



CI63F/EL761



Control Inteligente para Problemas Dinámicos de Transporte

Profesores:

Cristián Cortés*, Doris Sáez**, Alfredo Núñez**

Departamento de Ingeniería Civil - Transporte

*Departamento de Ingeniería Eléctrica

Universidad de Chile



Introducción al Control Predictivo



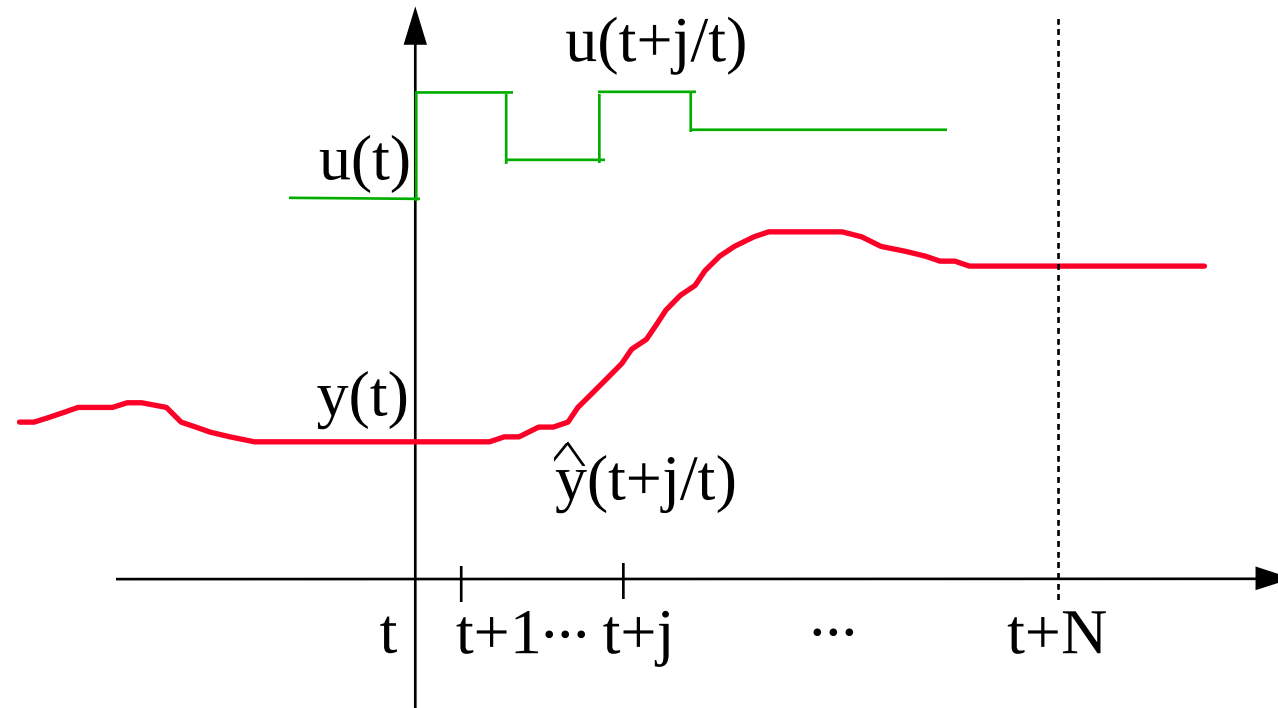
- ♦ Control Predictivo
- ♦ Modelos de Predicción
- ♦ GPC

Camacho, E., Bordons, C. “Model Predictive Control”, Springer-Verlag, 1998.

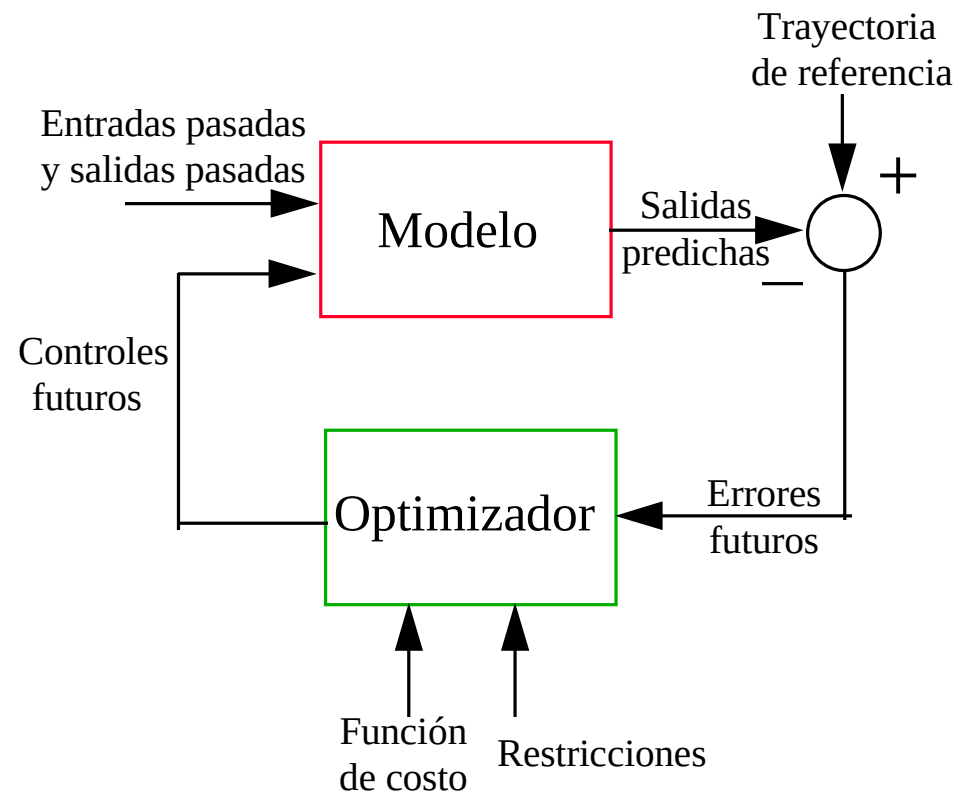
Control Predictivo basado en Modelos

- ♦ El uso de un modelo matemático del proceso que se utiliza para predecir la evolución futura de las variables controladas sobre un horizonte de predicción.
- ♦ El establecimiento de una trayectoria deseada futura, o referencia, para las variables controladas.
- ♦ El cálculo de las variables manipuladas optimizando una cierta función objetivo o función de costos.
- ♦ La aplicación del control siguiendo una política de horizonte móvil.

Control Predictivo basado en Modelos



Control Predictivo basado en Modelos





Control Predictivo basado en Modelos



- ◆ Los elementos principales del control predictivo son:
 - Modelos de predicción
 - Función objetivo
 - Obtención de la ley de control
 - Restricciones

Modelos de Predicción

- ◆ Modelo ARX

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + \frac{e(t)}{\Delta}$$

Función Objetivo

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [w(t+j) - \hat{y}(t+j/t)]^2 + \sum_{i=1}^{N_u} \lambda(i) [\Delta u(t+i-1)]^2$$

- ♦ $\delta(j)$ y $\lambda(j)$ son coeficientes de ponderación
- ♦ $\hat{y}(t+j/t)$ es la salida predicha en el instante $t+j$,
- ♦ $w(t+j)$ representa la trayectoria de referencia deseada,
- ♦ N_1 y N_2 son los horizontes mínimo y máximo de predicción,
- ♦ N_u es el horizonte de control

Obtención de la Ley de Control

- ♦ Para obtener los valores $u(t+j/t)$ se minimiza la función de objetivo planteada anteriormente. Para ello se calculan los valores de las salidas predichas, haciendo uso de un modelo de predicción y luego se sustituyen estos valores en la función objetivo.
- ♦ Estructura de acción de control futura para $N_u < N_2$.

$$\Delta u(t + j - 1) = 0$$

para $j > N_u$.

Restricciones

$$u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max}$$

$$\Delta u_{\min} \leq \Delta u(t) \leq \Delta u_{\max}$$

$$y_{\min} \leq y(t) \leq y_{\max}$$

Modelos de Predicción

$$Ay_t = Bu_{t-d} + n_t = Bu_{t-d} + \frac{w_t}{\Delta}$$

$$\frac{1}{A\Delta} = \underbrace{E_j}_{\text{Cuociente}} + \underbrace{\frac{F_j}{A\Delta} z^{-j}}_{\text{Re sto}}$$

$$y_{t+j} = G_j \Delta u_{t-d+j} + E_j w_{t+j} + F_j y_t \quad G_j \cong B E_j$$

$$E[y_{t+j} / t] \equiv \hat{y}_{t+j} = G_j \Delta u_{t-d+j} + F_j y_t$$

Modelos de Predicción

- ♦ En forma matricial $\hat{y} = G\tilde{u} + f$

$$\hat{y} \equiv [\hat{y}_{t+1}, \hat{y}_{t+2}, \dots, \hat{y}_{t+N}] \quad \tilde{u} \equiv [\Delta u_t, \Delta u_{t+1}, \dots, \Delta u_{t+N-1}]^T$$

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \\ \vdots & \vdots & & & \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \dots & & g_0 \end{bmatrix}_{N \times N}$$

Control Predictivo Generalizado

- ◆ G.P.C. (“Generalized Predictive Control”)

- ◆ Modelo ARIX $\hat{y}_{t+j} = E[y_{t+j} / t] = G_j \Delta u_{t-d+j} + F_j y_t$

- ◆ Función Objetivo

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} [\hat{y}_{t+j} - r_{t+j}]^2 + \sum_{i=1}^{N_u} \lambda_i [\Delta u_{t+i-1}]^2$$

Control Predictivo Generalizado

- ◆ Ley de control GPC $\tilde{u} = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (r - f)$

$$u_t = u_{t-1} + H_1^T (r - f)$$

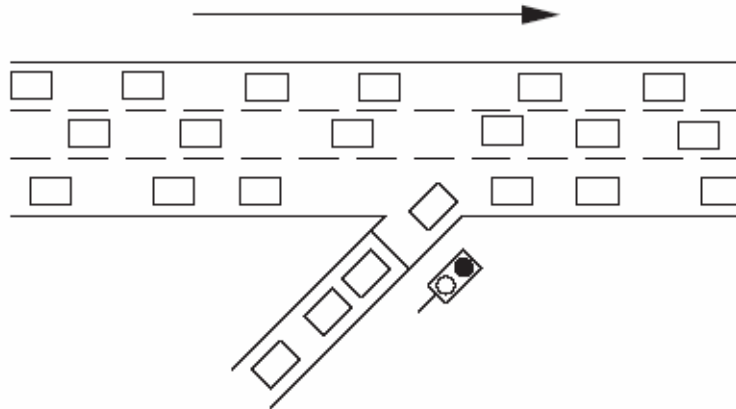
H_1^T la primera fila de $(G^T G + \lambda I)^{-1} G^T$

$G\tilde{u}$ términos desconocidos $\{\Delta u_t, \Delta u_{t+1}, \dots, \Delta u_{t+N_u-1}\}$

f términos conocidos $\{\Delta u_{t-1}, \Delta u_{t-2}, \dots, y_t, y_{t-1}, \dots\}$

Ejemplo

- ◆ Control Predictivo para acceso de pistas (Ramp Metering)



Ejemplo

Controlador PID

$r(k)$ es la tasa de metering

$\rho(k)$ es la densidad

$$r(k) = r(k-1) + K_R(\hat{\rho} - \rho(k)),$$

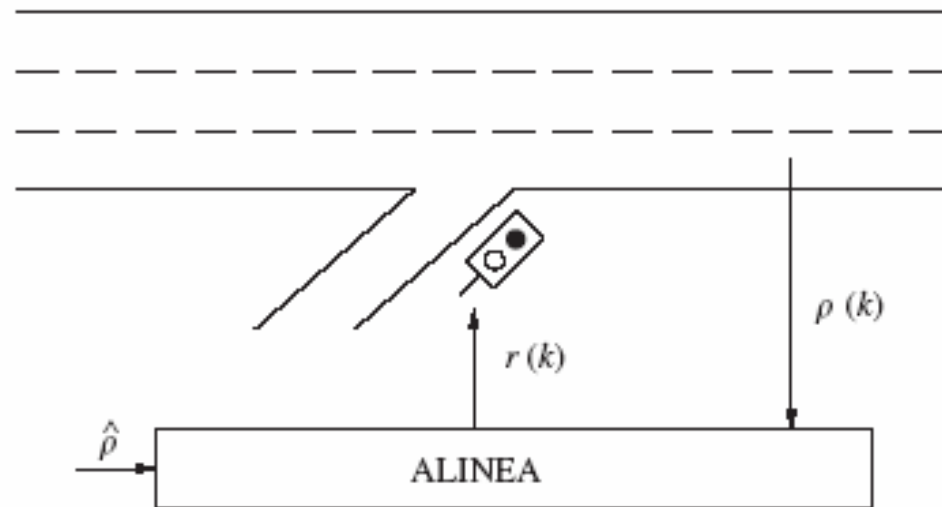


Fig. 3. Control scheme for ALINEA.

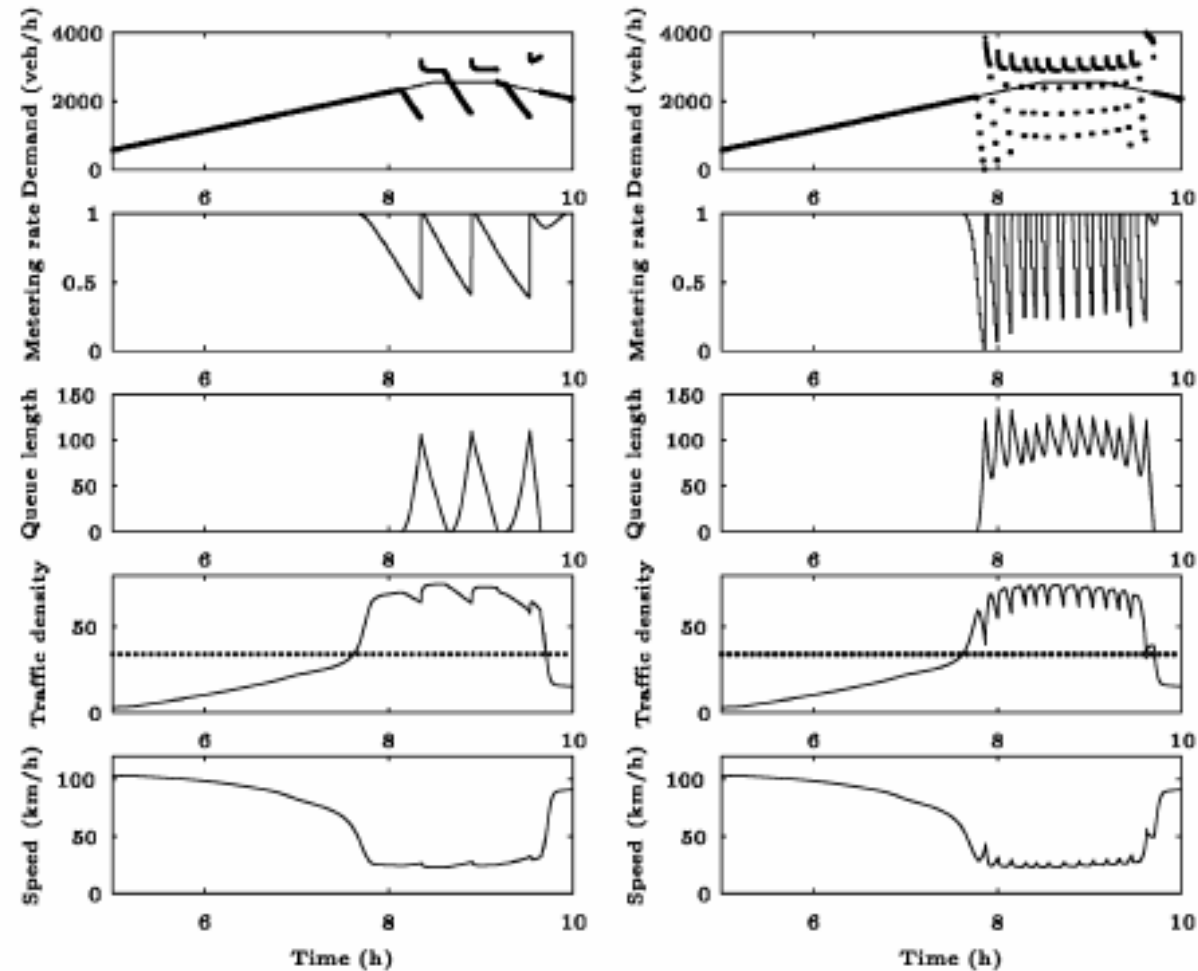
Control Predictivo para Acceso de Pistas

Función objetivo dada por el tiempo total gastado por los vehículos en el área estudiada

$$J(k_0) = \sum_{k=k_0}^{k_0+N_p-1} \left[\sum_{j \in \mathcal{J}_s} \rho_j(k) l_j n_j + \alpha \sum_{m \in \mathcal{J}_o} w_m(k) + \alpha_{\text{ramp}} (r(k) - r(k-1))^2 \right] \Delta T_{\text{ctrl}},$$

$w_m(k)$ largo de cola
 l_j largo de la sección
 n_j número de carriles

Resultados: Controlador PID



Resultados: Control Predictivo

