Pauta examen P1

como viene en órbita parabólica $\Rightarrow E=0$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{GMm}{\lambda R} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{GMm}{\lambda R}}$$ K antes del frenado

(1 punto)

si hacemos $g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow gR = \frac{GM}{R}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{mgR}{\lambda}}$$ K antes del frenado

despues del frenado ... usamos conservación del momentum angular y conservación de la Energía (2 ptos)

$\vec{l} = cte \Rightarrow m(\lambda R) v_A^e = m R v_B$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda v_A^e = v_B}$$

(1 pto)

$E = cte \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_A^e)^2 - \frac{GMm}{\lambda R} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{GMm}{R}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m (v_A^e)^2 \left[1 - \lambda^2\right] = \frac{GMm}{R}\left[\frac{1}{\lambda} - 1\right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m (v_A^e)^2 = \frac{GMm}{R} \frac{1-\lambda}{\lambda(1-\lambda^2)}$$ / $gR = \frac{GM}{R}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{2} m \left(v_A^e\right)^2 = mgR \, \frac{1/\lambda}{1+\lambda}}$$ despues del frenado

(1 pto)

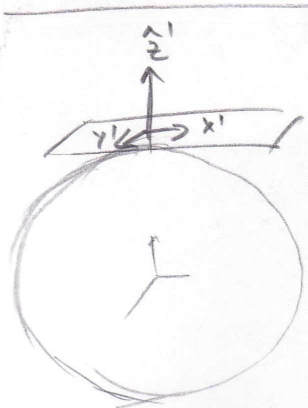
$$\Rightarrow \Delta K = mgR \left[\frac{1/\lambda}{1+\lambda} - \frac{1}{\lambda} \right]$$

$$\Rightarrow \Delta K = \frac{mgR}{\lambda} \left(\frac{1-(1+\lambda)}{1+\lambda} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta K = -\frac{mgR}{1+\lambda}}$$ Cambio de energía cinética.

(1 pto)

Pauta examen P3



$$\vec{R} = R\hat{z} = cte \Rightarrow \boxed{\ddot{\vec{R}} = 0}$$

$$\vec{\Omega}\times(\vec{\Omega}\times\vec{r}\,') \longrightarrow 0 \quad \text{(enunciado)}$$

$$\dot{\vec{\Omega}}\times\vec{r}\,' = 0 \quad \text{pues } \vec{\Omega} = cte$$

por lo tanto tenemos

$$\cancel{m}\,\vec{a}\,' = -2\cancel{m}\,\vec{\Omega}\times\vec{v}\,'$$

$$\vec{a}\,' = -2\vec{\Omega}\times\vec{v}\,'$$

pero $\vec{\Omega} = \Omega\hat{z}$ y $\vec{v}\,' = v_x'\hat{x}' + v_y'\hat{y}'$

$$\Rightarrow \vec{\Omega}\times\vec{v}\,' = \Omega_0 v_x' \underbrace{(\hat{z}\times\hat{x}')}_{\hat{y}'} + \Omega_0 v_y' \underbrace{(\hat{z}\times\hat{y}')}_{-\hat{x}'} \qquad (1)$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\Omega}\times\vec{v}\,' = -\Omega_0 v_y'\hat{x}' + \Omega_0 v_x'\hat{y}'}$$

y como $\vec{a}\,' = \dot{v}_x'\hat{x}' + \dot{v}_y'\hat{y}'$ se tiene que

$$\boxed{\dot{v}_x'\hat{x}' + \dot{v}_y'\hat{y}' = +2\Omega_0 v_y'\hat{x}' - 2\Omega_0 v_x'\hat{y}'} \qquad (1)$$

Separando en ecuaciones escalares

$\hat{x}]$ $\quad \dot{v}'_x = 2\Omega_0 v'_y \qquad (1)$

$\hat{y}]$ $\quad \dot{v}'_y = -2\Omega_0 v'_x \qquad (2)$

$$\frac{d}{dt}(2) \Rightarrow \ddot{v}'_y = -2\Omega_0 \dot{v}'_x \Big/ \dot{v}'_x \overset{\text{de }(1)}{=} 2\Omega_0 v'_y$$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{v}'_y + 4\Omega_0^2 v'_y = 0}$$

$$\Rightarrow v'_y = v_{0y} \sin(2\Omega_0 t) \quad (1)$$

de la misma forma

$$\boxed{\ddot{v}'_x + 4\Omega_0^2 v'_x = 0}$$

$$\Rightarrow v'_x = v_{0x} \cos(2\Omega_0 t) \quad \cancel{(1)}$$

pero $(v'_x)^2 + (v'_y)^2 = v_0^2 \Rightarrow v_{0x} = v_{0y} = v_0$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} v'_x &= v_0 \cos(2\Omega_0 t) \\ v'_y &= v_0 \sin(2\Omega_0 t) \end{aligned}\right\}$$

que es la descomposición de la velocidad en un mov. circular

(1)

en M.C.U. Sabemos que

$$|\vec{a}_c| = \frac{V_o^2}{R} \quad / \quad |\vec{a}_c| = \sqrt{\mathring{v}_x + \mathring{v}_y} = v_o 2\Omega$$

$$\Rightarrow \quad 2\Omega \cancel{v_o} = \frac{v_o^{\cancel{2}}}{R}$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{v_o}{2\Omega}}$$ radio de la circunferencia (1)

en M.C.U tenemos

$$v = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{V_o}{R} = \frac{V_o}{\frac{V_o}{2\Omega}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega = 2\Omega}$$ velocidad angular. (1)