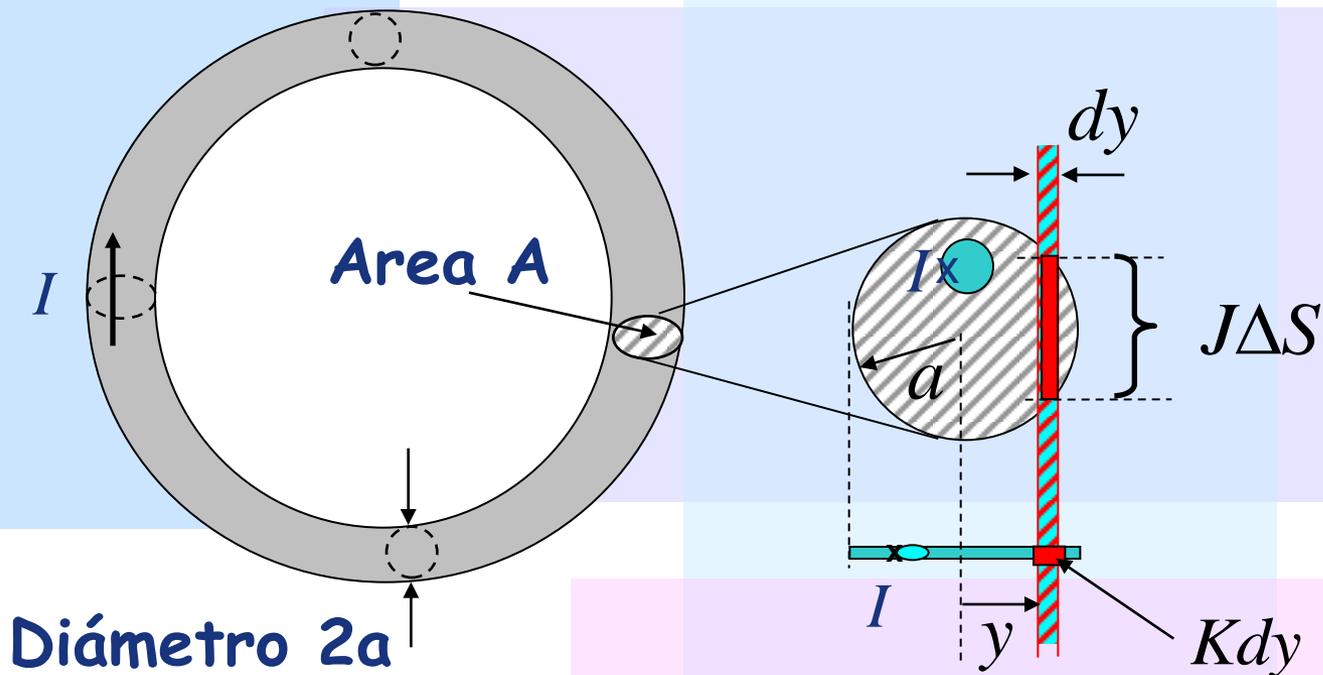
$$I = I_L$$

Corriente atravesando línea  $2a$

$$I_L = 2 \int_0^a \vec{K} \cdot \hat{j} dy$$



# Ejemplo



Condición de equivalencia  $Kdy = J\Delta S$



# Ejemplo

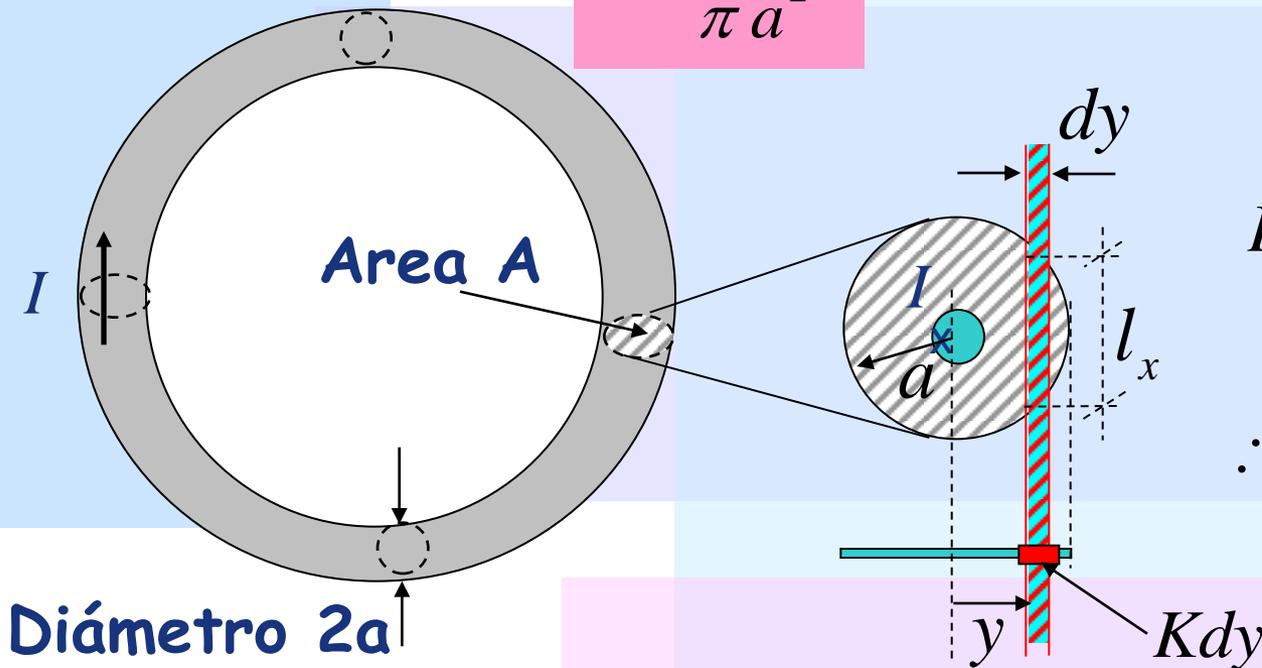
$$\vec{J} = \frac{I}{\pi a^2} \hat{i}$$

$$Kdy = J l_x dy$$

$$l_x = 2\sqrt{a^2 - y^2}$$

$$Kdy = \frac{I}{\pi a^2} 2\sqrt{a^2 - y^2} dy$$

$$\therefore K = \frac{2I\sqrt{a^2 - y^2}}{\pi a^2}$$

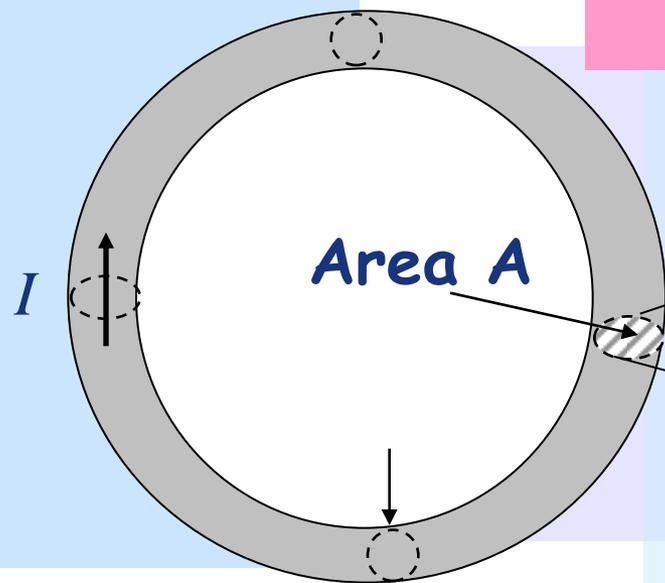




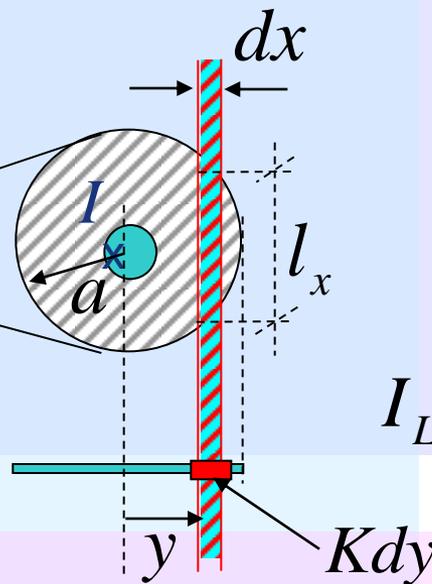
# Ejemplo

$$\vec{J} = \frac{I}{\pi a^2} \hat{i}$$

$$\vec{K} = \frac{2I \sqrt{a^2 - y^2}}{\pi a^2} \hat{j}$$



Diámetro  $2a$



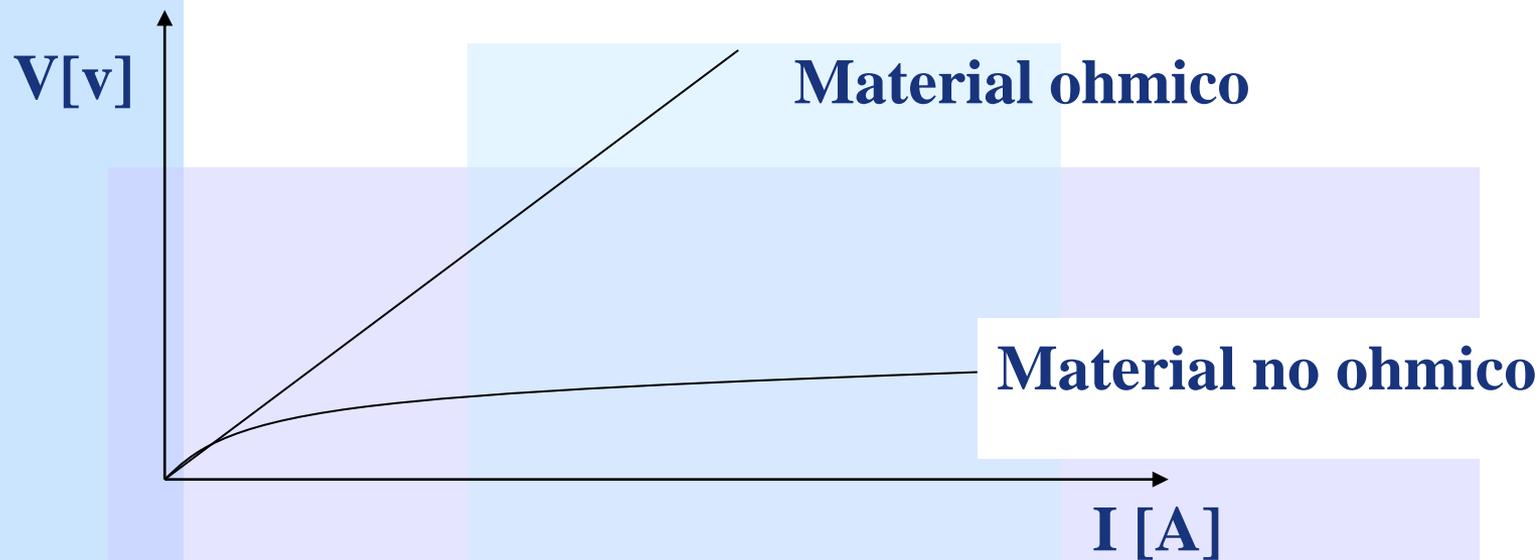
$$I_L = 2 \int_0^a \vec{K} \cdot \hat{j} dy$$

$$I_L = \frac{4I}{\pi a^2} \int_0^a \sqrt{a^2 - y^2} dy$$

$$\Rightarrow I_L = \frac{4I}{\pi a^2} \left[ \frac{1}{2} y(a^2 - y^2)^{1/2} + \frac{a^2}{2} \arcsin(y/a) \right]_{y=0}^{y=a} \Rightarrow I_L = I$$



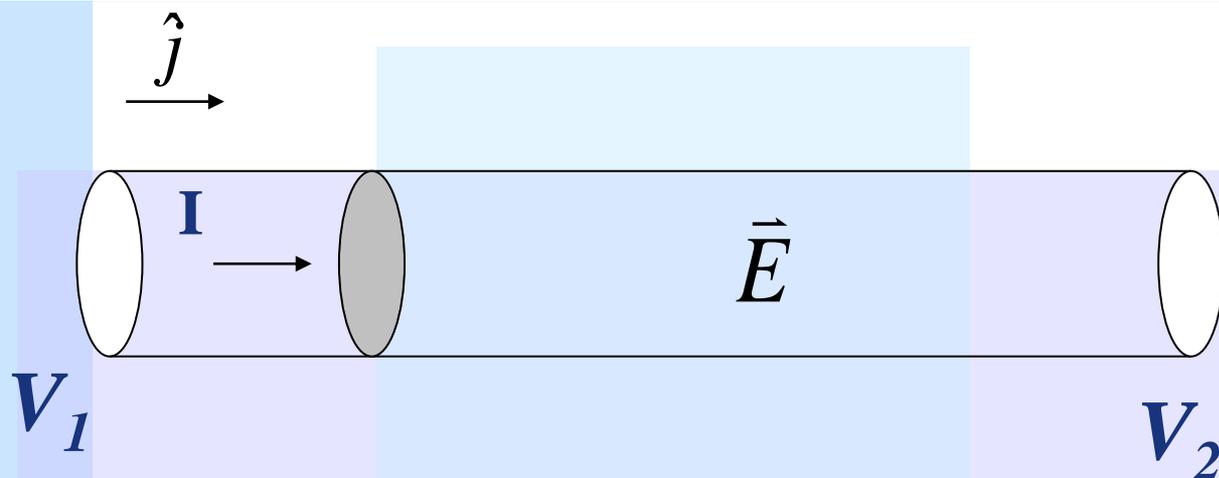
# Ley de Ohm



$$\vec{J} = g \vec{E} \Rightarrow \Delta V = RI$$



# Ley de Ohm



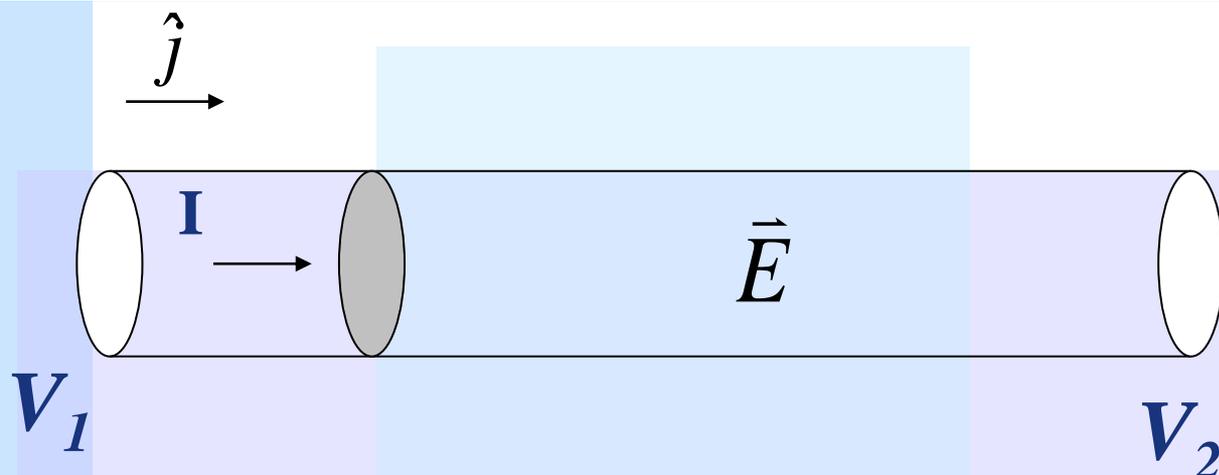
$$\Delta V = V_1 - V_2 = El$$

**Ley de OHM**  $\vec{J} = g \vec{E}$

$$\Rightarrow \Delta V = \frac{J}{g} l = \frac{JA}{gA} l = \frac{l}{gA} I \quad R = \rho \times \frac{l}{S}$$



# Ley de Ohm



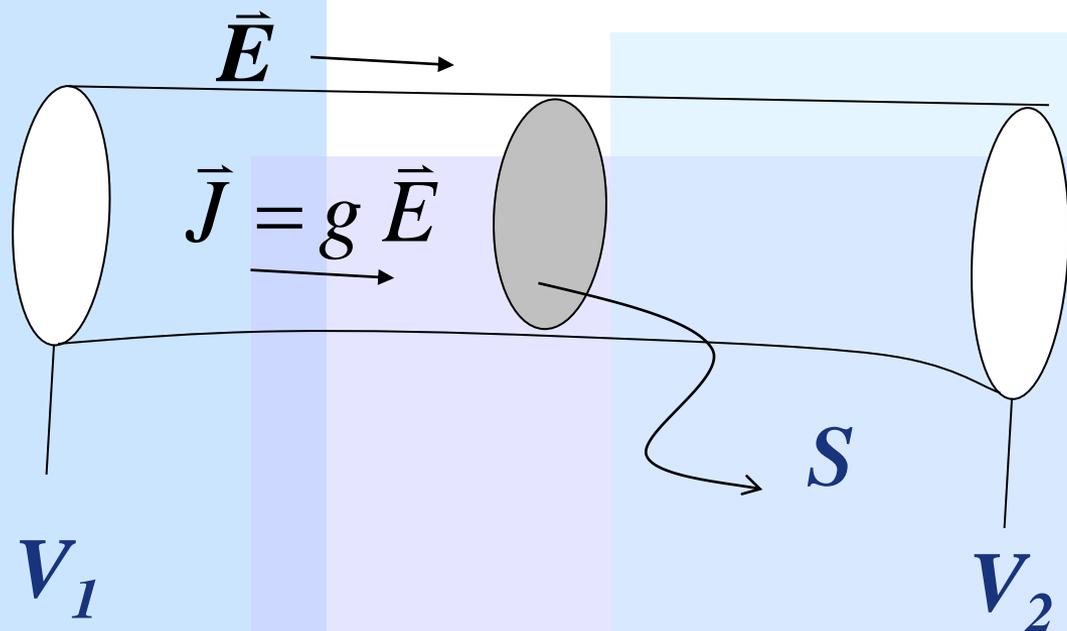
**Ley de OHM**  $\vec{J} = g \vec{E}$   $\Rightarrow \Delta V = \frac{l}{gA} I$

**Definiendo resistividad**  $\rho = \frac{1}{g}$

**y resistencia**  $R = \rho \times \frac{l}{S}$   $\Rightarrow \Delta V = RI$



# Ley de Ohm



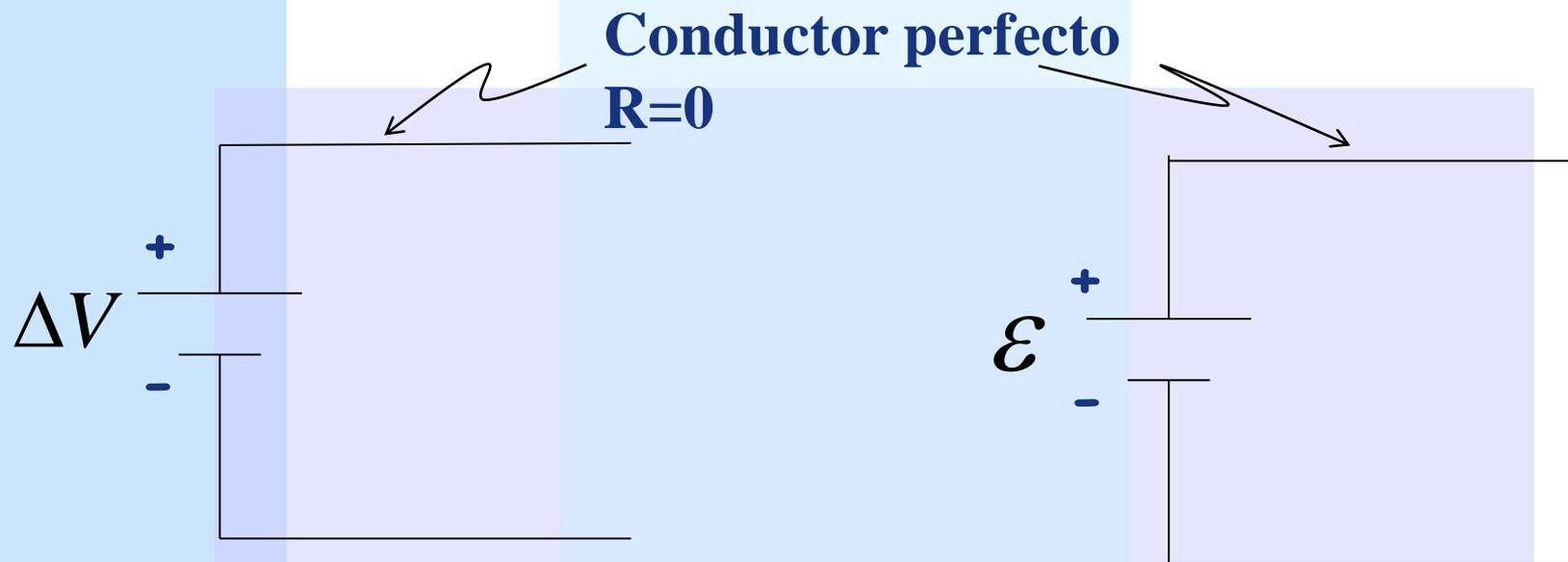
## Ley de OHM

$$\Delta V = RI$$

$$R = \frac{\int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{l}}{\iint_S g \vec{E} \cdot d\vec{S}}$$

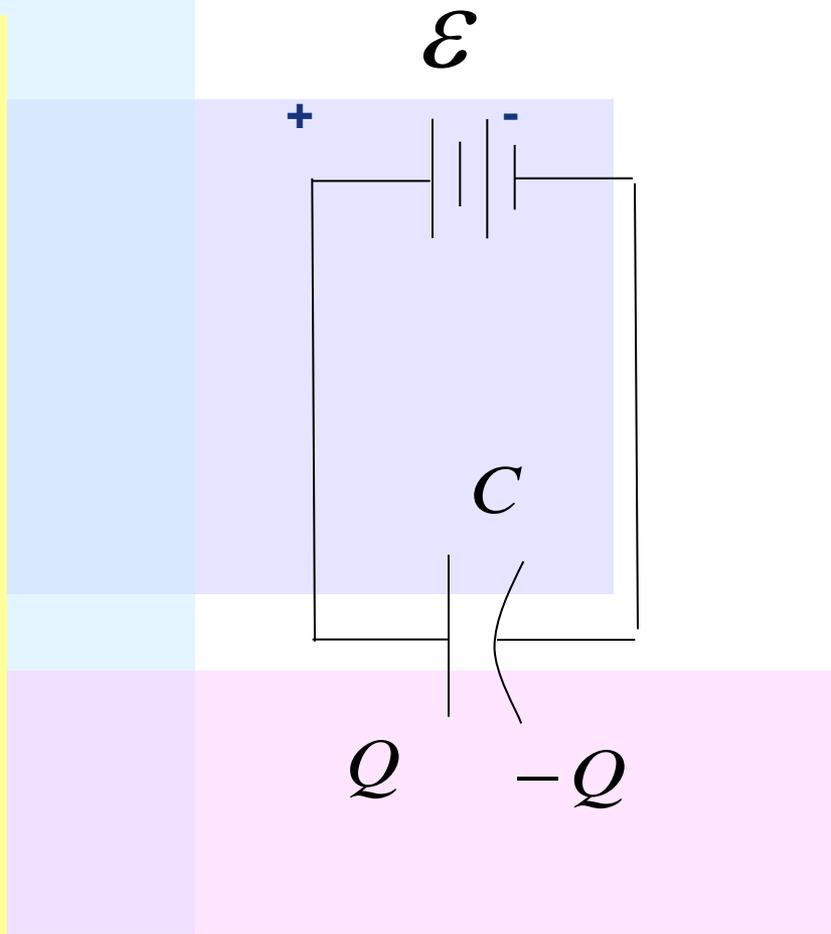
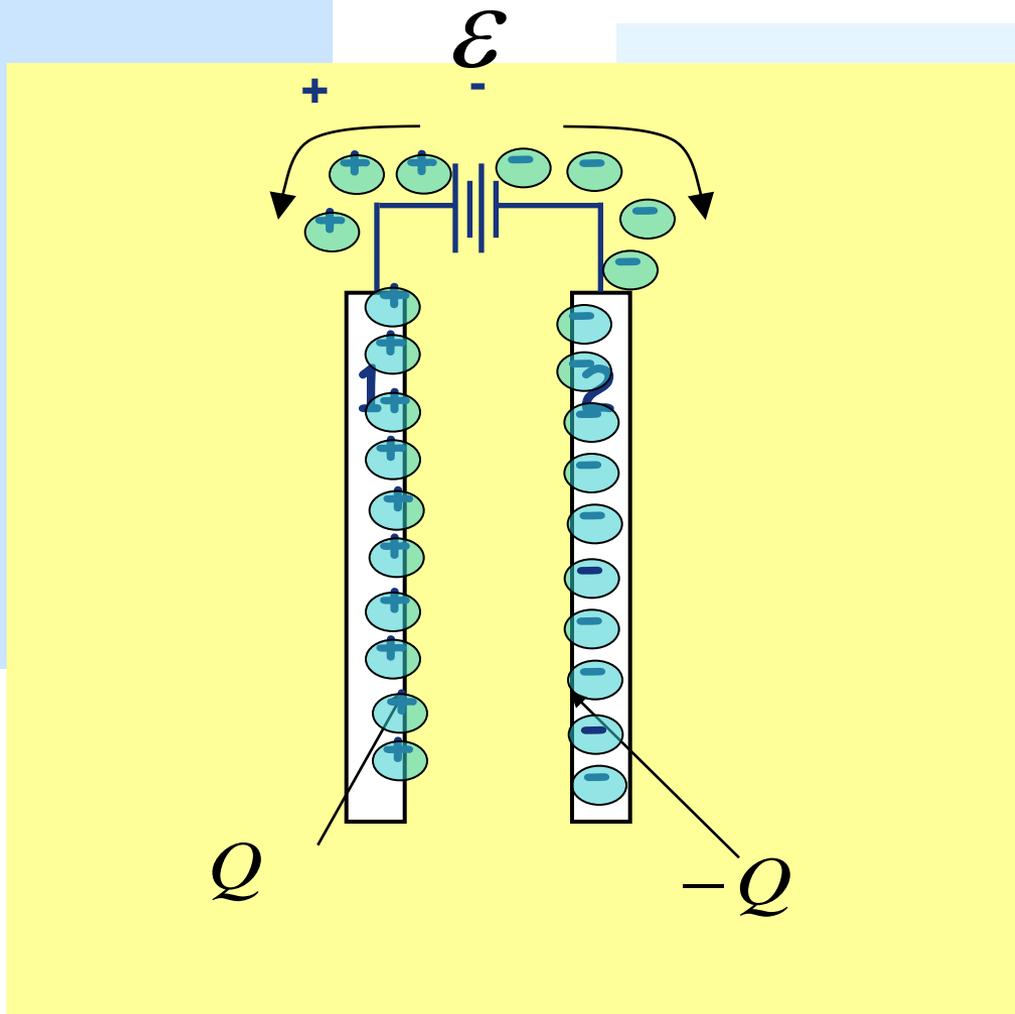


# Fuerza electromotriz





# Fuerza electromotriz





# Fuerza electromotriz

