Auxiliar - Martes 4 Agosto

FI2001 - Mecánica
Prof. Hugo Arellano
Semestre Primavera 2009
Auxs: Víctor Medina & Kim Hauser

Vectores:

V1

Considere el vector $\vec{G} = 3\hat{x} + 4\hat{y}$. Determine un vector unitario $\hat{n}$ en el plano xy, que sea perpendicular a $\vec{G}$.

V2

Considere los tres vectores coplanares $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$. Determine los escalares a y b que permiten relacionar $\vec{C}$ con $\vec{A}$ y $\vec{B}$ mediante la combinación lineal $\vec{C} = a\vec{A} + b\vec{B}$. Los escalares a y b deben quedar expresados en términos de A, B ,C, $\vec{A} \cdot \vec{B}$, $\vec{C} \cdot \vec{B}$ y $\vec{A} \cdot \vec{C}$.

V3

Considere un triángulo definido por dos vectores conocidos $\vec{A}$ y $\vec{B}$. Determine, en función de A, B y $\vec{A} \cdot \vec{B}$: el perímetro del triángulo; una de las alturas del triángulo; y el área del triángulo.

Problemas:

P1

Suponga que es posible excavar un túnel entre dos puntos A y B de la Tierra. La aceleración de gravedad (que apunta hacia el centro de la Tierra) al interior del tunel tiene una magnitud que es proporcional a la distancia r desde el centro de la Tierra:

$$|\vec{a}| = \frac{g}{R} r$$

donde g es la aceleración de gravedad en la superficie de la Tierra y R es el radio de la Tierra. Asumiendo que un vehículo parte del reposo en el punto A y se mueve sin roce en el interior del túnel, bajo el efecto de la gravedad, calcule:

(a) El tiempo que requiere para llegar al punto B, que está a una distancia R del punto A, en línea recta.

(b) La rapidez máxima del movimiento resultante.

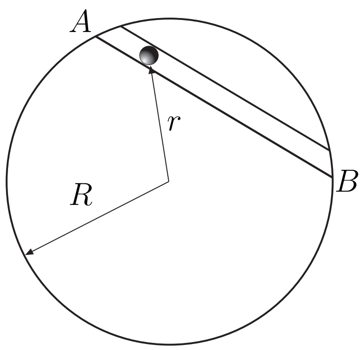

Fig. P1

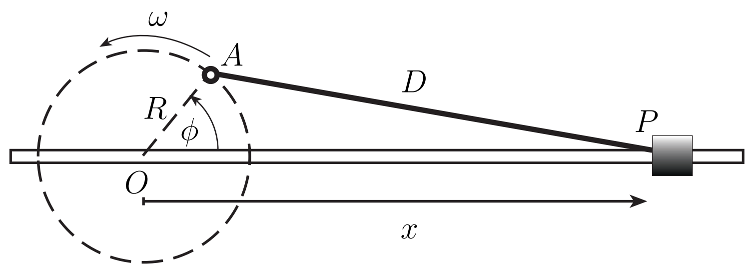

Fig. P2

P2

El punto de unión P entre un pistón y una biela de largo D se mueve a lo largo del eje x debido a que el cigüeñal (disco), de radio R y centro en un punto fijo O, rota a velocidad angular constante ω. En el instante $t = 0$ la biela está horizontal ($\phi = 0$, $x = R + D$).

(a) Encuentre una expresión para la distancia $x(t)$ entre P y O como función del tiempo t.

(b) Encuentre la velocidad $v(t)$ de P.

(c) En la expresión para $v(t)$ considere el caso $R \ll D$ y luego encuentre una expresión aproximada para la aceleración de P. ¿Cómo se compara la magnitud de la aceleración máxima del pistón con la aceleración del punto A?

Respuestas:
(Jamás asumir que están exentas de errores.)

***P*1: (a)** $T = \pi\sqrt{R/g}$; **(b)** $\dot{x}_{max} = \sqrt{Rg}/2$;

***P*2: (a)** $x(t) = R\cos(\omega t) + \sqrt{D^2 - R^2 \operatorname{sen}^2(\omega t)}$; **(b)** $v(t) = -R\omega \operatorname{sen}(\omega t)\left[1 + \frac{R\cos(\omega t)}{\sqrt{D^2 - R^2 \operatorname{sen}^2(\omega t)}}\right]$;
(c) $v(t) \approx -R\omega \operatorname{sen}(\omega t)$, $a(t) \approx -R\omega^2 \cos(\omega t)$;