

Pauta P2 Control 1 FI2001 Mecánica

Profesor: Claudio Romero

Auxiliar: Francisco Sepúlveda

a) usamos coordenadas cilíndricas para la partícula

$$\vec{r} = R\hat{r}$$

por lo que nuestro vector aceleración es

$$\vec{a} = -R\dot{\phi}^2\hat{r} + R\ddot{\phi}\hat{\phi}$$

Las fuerzas que actúan sobre la lentejuela son

$$\vec{F} = \vec{T} = -T \cos \theta \hat{r} + T \sin \theta \hat{\phi}$$

por lo tanto las ecuaciones de movimiento respectivas son

$$-mR\dot{\phi}^2 = -T \cos \theta \tag{1}$$

$$mR\ddot{\phi} = T \sin \theta \tag{2}$$

De (1) se tiene que

$$T = \frac{mR\dot{\phi}^2}{\cos \theta} \tag{3}$$

(3) en (2)

$$\ddot{\phi} = \dot{\phi}^2 \tan \theta$$

usando separación de variables e integrando

$$\int_{\frac{v_0}{R} \cos \theta}^{\dot{\phi}} \frac{d\dot{\phi}}{\dot{\phi}^2} = \tan \theta \int_0^t dt$$

obs: θ es constante, pues se tiene que r es constante, y además se pide que R no varíe

$$\begin{aligned} \frac{R}{v_0 \cos \theta} - \frac{1}{\dot{\phi}} &= \tan \theta \cdot t \\ \Rightarrow \frac{1}{\dot{\phi}} &= \frac{R - v_0 \sin \theta \cdot t}{v_0 \cos \theta} \\ \dot{\phi}(t) &= \frac{v_0 \cos \theta}{R - v_0 \sin \theta \cdot t} \end{aligned}$$

por lo tanto

$$\vec{v} = \frac{Rv_0 \cos \theta}{R - v_0 \sin \theta \cdot t} \hat{\phi}$$

Luego, se puede apreciar que

$$t \longrightarrow \infty \Rightarrow \vec{v} \longrightarrow 0$$