Clase Auxiliar FI2001 Mecánica

Profesor: Claudio Romero

Auxiliar: Francisco Sepúlveda

4/Agosto/2009

P1. La trayectoria de un punto P, en coordenadas cilíndricas, se defíne con:

$$\rho(t) = \rho_0, \quad \theta(t) = ?, \quad z(t) = h - B\theta(t)$$

Se sabe que $\theta(t)$ es una función monótona, $\theta(0) = 0$ y que $\dot{\theta}(0) = \omega_0$, y donde h, B y ω_0 son cantidades positivas conocidas.

a) Obtenga las expresiones para el vector velocidad y aceleración en este ejemplo.

b) Obtenga una expresión para el vector tangente $\hat{t}$ y para la rapidez de P. Comente sobre los signos de estas cantidades.

c) Obtenga expresiones para las aceleraciones centrípetas y tangencial.

$$\vec{a} = \vec{a}_{cent}(t) + \vec{a}_{tg}(t)$$

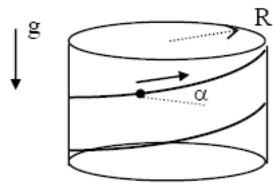
d) ¿Cuál es la función $\theta(t)$ si se sabe que la aceleración apunta todo el tiempo perpendicular al eje Z?

P2. Una partícula se mueve a lo largo de una trayectoria espiral cilíndrica (ver figura) con una rapidez $v(t)$. La distancia desde cualquier punto de la trayectoria al eje de la espiral es R y el ángulo que forma el vector velocidad con el plano perpendicular al eje de la espiral α es constante. Determine en términos de R, $v(t)$ y α:

a) las componentes de velocidad y aceleración en coordenadas cilíndricas.

b) las componentes tangencial y normal de la aceleración.

c) el radio de curvatura de la trayectoria.



P3. La aceleración de un bloque que se mueve a lo largo del eje x se expresa como:

$$\vec{a} = k\sqrt{x}\hat{x}$$

Donde k es una constante positiva. Tanto la rapidez v como el desplazamiento x son nulos para $t = 0$. Determine la aceleración, velocidad y posición del bloque en un instante t cualquiera.

Respuestas:

(Jamás asumir que están exentas de errores.)

P1: a) $\vec{v} = \rho_0\dot{\theta}\hat{\theta} - B\dot{\theta}\hat{k}$, $\vec{a} = -\rho_0\dot{\theta}^2\hat{\rho} + \rho_0\ddot{\theta}\hat{\theta} - B\ddot{\theta}\hat{k}$;

b) $\hat{t} = \frac{\rho_0}{\sqrt{\rho_0^2+B^2}}\hat{\theta} - \frac{B}{\sqrt{\rho_0^2+B^2}}\hat{k}$, $v = \dot{\theta}\sqrt{\rho_0^2 - B^2}$; c) $\vec{a} = -\rho_0\dot{\theta}^2\hat{\rho} + \ddot{\theta}\sqrt{\rho_0^2 + B^2}\hat{t}$;

d) $\theta(t) = \omega_0 t$

P2: a) $\vec{v} = v(\cos\alpha\hat{\theta} + \sin\alpha\hat{k})$, $\vec{a} = -\frac{v^2}{R}\cos^2\alpha\hat{\rho} + \dot{v}(\cos\alpha\hat{\theta} + \sin\alpha\hat{k})$; b) $a_n = \frac{v^2}{R}\cos\alpha$;

c) $\rho_c = \frac{R}{\cos^2\alpha}$

P3: a) $\vec{r}(t) = (1/4)(k/6)^2 t^4 \hat{x}$, $\vec{v}(t) = (k/6)^2 t^3 \hat{x}$, $\vec{a}(t) = 3(k/6)^2 t^2 \hat{x}$