fcfm Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

EL 6000
Generación de Energía Eléctrica con Fuentes Renovables

Clase 2: PRINCIPIOS BASICOS DE ELECTROMAGNETISMO

Luis Vargas
AREA DE ENERGIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA

AGENDA

- Campo Magnético
- Ley Circuital de Ampere
- Ley de Biot y Savarat
- Torque eléctrico y
- Motor elemental.

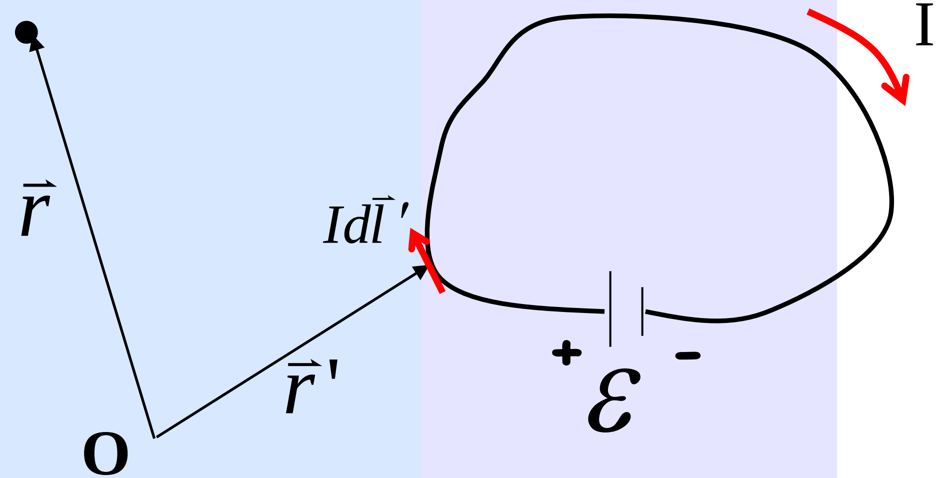
Campo magnético

Campo producido por circuito Γ'

$$\vec{B} = \oint_{\Gamma'} \frac{\mu_0 I d\vec{l}\,' \times (\vec{r} - \vec{r}\,')}{4\pi \left\| \vec{r} - \vec{r}\,' \right\|^3}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

Circuito Γ'

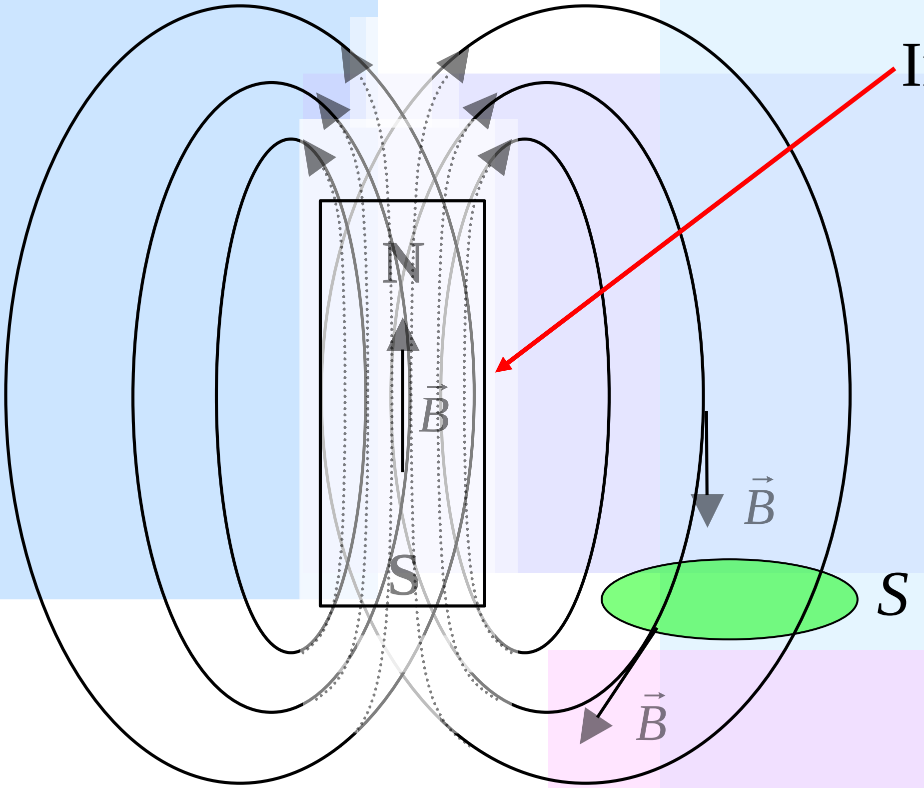


$\vec{B}$:Vector campo magnético

$\vec{H}$:Vector intensidad de campo magnético

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[H/m \right]$: permeabilidad magnética del medio

Campo magnético



Flujo de líneas de campo a través de una superficie S:

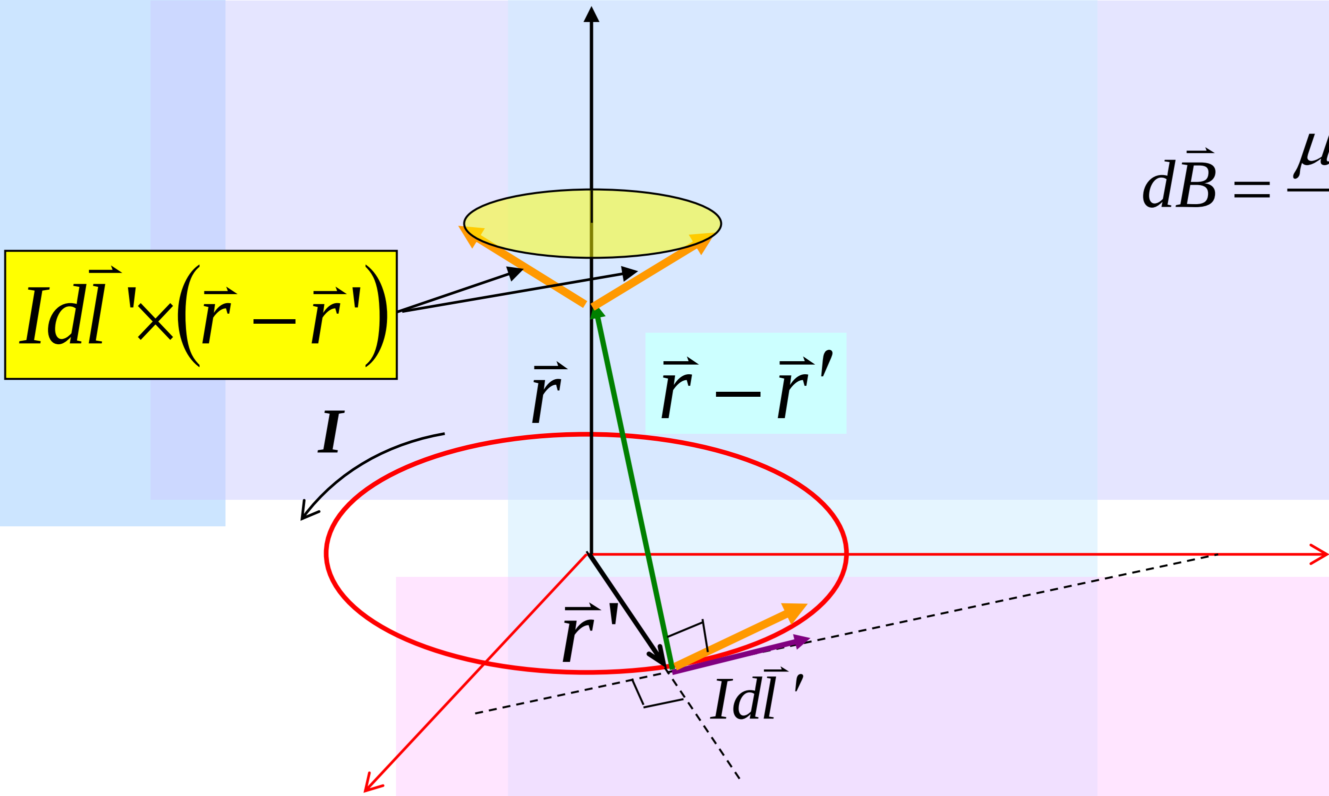
$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

UNIDADES:

	ϕ	$\vec{B}$
Sistema CGS	[líneas]	[líneas/cm^2]
Sistema mks	[Wb] (Weber)	[Wb/m^2] = [Tesla]
Equivalencias	1 [Wb] = 10^8 [líneas]	1 [Tesla] = 10^4 [Gauss] = 10 [kGauss]

Regla de la mano derecha

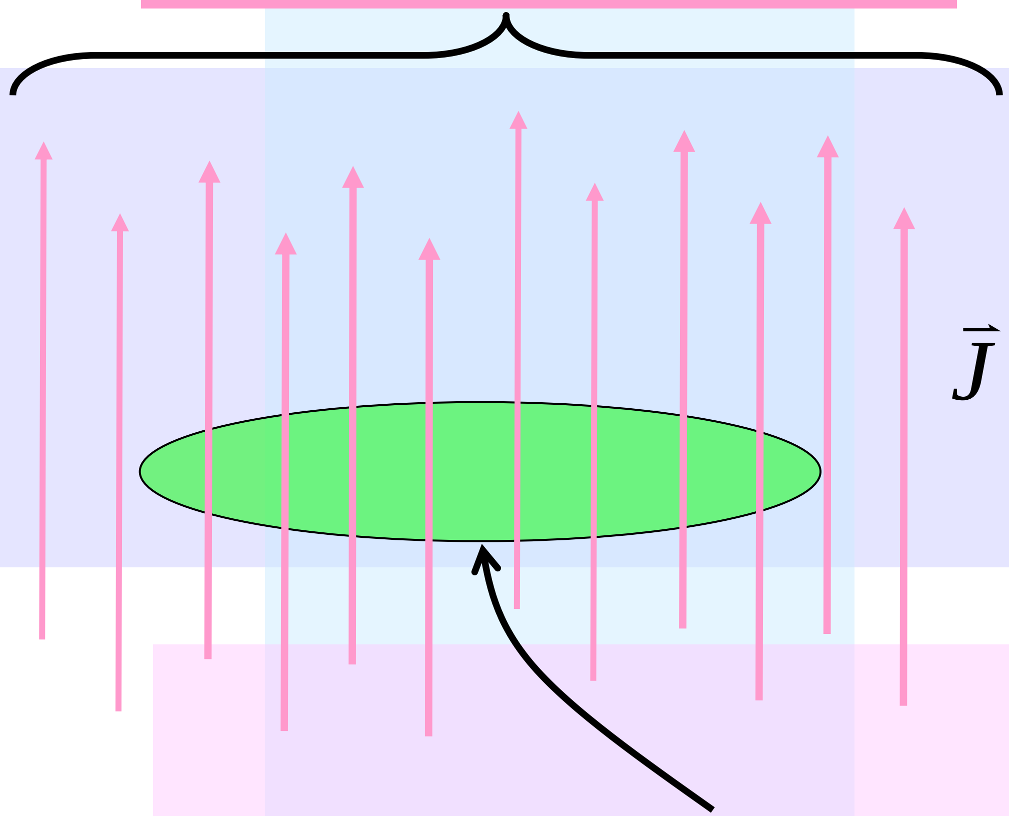
Dirección de campo está dado por el producto $Id\vec{l}\,'\times(\vec{r}-\vec{r}\,')$



$$d\vec{B}=\frac{\mu_0 Id\vec{l}\,'\times(\vec{r}-\vec{r}\,')}{4\pi\left\|\vec{r}-\vec{r}\,'\right\|^3}$$

Ley Circuital de Ampere

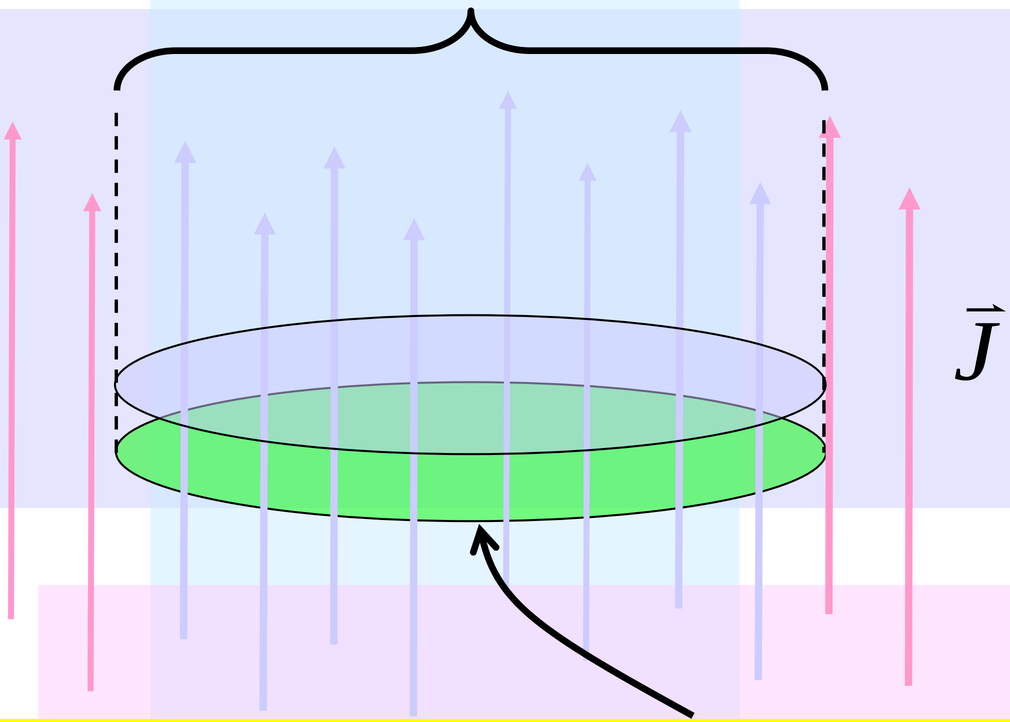
Líneas de corriente



Plano S por donde atraviesan líneas de corriente

Ley Circuital de Ampere

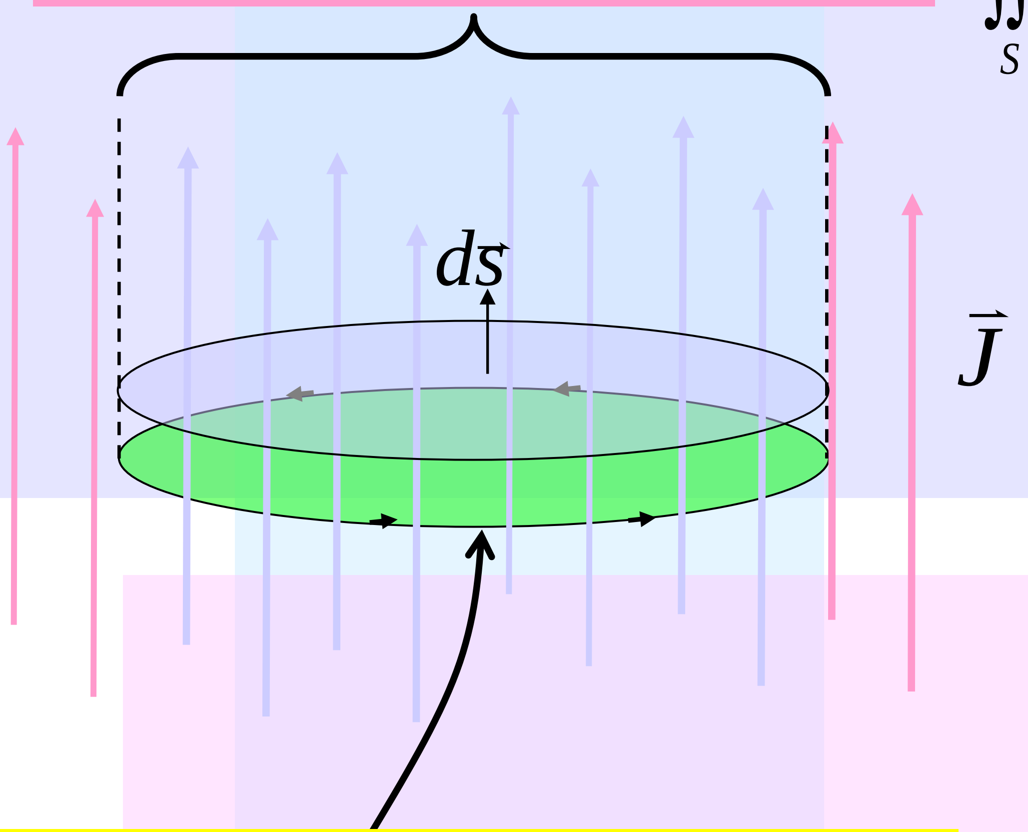
Corriente que atraviesa por S



Plano S por donde atraviesan líneas de corriente

Ley Circuital de Ampere

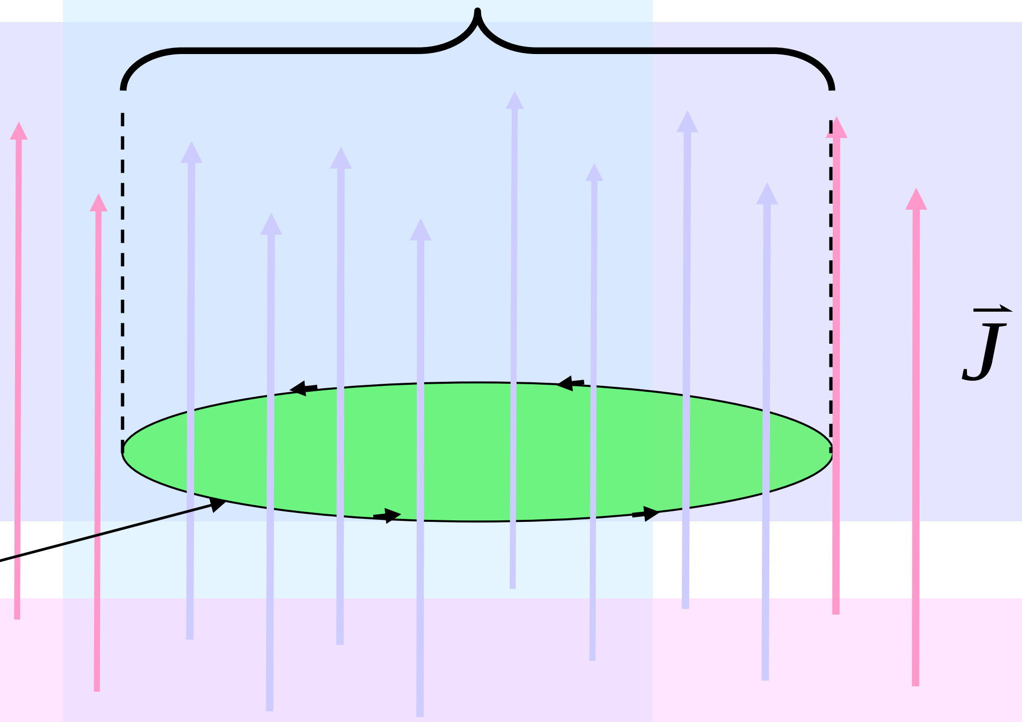
$$\text{Corriente enlazada por } \Gamma(s) = \iint_S \vec{J} \bullet d\vec{s}$$



Trayectoria cerrada $\Gamma(S)$

Ley Circuital de Ampere

$I_{enlazada}$ = Corriente enlazada por $\Gamma(s)$



Trayectoria cerrada $\Gamma(s)$

$$\oint_{\Gamma(s)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enlazada}$$

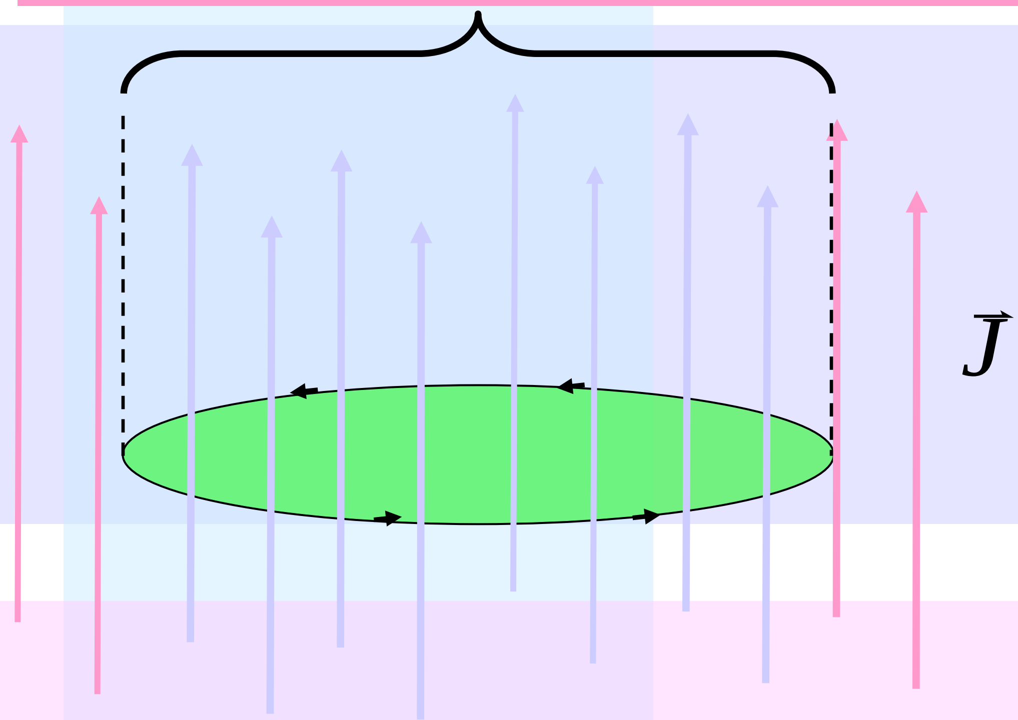
Ley Circuital de Ampere

Ley Circuital de Ampere

$I_{enlazada}$ = Corriente enlazada por $\Gamma(s)$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$\vec{H}$: Vector Intensidad de Campo Magnético

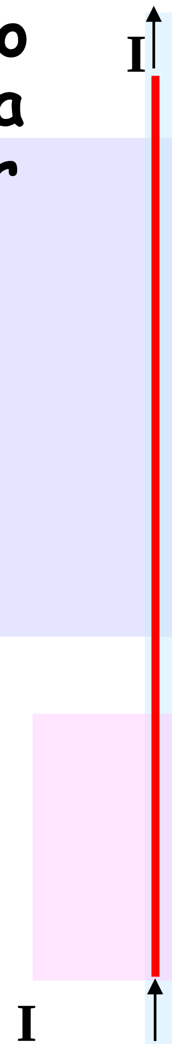


$$\oint_{\Gamma(s)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{enlazada}$$

Ley Circuital de Ampere

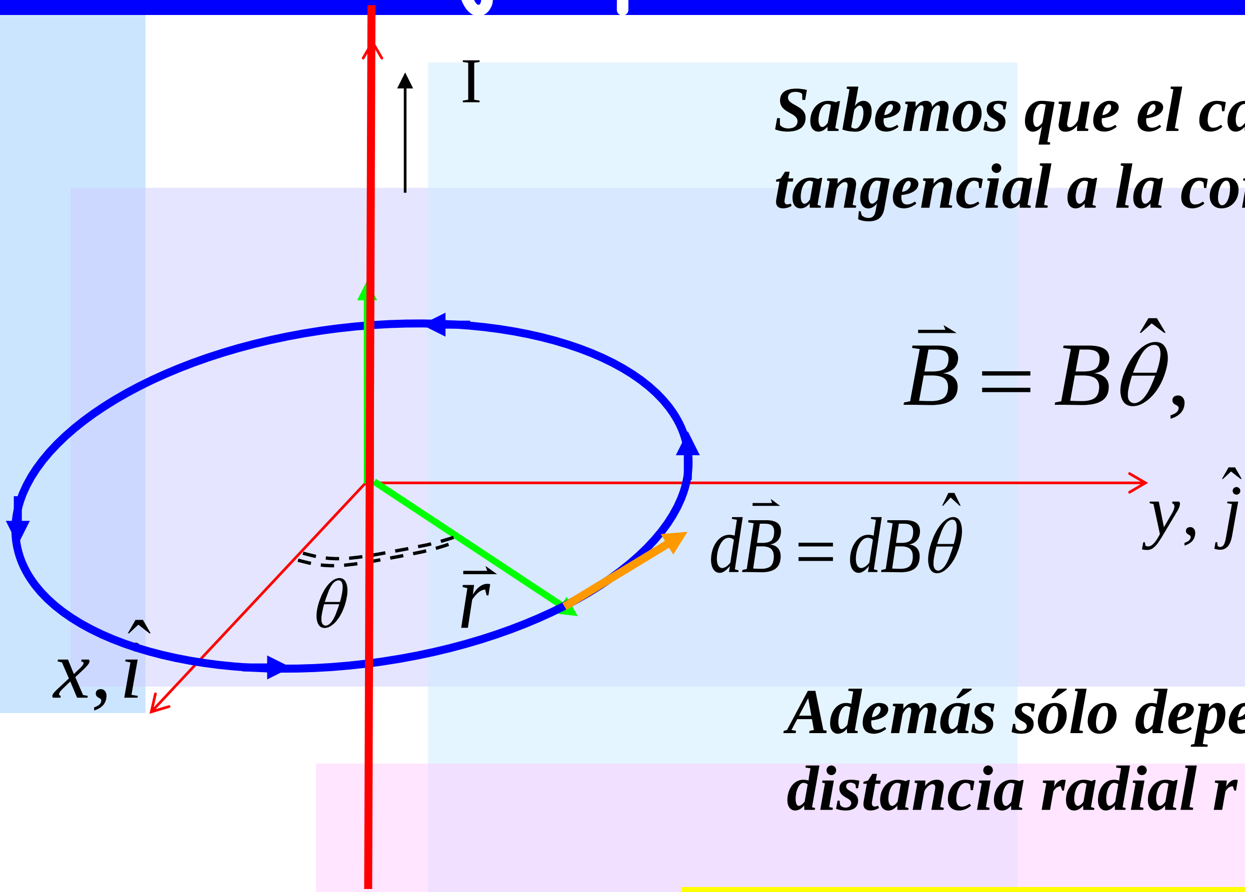
Ejemplo 1

Calcular el campo magnético de una corriente unifilar infinita



$$\vec{B} = ?$$

Ejemplo 1



Sabemos que el campo es tangencial a la corriente

$$\vec{B} = B\hat{\theta}, \quad \vec{H} = H\hat{\theta}$$

Además sólo depende de la distancia radial r

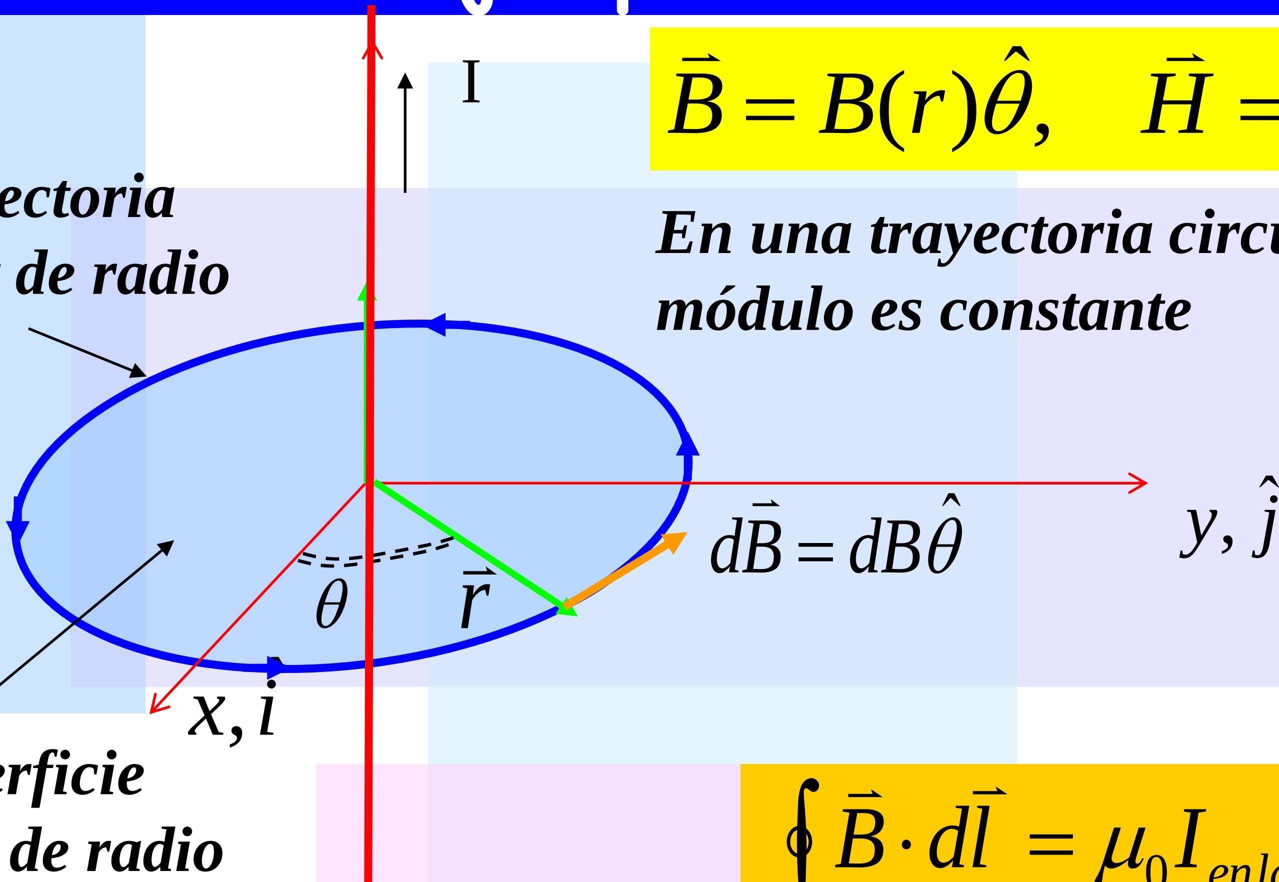
$$\boxed{\vec{B} = B(r)\hat{\theta}, \quad \vec{H} = H(r)\hat{\theta}}$$

Ejemplo 1

$$\vec{B} = B(r)\hat{\theta}, \quad \vec{H} = H(r)\hat{\theta}$$

En una trayectoria circular el módulo es constante

Γ ***: trayectoria circular de radio r***

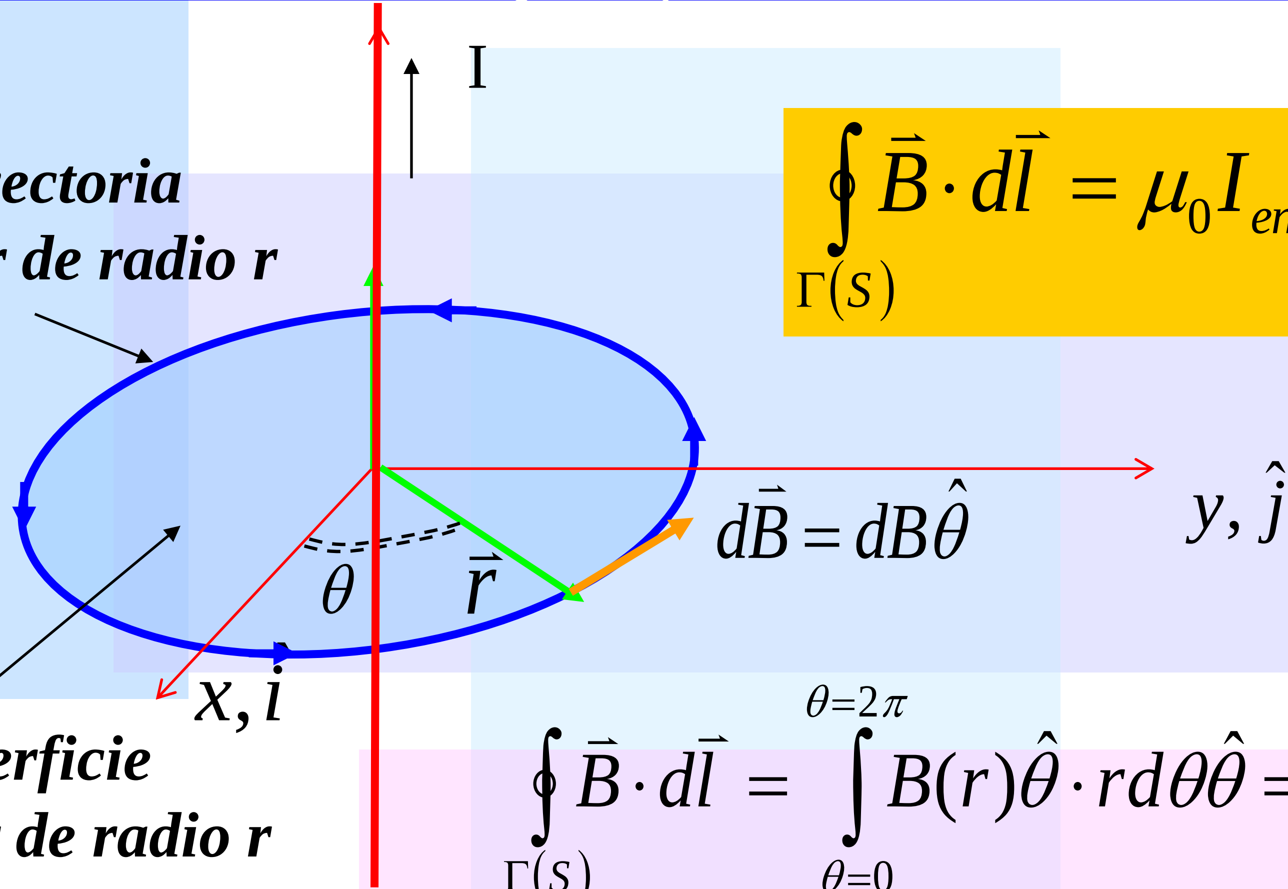


S ***: superficie circular de radio r***

$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enlazada}(S)$$

Ejemplo 1

Γ : ***trayectoria circular de radio r***



S : ***superficie circular de radio r***

$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enlazada}(S)$$

$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} B(r)\hat{\theta} \cdot r d\theta \hat{\theta} = B(r) r \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} d\theta$$

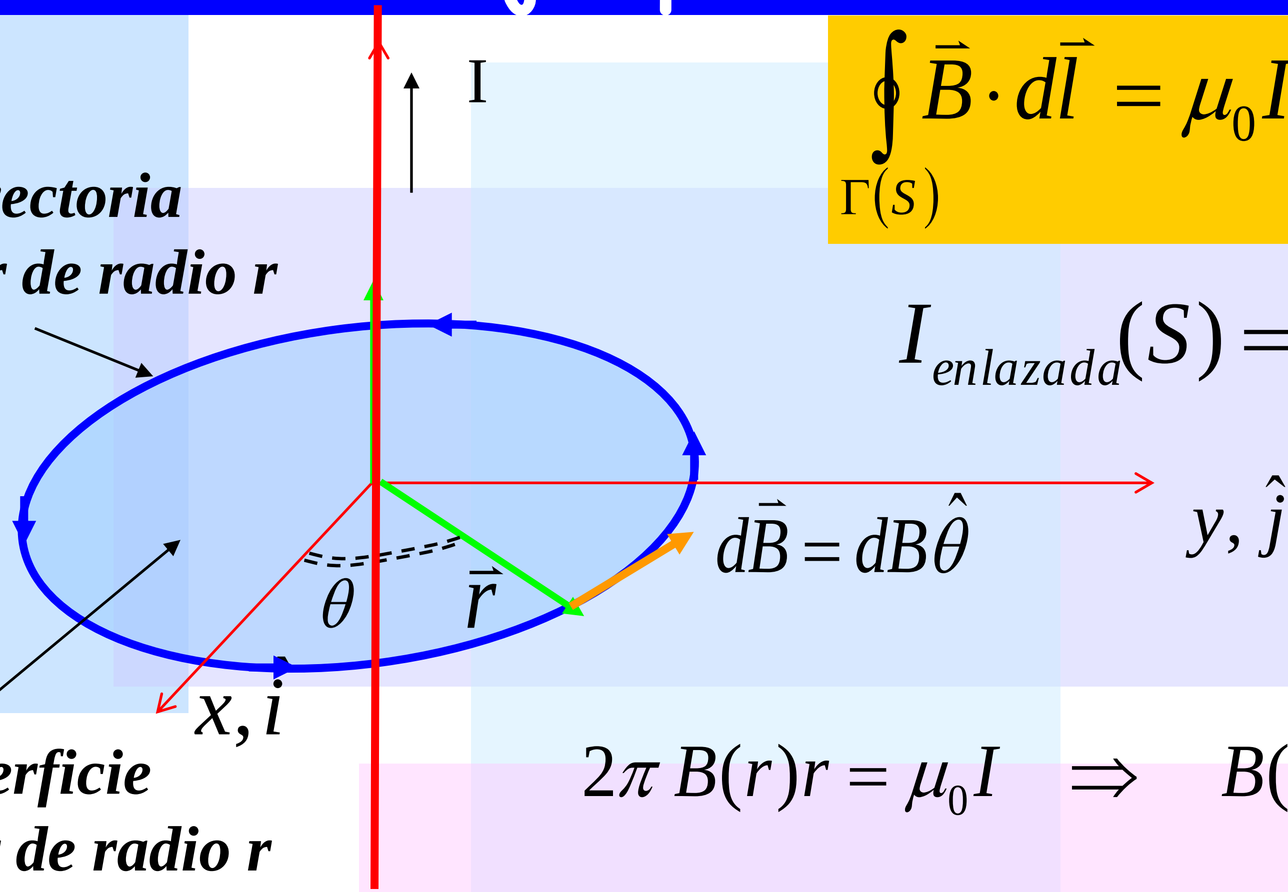
$$\Rightarrow \quad \oint_{\Gamma(S)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi B(r) r$$

Ejemplo 1

$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enlazada}(S)$$

Γ ***: trayectoria circular de radio r***

$$I_{enlazada}(S) = I$$



S ***: superficie circular de radio r***

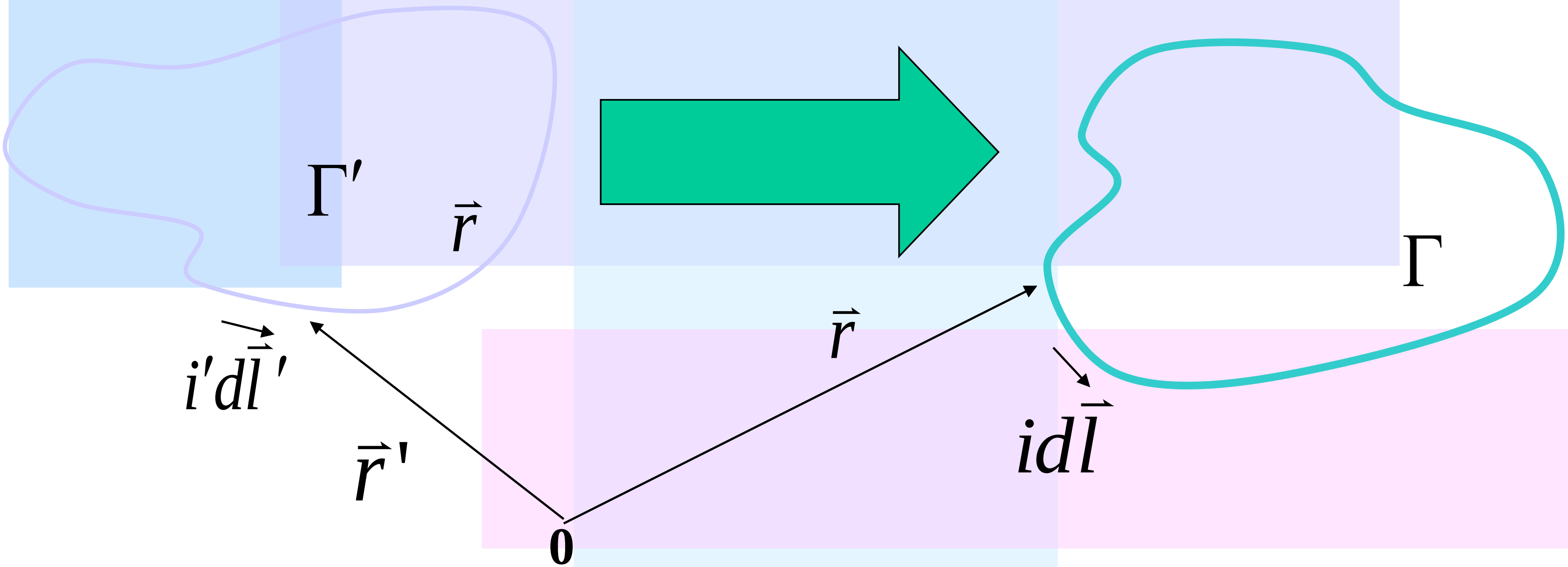
$$2\pi B(r) r = \mu_0 I \quad \Rightarrow \quad B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\therefore \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\theta}$$

Ley de Biot y Savarat

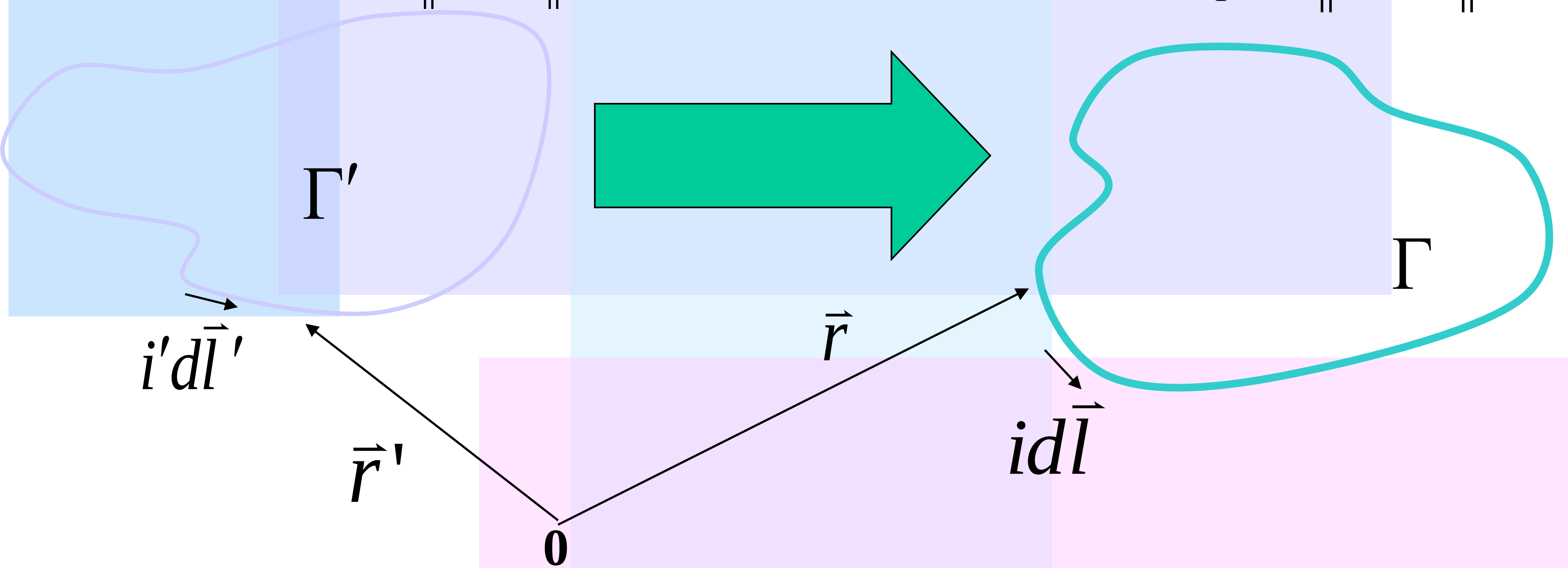
Fuerza que ejerce circuito Γ' sobre circuito Γ

$$\vec{F}_{\Gamma' \to \Gamma} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\Gamma} \oint_{\Gamma'} \frac{I' I d\vec{l} \times \left(d\vec{l}\,' \times (\vec{r} - \vec{r}\,') \right)}{\left\| \vec{r} - \vec{r}\,' \right\|^3}$$



Ley de Biot y Savarat

$$\vec{F} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{\Gamma}\oint_{\Gamma'} \frac{I' I d\vec{l} \times \left(d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')\right)}{\left\|\vec{r} - \vec{r}'\right\|^3} \rightarrow \quad d\vec{F} = \frac{I d\vec{l} \times \mu_0}{4\pi}\oint_{\Gamma'} \frac{I' d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\left\|\vec{r} - \vec{r}'\right\|^3}$$

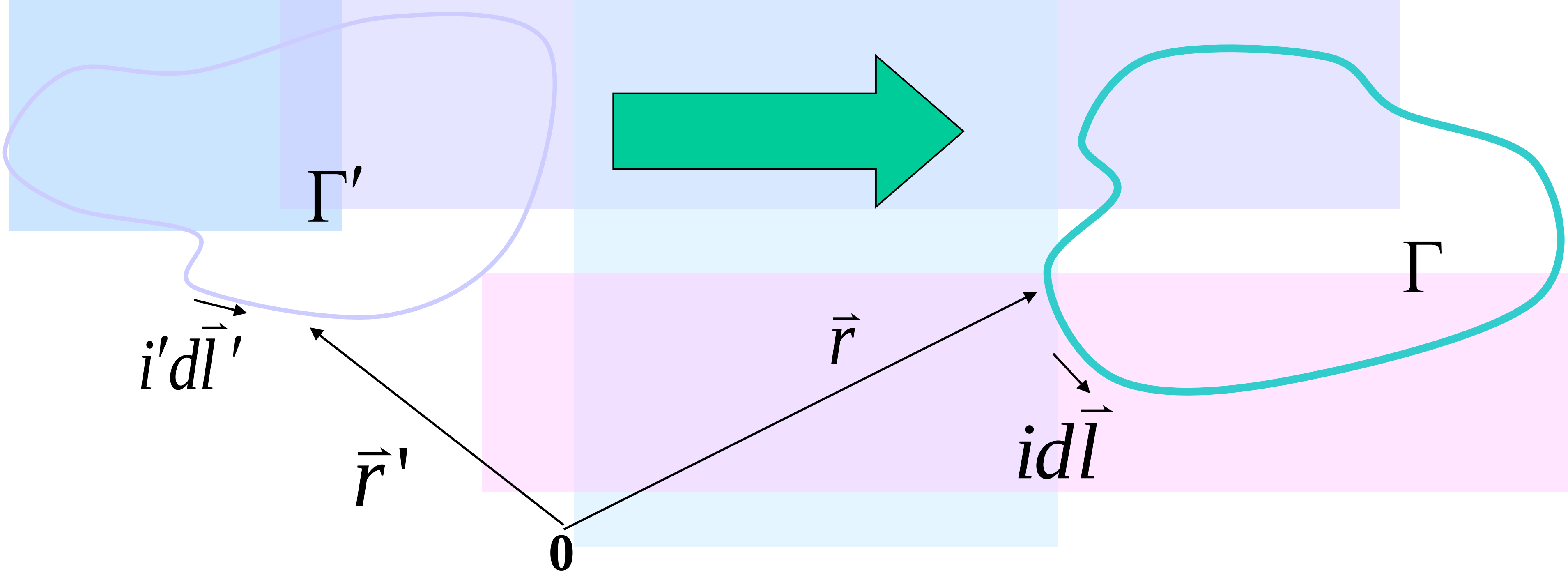


Ley de Biot y Savarat

$$d\vec{F} = \frac{I d\vec{l} \times \mu_0}{4\pi} \oint_{\Gamma'} \frac{I' d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3}$$

$$\therefore \quad d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$

Campo magnético producido por circuito Γ'

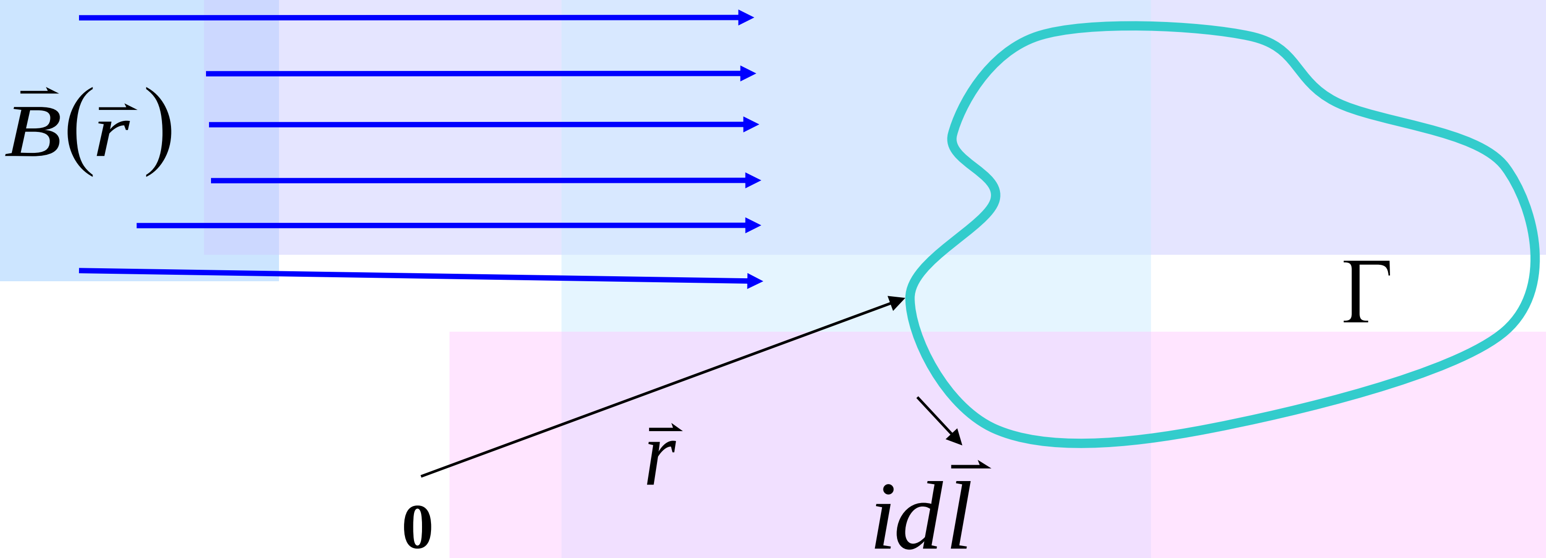


Ley de Biot y Savarat

Así, un circuito en presencia de un campo magnético experimenta una fuerza dada por la ecuación

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$

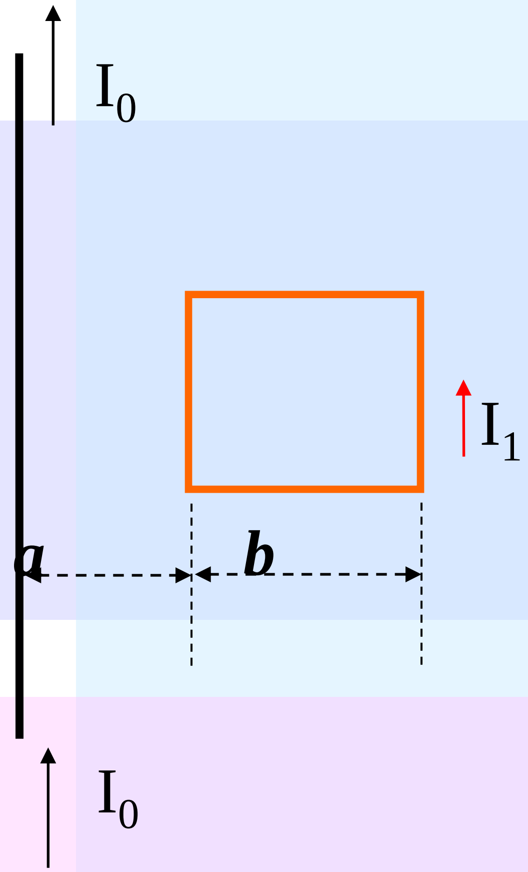
$$\therefore \quad \vec{F} = \oint_{\Gamma} d\vec{F} = \oint_{\Gamma} I d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$



Ley de Biot y Savarat

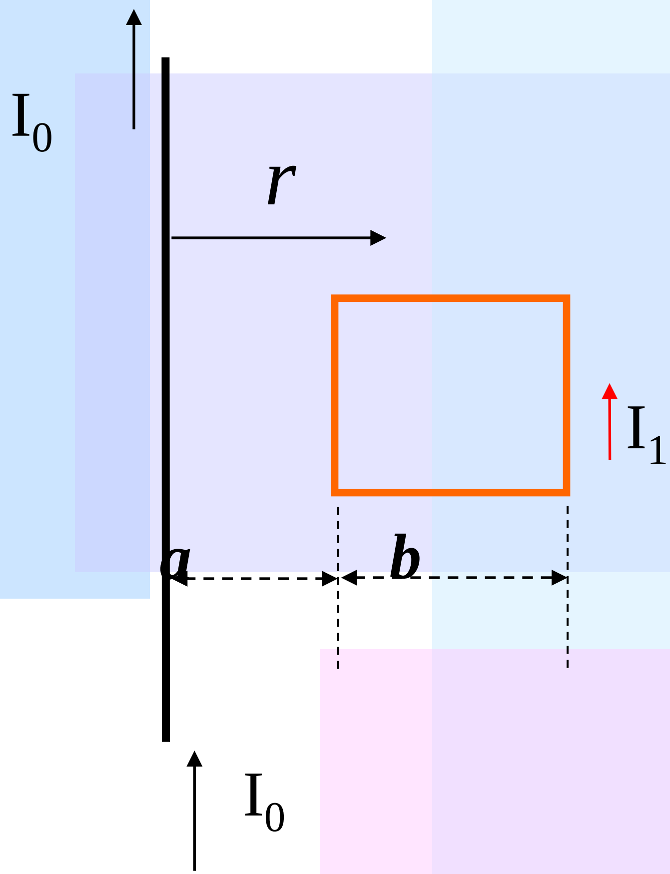
Ejemplo

Calcular la fuerza sobre la espira cuadrada



Ley de Biot y Savarat

Ejemplo



Campo producido por el conductor infinito es

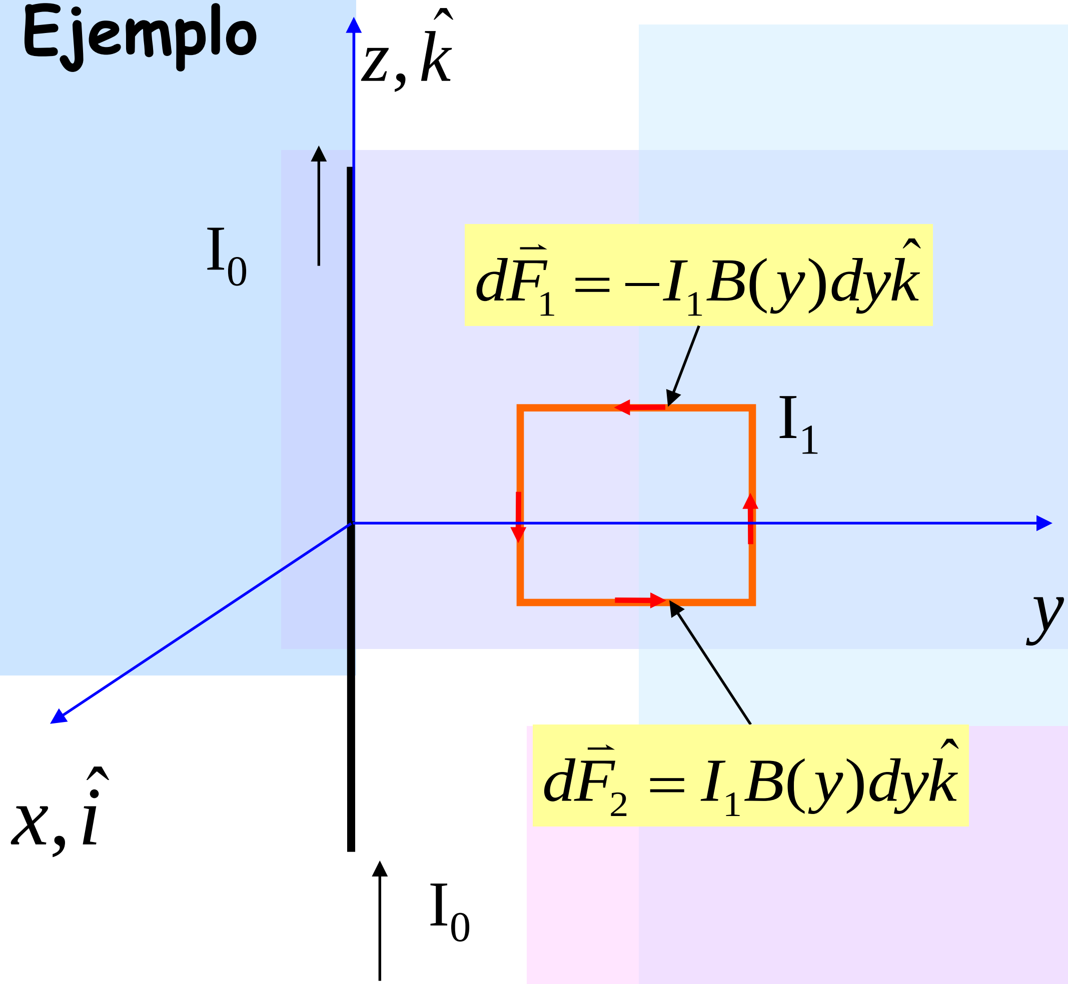
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}\hat{\theta}$$

Fuerza sobre elemento de corriente de espira cuadrada

$$d\vec{F} = I_1 d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$

Ley de Biot y Savarat

Ejemplo



Fuerza sobre elemento de corriente de espira cuadrada

$$d\vec{F} = I_1 d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = -B(y)\hat{i}$$

Claramente

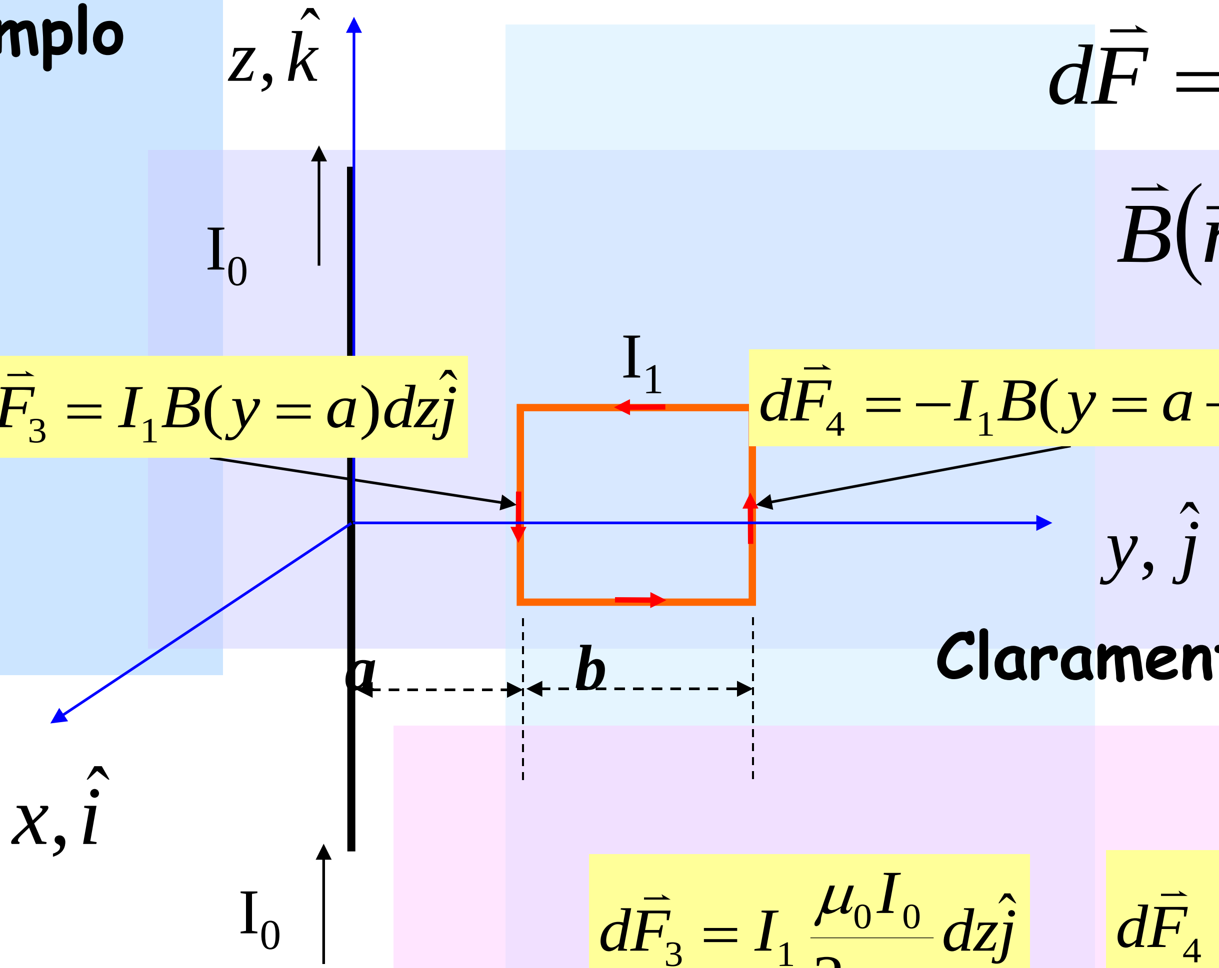
$$d\vec{F}_1 = -d\vec{F}_2$$

Ley de Biot y Savarat

Ejemplo

$$d\vec{F} = I_1 d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = -B(y)\hat{i}$$



$$d\vec{F}_3 = I_1 B(y=a) dz\hat{j}$$

$$d\vec{F}_4 = -I_1 B(y=a+b) dz\hat{j}$$

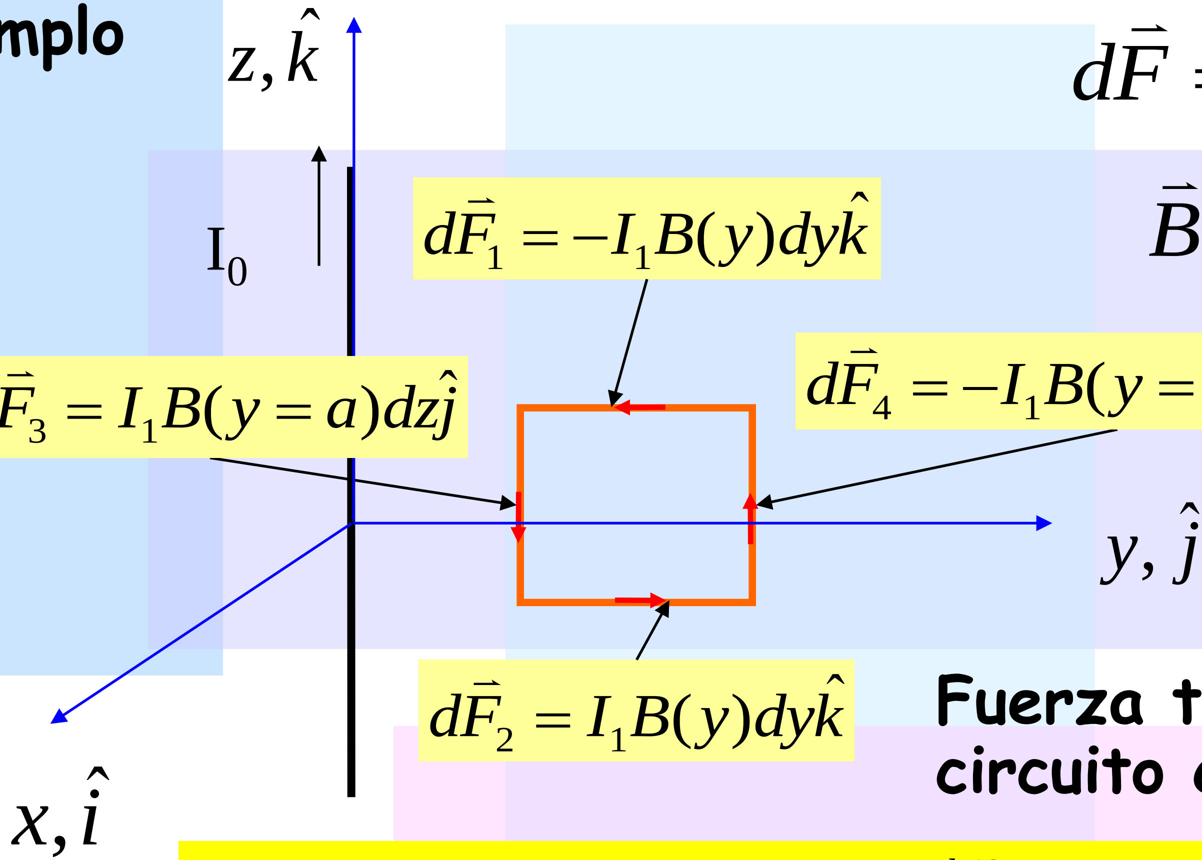
Claramente

$$d\vec{F}_3 = I_1 \frac{\mu_0 I_0}{2\pi\, a} dz\hat{j}$$

$$d\vec{F}_4 = -I_1 \frac{\mu_0 I_0}{2\pi\, a+b} dz\hat{j}$$

Ley de Biot y Savarat

Ejemplo



$$d\vec{F} = I_1 d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = -B(y)\hat{i}$$

$$d\vec{F}_1 = -I_1 B(y) dy \hat{k}$$

$$d\vec{F}_3 = I_1 B(y=a) dz \hat{j}$$

$$d\vec{F}_4 = -I_1 B(y=a+b) dz \hat{j}$$

$$d\vec{F}_2 = I_1 B(y) dy \hat{k}$$

Fuerza total sobre el circuito cuadrado

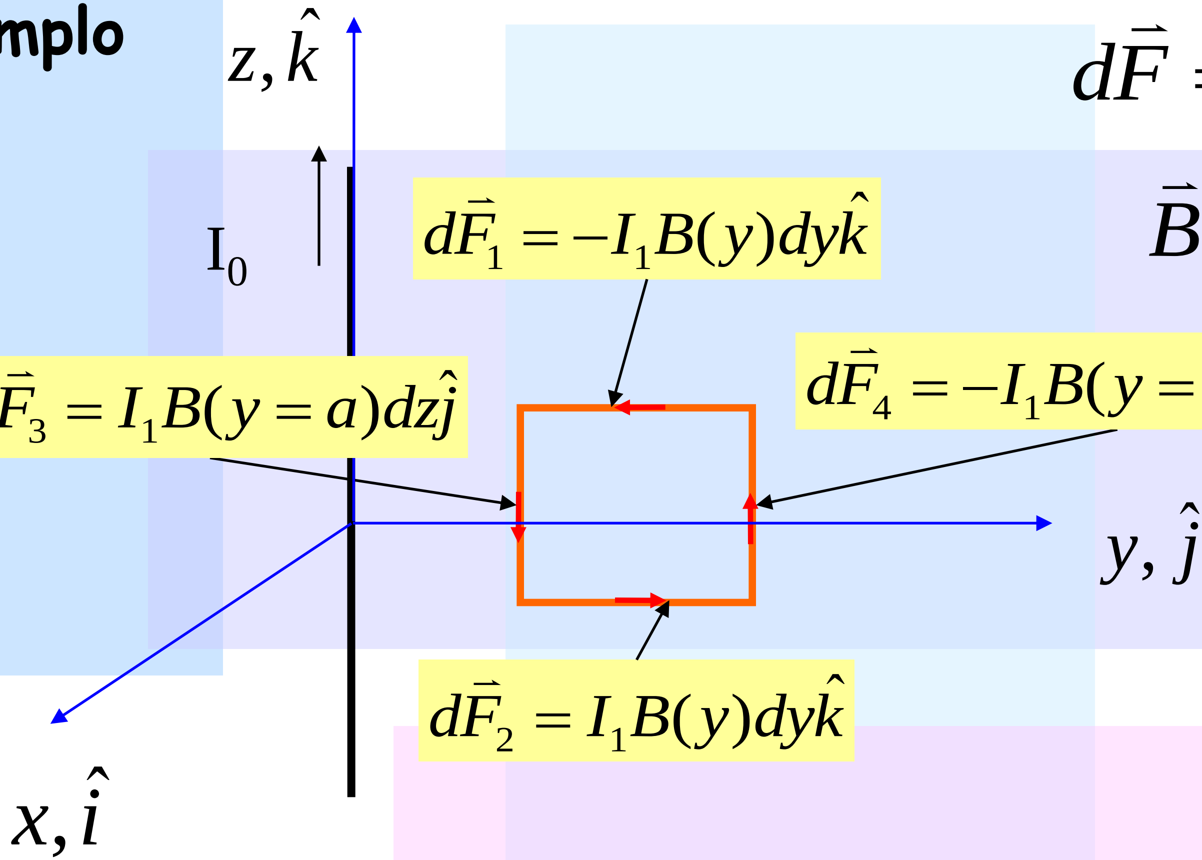
$$\therefore \quad \vec{F} = \oint_\Gamma d\vec{F} = \int_{y=a+b}^{y=a} d\vec{F}_1 + \int_{z=b/2}^{z=-b/2} d\vec{F}_3 + \int_{y=a}^{y=a+b} d\vec{F}_2 + \int_{z=-b/2}^{z=b/2} d\vec{F}_4$$

Ley de Biot y Savarat

Ejemplo

$$d\vec{F} = I_1 d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = -B(y)\hat{i}$$



$$d\vec{F}_1 = -I_1 B(y) dy \hat{k}$$

$$d\vec{F}_3 = I_1 B(y=a) dz \hat{j}$$

$$d\vec{F}_4 = -I_1 B(y=a+b) dz \hat{j}$$

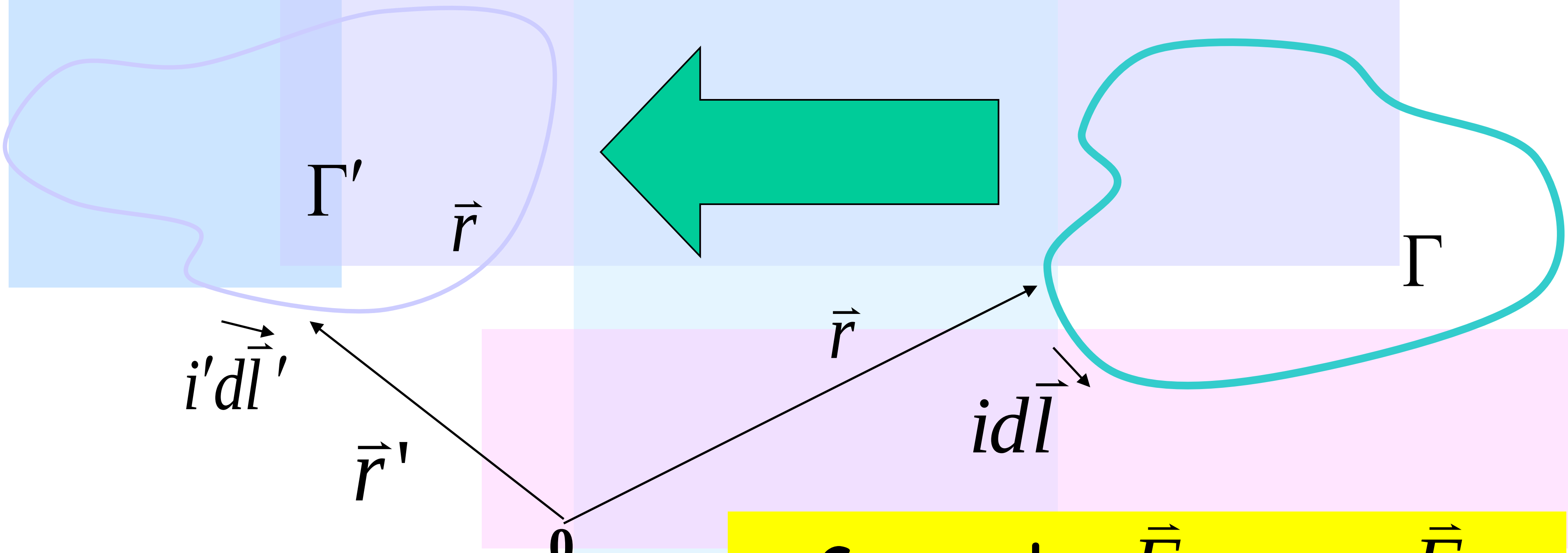
$$d\vec{F}_2 = I_1 B(y) dy \hat{k}$$

$$\vec{F} = \oint_\Gamma d\vec{F} = \int_{z=b/2}^{z=-b/2} \frac{\mu_0 I_1 I_0 \hat{j}}{2\pi a} dz - \int_{z=-b/2}^{z=b/2} \frac{\mu_0 I_1 I_0 \hat{j}}{2\pi(a+b)} dz = \frac{\mu_0 I_1 I_0 b^2}{2\pi(a+b)} \hat{j}$$

Ley de Biot y Savarat

Fuerza que ejerce circuito Γ sobre circuito Γ'

$$\vec{F}_{\Gamma\to\Gamma'} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{\Gamma'}\oint_{\Gamma}\frac{II'd\vec{l}\,'\times\left(d\vec{l}\times(\vec{r}-\vec{r}\,')\right)}{\left\|\vec{r}-\vec{r}\,'\right\|^3} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\oint_{\Gamma}\oint_{\Gamma'}\frac{I'Id\vec{l}\times\left(d\vec{l}\,'\times(\vec{r}-\vec{r}\,')\right)}{\left\|\vec{r}-\vec{r}\,'\right\|^3}$$

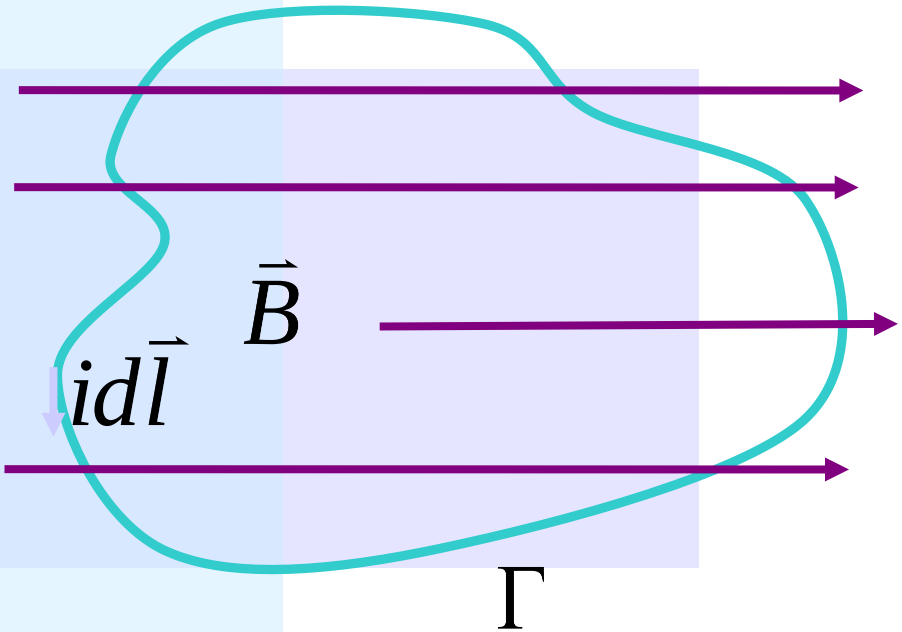


Se cumple $\vec{F}_{\Gamma'\to\Gamma} = -\vec{F}_{\Gamma\to\Gamma'}$

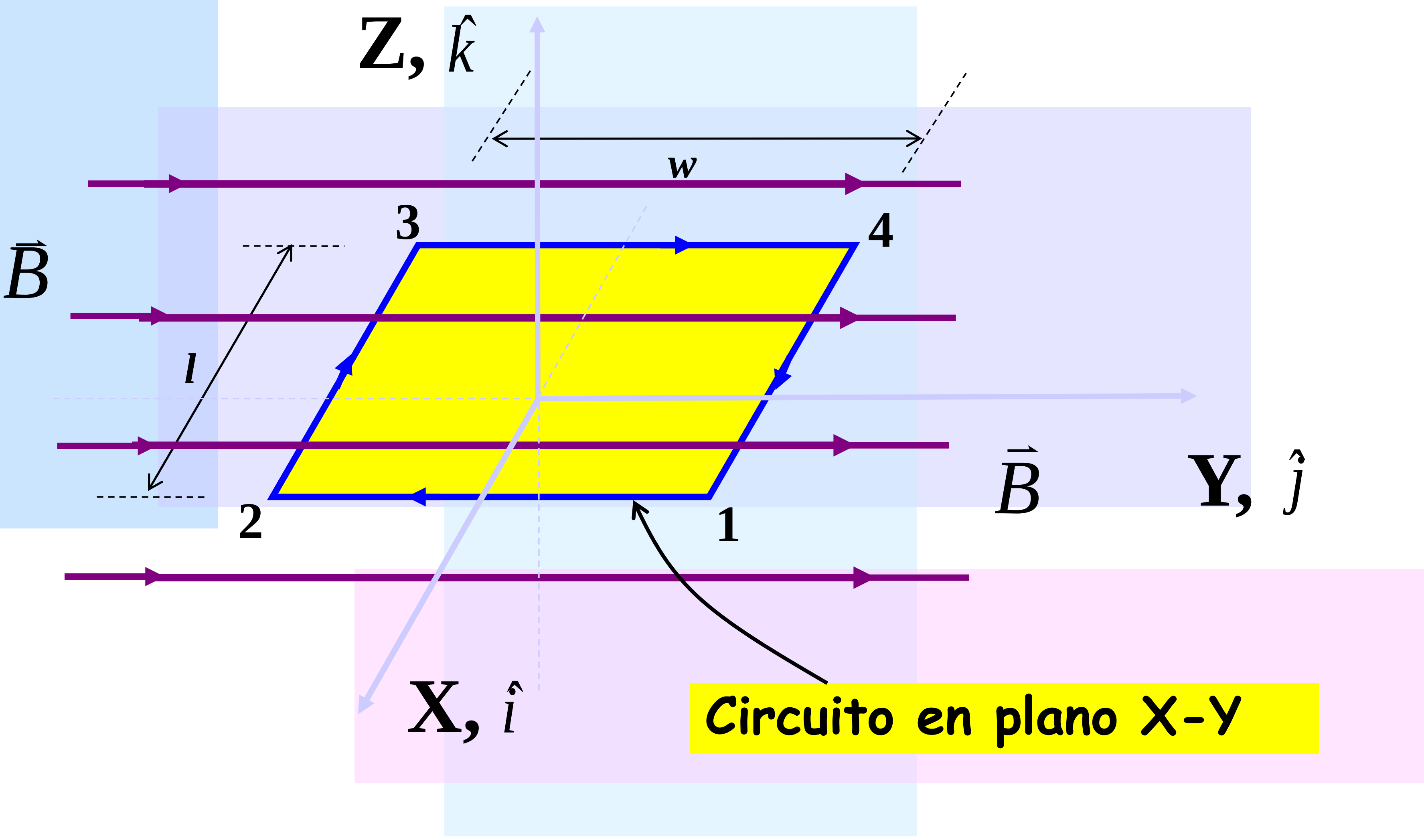
Torque Magnético

Ley de Biot y Savarat

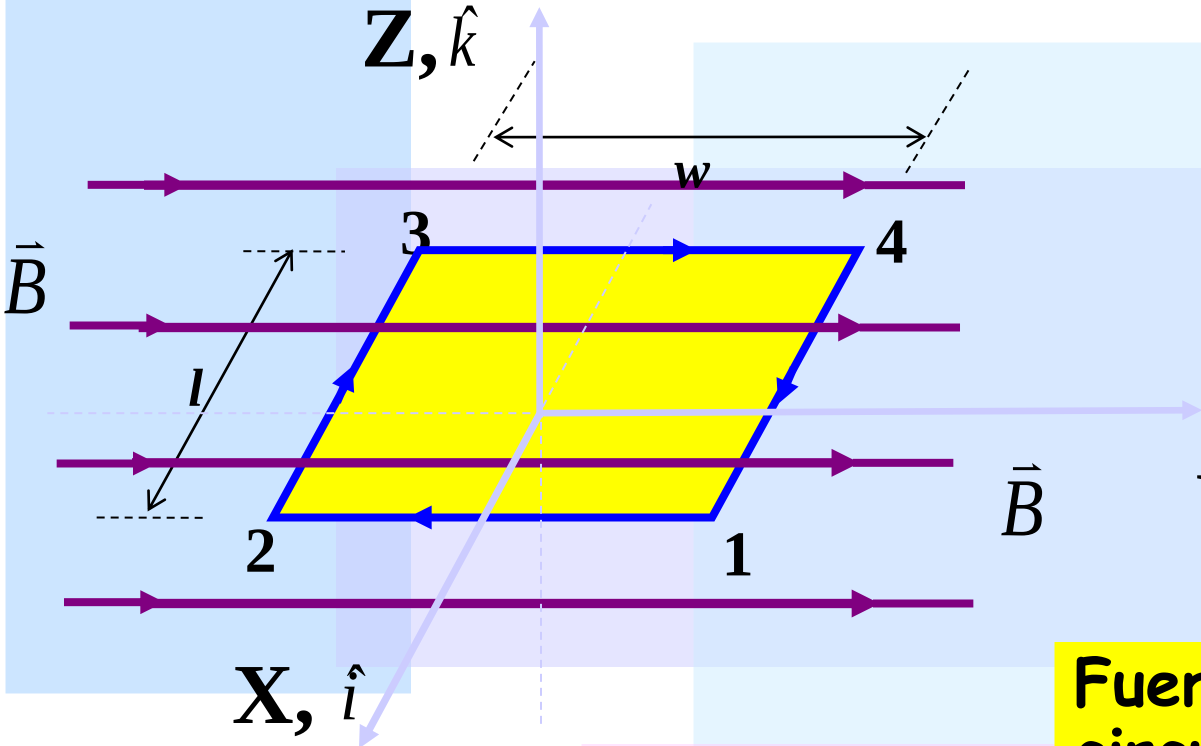
$$\therefore \quad d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$



Torque Magnético



Torque Magnético

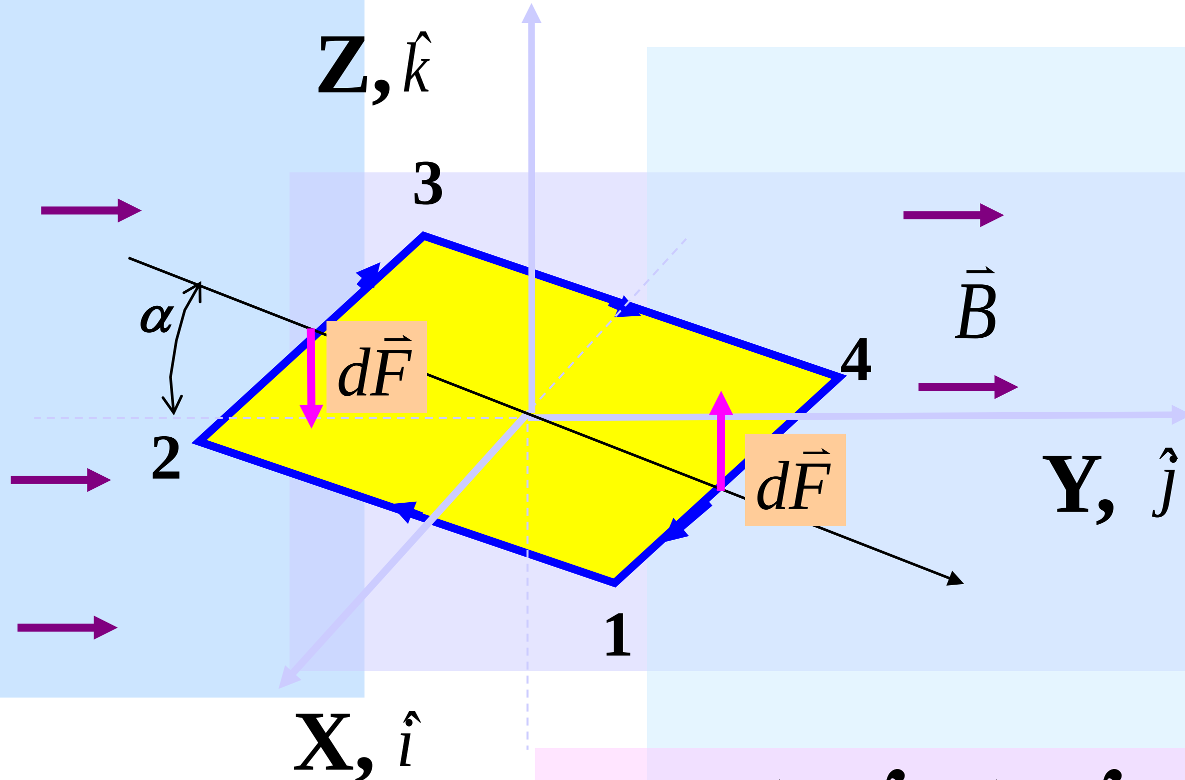


En lados 1-2 y 3-4 es $I d\vec{l}$ paralelo a $\vec{B}$
Luego F=0

Fuerza neta nula sobre el circuito si $\vec{B}$ constante

$$\vec{F} = I\int_{2}^{3} d\vec{l} \times \vec{B} + I\int_{4}^{1} d\vec{l} \times \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = I\int_{2}^{3} dx(-\hat{i}) \times \vec{B} + I\int_{4}^{1} dx(\hat{i}) \times \vec{B}$$

Torque Magnético

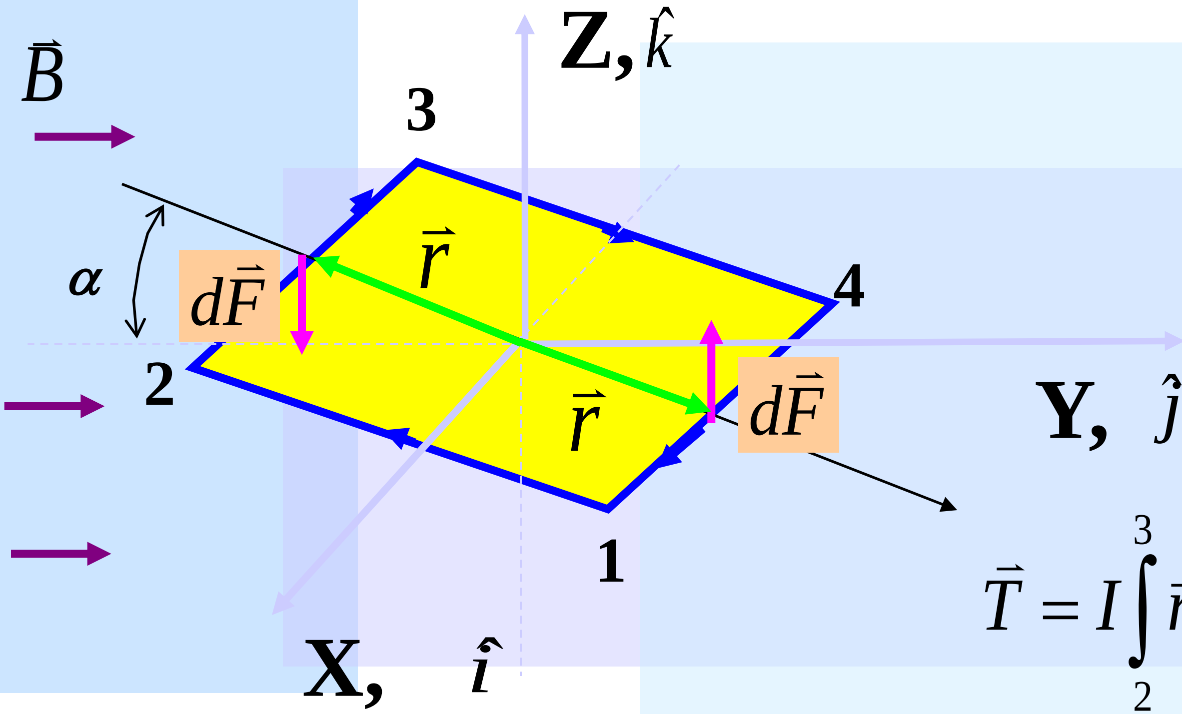


$$d\vec{T} = \vec{r} \times d\vec{F}$$

$$\vec{T} = \oint_c d\vec{T} = \oint_c \vec{r} \times d\vec{F} = \oint_c \vec{r} \times i d\vec{l} \times \vec{B}$$

Torque neto no nulo sobre el circuito

Torque Magnético

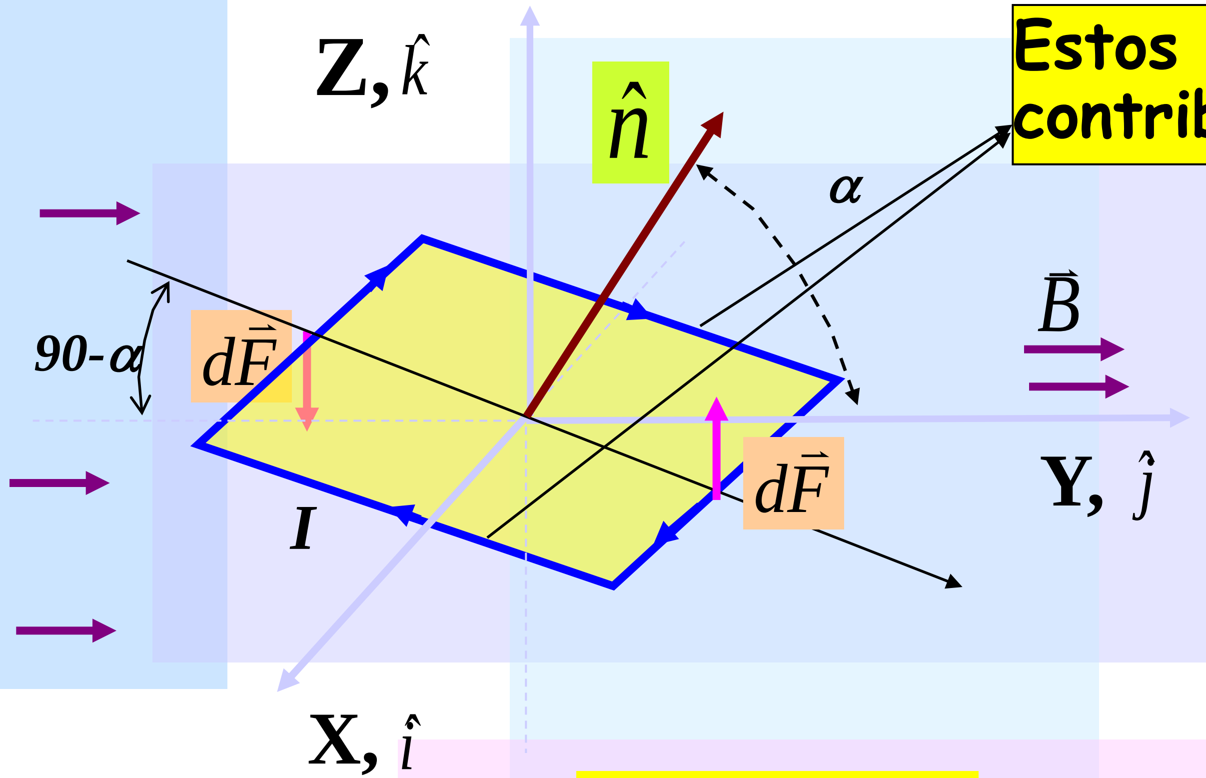


$$\vec{T} = I\int_{2}^{3} \vec{r} \times dx\hat{i} \times \vec{B} + I\int_{4}^{1} \vec{r} \times dx\hat{i} \times \vec{B}$$

$$\vec{T} = \frac{Iwl}{2}\cos\ \alpha\,\hat{i} + \frac{Iwl}{2}\cos\ \alpha\,\hat{i}$$

Torque neto sobre el circuito $\therefore \quad \vec{T} = Iwl\cos\alpha\ \hat{i}$

Torque de campo sobre circuito rectangular

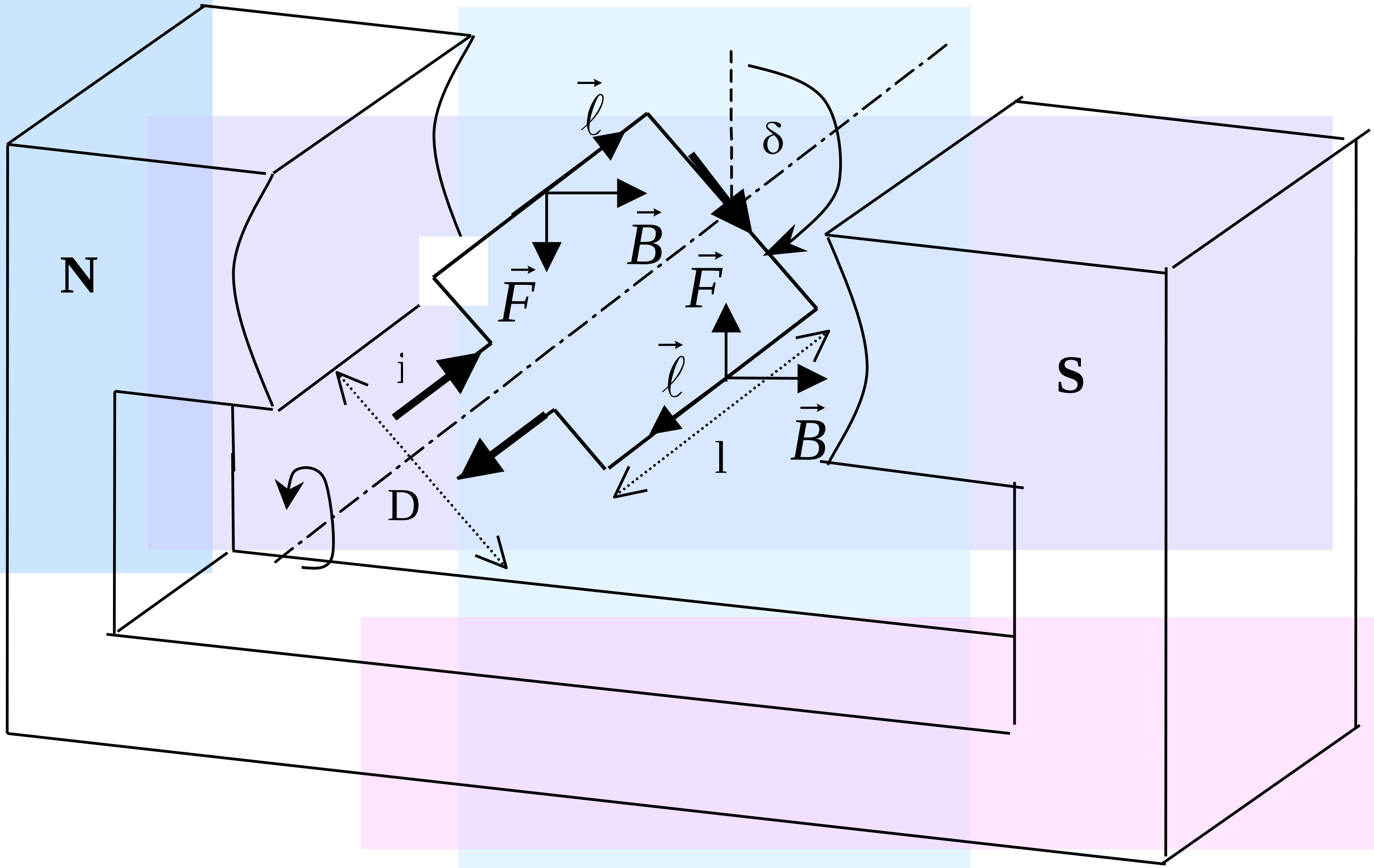


Estos lados no contribuyen al torque

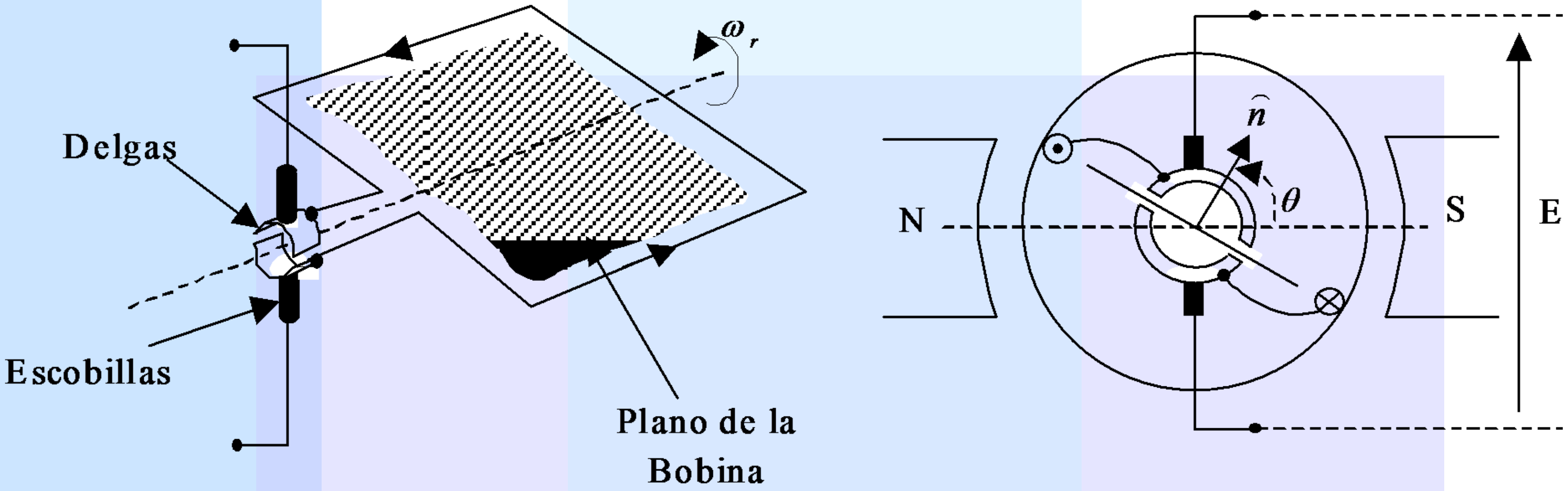
Torque

$$\vec{T} = Iwl\cos\alpha\ \hat{i}$$

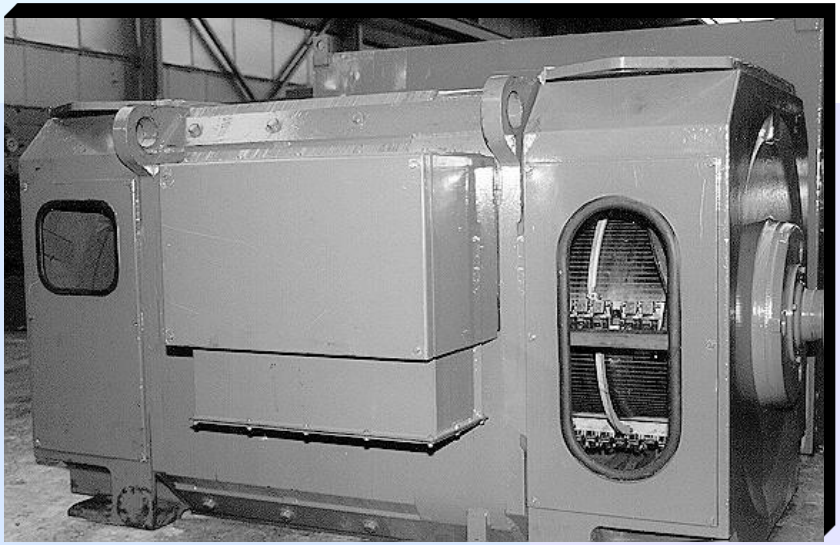
Motor elemental



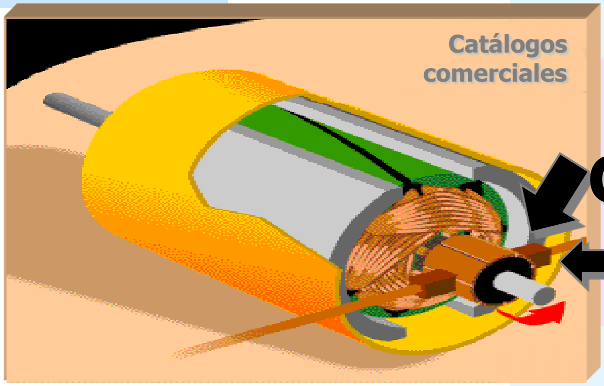
Motor elemental



Motores



Motor de CC de 6000 kW fabricado por ABB



Colect or real