

## Auxiliar N°1

### FI1002-6

**Ejercicio 0:** Considere una partícula que se deja caer verticalmente desde el reposo a una altura  $H$  y que sufre roce con el aire de la forma  $F_{roce} = -cv$ , compare la trayectoria con la de una caída sin roce mediante un gráfico

```
%Declaramos los parámetros a utilizar
m=1;
g=9.8;
h=10;
c=0.1;%Este será nuestro coeficiente de roce viscoso
dt=0.01;%Paso de tiempo en el que avanzaremos
y(1)=h;
y(2)=h;%Como la velocidad inicial es cero, la primera aproximación lineal nos
%dice que el cuerpo no se mueve en el primer dt.
r(1)=h;%En la variable r almacenaremos los valores de una caída libre sin roce,
%utilizando las ya conocidas ecuaciones de cinemática
r(2)=h-0.5*g*dt*dt;
%Iteraremos durante 20 segundos, utilizando la segunda derivada discretizada
for i=3:1:20/dt
y(i)=dt*dt*(-m*g-c*(y(i-1)-y(i-2))/dt)/m+2*y(i-1)-y(i-2);
r(i)=r(1)-0.5*g*(dt*i)*(dt*i);
if y(i)<=0 %Condición de que la pelota golpea el suelo
    break %Se sale del ciclo y deja de iterar
end
end
t=0:dt:(length(y)-1)*dt; %Tiempo que duró nuestra caída, lo usaremos
%como eje x para el gráfico
plot (t,y,'k',t,r,'b') % Se grafican la caída con roce (color k=negro)
%y la sin roce (b=blue=azul)
axis([0,max(t),0,11]); %Definimos que rangos abarcará el gráfico, así evitamos datos
%innecesarios que sólo distraen (como los valores bajo 0 en este caso)
%Rotulación del gráfico, muy importante!!
title('Posición vs tiempo en caída libre')
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Altura [m]')
legend('Con roce viscoso','Sin roce')
```

**Ejercicio 1:** Considere una partícula que se deja caer verticalmente desde el reposo a una altura  $H$  y que sufre roce con el aire de la forma  $F_{roce} = -cv$ . Se busca comparar el tiempo que tarda en caer y la velocidad con la que golpea al suelo con los valores que se obtienen en ausencia de roce. Para eso, resuelva numéricamente la ecuación de Newton que resulta con los parámetros  $m = 1\text{kg}$  y  $H = 10\text{m}$  con  $c = 0; 0,1\text{kg/s}; 0,2\text{kg/s}; \dots; 0,5\text{kg/s}$ . Grafique el tiempo de caída y la velocidad con que llega al suelo en función de  $c$

```

m=1;
g=9.8;
h=10;
c=0:0.01:0.5;%Esta vez el roce viscoso es un vector
dt=0.001;
y(1)=h;
y(2)=h;
for j=1:length(c) %Este arreglo recorre los distintos coef de roce
    for i=3:1:20/dt%Este arreglo recorre los dt
        y(i)=dt*dt*(-m*g-c(j)*(y(i-1)-y(i-2)))/dt)/m+2*y(i-1)-y(i-2);
        if y(i)<=0
            vfinal(j)=(y(i)-y(i-2))/(2*dt); %Guardamos el valor de velocidad final
            %obtenido, calculándolo con la derivada parcial hacia atrás
            tfinal(j)=i*dt; %Guardamos el tiempo total de caída
            break
        end
    end
end
end

subplot(2,1,1) %Permite mostrar varios gráficos en la misma ventana
plot (c,vfinal)
title('Velocidad de llegada en función del coeficiente de roce');
xlabel('Coeficiente de roce viscoso [Kg/s]')
ylabel('Velocidad de llegada [m/s]')

subplot (2,1,2)
plot (c,tfinal)
title('Tiempo total de vuelo en función del coeficiente de roce');
xlabel('Coeficiente de roce viscoso [Kg/s]')
ylabel('Tiempo [s]')

```

**Ejercicio 2:** Se desea determinar la altura máxima a la que llega un proyectil cuando es lanzado verticalmente con velocidad  $V_0$  en presencia de roce viscoso, tal como el descrito en el problema anterior. Busque un método numérico que permita determinar la altura máxima. Resuelva para  $m = 0,1kg$ ,  $V_0 = 1m/s$  y  $c = 0,1kg/s$ . Compare con la predicción sin roce

```

m=0.1;
g=9.8;
h=0;
c=0.1;
dt=0.001;
vo=1;
y(1)=h;
y(2)=h+vo*dt;%Noten la aproximación de primer orden aquí
r(1)=h;%En r almacenamos los valores sin roce
r(2)=h+vo*2*dt-0.5*g*4*dt*dt;

```

```

ymax=y(2);%En las variables max guardaremos el valor más alto
%alcanzado por el vector
rmax=r(2);
for i=3:1:20/dt
y(i)=dt*dt*(-m*g-c*(y(i-1)-y(i-2))/dt)/m+2*y(i-1)-y(i-2);
r(i)=r(1)+vo*dt*i-0.5*g*(dt*i)*(dt*i);
if y(i)>ymax %Si el valor actual es mayor que el más alto hasta el momento
    ymax=y(i); % se reemplaza por el nuevo valor
end
if r(i)>rmax
    rmax=r(i);
end
if y(i)<=0
    break
end
end
t=0:dt:(length(y)-1)*dt;
plot (t,y,'k',t,r,'b')
title('Posición vs tiempo lanzamiento vertical')
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel('Altura [m]')
legend('Con roce viscoso','Sin roce')
axis([0,max(t),0,max(rmax,ymax)]);%Notar que el límite superior del gráfico es el
%mayor de los máximos.

```

**Ejercicio 3:** Se desea calcular el alcance de un proyectil que se lanza, desde el nivel del suelo, en un ángulo  $\alpha$  respecto a la horizontal con velocidad  $V_0$ . Sobre el proyectil actúa el roce con el aire, que le ejerce una fuerza  $F = -cv$ . Calcule la trayectoria y encuentre el ángulo para el que el alcance es mayor.

```

m=1;
g=9.8;
h=10;
c=0.1;
dt=0.001;
vo=1;
alpha=0:0.1:pi/2; %Valores de ángulo que usaremos, recuerden que Matlab
%trabaja en radianes
for j=1:length(alpha) %Este arreglo recorre los valores del ángulo
    y(1)=0;
    vy=vo*sin(alpha(j));%Esta vez necesitamos separar la velocidad por componentes
    y(2)=y(1)+vy*dt;
    x(1)=0;
    vx=vo*cos(alpha(j));
    x(2)=x(1)+vx*dt;
    for i=3:1:20/dt
        y(i)=dt*dt*(-m*g-c*(y(i-1)-y(i-2))/dt)/m+2*y(i-1)-y(i-2);
    end
end

```

```

x(i)=dt*dt*(-c*(x(i-1)-x(i-2))/dt)/m+2*x(i-1)-x(i-2); %Fijense como el peso
%no afecta el eje x
if y(i)<=0
    xmax(j)=x(i); %Guardamos el punto en el que el proyectil alcanza el suelo
    break;
end
end
end
end

plot(alpha,xmax)
xlabel('Ángulo de lanzamiento [rad]')
ylabel('Alcance del proyectil [m]')
title('Alcance del proyectil en función del ángulo')
pause %Necesitan apretar una tecla para continuar
close%Cierra el gráfico
[a,b]=max(xmax);%a guarda el valor máximo del vector xmax y b indica el
%índice de ese valor
disp('El ángulo de mayor alcance es')
alpha(b)

```