

4. Principios Básicos de Máquinas Eléctricas

4.1 Introducción

En los capítulos anteriores, se han tratado circuitos magnéticos estáticos en general, incluyendo los transformadores. En dichos circuitos, cuando no se considera pérdidas, la variación de energía eléctrica en los terminales del sistema se traduce en una variación de la energía acumulada en el campo magnético. Sin embargo, cuando el circuito magnético no es estático, es decir tiene partes móviles, habrá que considerar además la variación de energía mecánica. En este capítulo se tratan estos circuitos magnéticos no estáticos, que también se denominan máquinas elementales, y que constituyen la base de las máquinas eléctricas rotatorias tradicionales y de cualquier dispositivo de conversión-electromecánica de la energía.

$$\varepsilon_{cm} = \int i d\lambda \quad (4.1)$$

O bien, la energía acumulada por unidad de volumen:

$$\frac{\varepsilon_{cm}}{vol} = \int H dB \quad (4.2)$$

Y queda representada gráficamente por el área indicada en las Fig. 4.1.

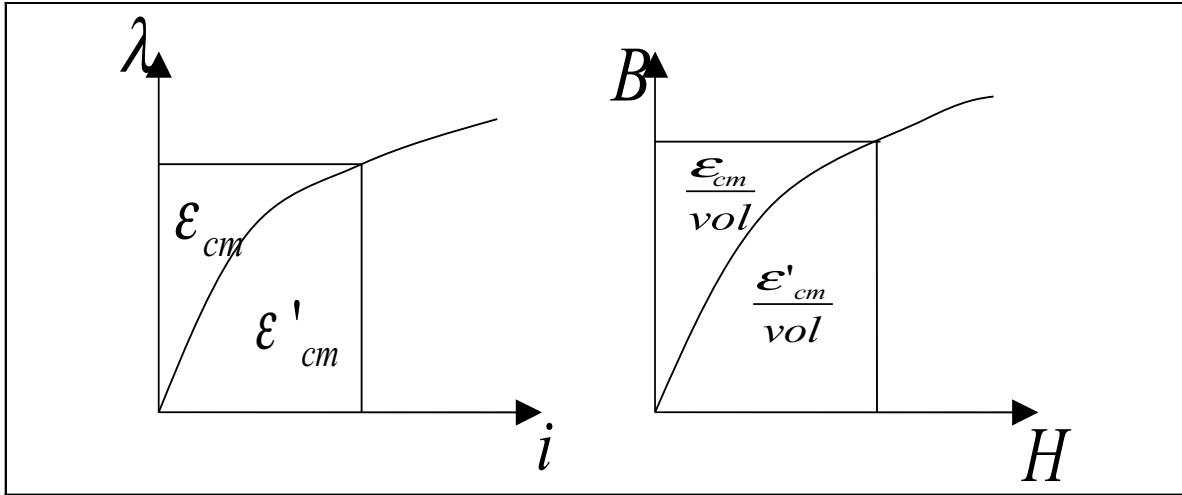


Fig. 4. 1. Energía y co-energía en el campo magnético

La co-energía ϵ'_{cm} se define como el área complementaria de la energía (ver Fig. 4.1.). Es decir:

$$\epsilon'_{cm} = \int \lambda di \quad (4.3)$$

O bien

$$\frac{\epsilon'_{cm}}{vol} = \int B dH \quad (4.4)$$

Además, cuando el circuito magnético es lineal, es fácil encontrar que la energía y la co-energía son iguales. Es decir:

$$\epsilon_{cm} = \epsilon'_{cm} = \frac{1}{2} \lambda i = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{L} = Li^2 \quad (4.5)$$

O bien

$$\frac{\epsilon_{cm}}{vol} = \frac{\epsilon'_{cm}}{vol} = \frac{1}{2} BH = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2} \mu H^2 \quad (4.6)$$

4.2 Motor Electrico

4.2.1 Motor elemental de un enrollado

Si se considera un circuito magnético de un enrollado, sin pérdidas y estático, cualquier variación de la energía eléctrica en los terminales del enrollado se convertirá en una variación igual de la energía acumulada en el campo magnético:

$$d\epsilon_{el} = d\epsilon_{cm} \quad (4.7)$$

Sin embargo, si el circuito magnético tiene partes móviles, una parte de la variación de energía eléctrica puede traducirse en una variación de energía mecánica; es decir:

$$d\epsilon_{el} = d\epsilon_{cm} + d\epsilon_{mec} \quad (4.8)$$

i) Maquinas de desplazamiento lineal.

La variación de energía mecánica significará un desplazamiento de la parte móvil del circuito magnético, y por lo tanto un trabajo Fdx realizado por la fuerza actuante. Además, la variación de energía eléctrica $v i dt$, se puede escribir también como $i d\lambda$.

De esta manera, la expresión (4.8) queda:

$$i d\lambda = d\epsilon_{cm} + Fdx \quad (4.9)$$

La energía acumulada en el campo magnético, dependerá tanto del enlace de flujo λ , como del desplazamiento x . Entonces considerando ϵ_{cm} como una función de dos variables independientes (λ, x) , puede escribirse:

$$d\epsilon_{cm} = \frac{\delta\epsilon_{cm}}{\delta\lambda} d\lambda + \frac{\delta\epsilon_{cm}}{\delta x} dx \quad (4.10)$$

Igualando con $d\epsilon_{cm}$ de (4.9):

$$\frac{\delta\epsilon_{cm}}{\delta\lambda} d\lambda + \frac{\delta\epsilon_{cm}}{\delta x} dx = id\lambda + Fdx \quad (4.11)$$

De donde se deducen dos ecuaciones al igualar los factores correspondientes de $d\lambda$ y dx :

$$i = \left. \frac{\delta\epsilon_{cm}}{\delta\lambda} \right|_{x=cte.} \quad (4.12)$$

Que es la relación conocida (4.1), para la energía acumulada en el campo en circuitos magnéticos estáticos ($x = cte.$).

$$F = - \left. \frac{\delta\epsilon_{cm}}{\delta x} \right|_{\lambda=cte.} \quad (4.13)$$

Relación que permite evaluar F a través de la variación de la energía acumulada en el campo con la posición, considerando flujo constante.

Una expresión similar puede obtenerse empleando la co-energía, ya que por definición:

$$\epsilon'_{cm} = \lambda i - \epsilon_{cm} \quad (4.14)$$

$$\text{O sea } d\epsilon'_{cm} = \lambda di + i d\lambda - d\epsilon_{cm}$$

Reemplazando de: de (4.9), se obtiene:

$$d\epsilon'_{cm} = \lambda di + F dx \quad (4.15)$$

Así, considerando análogamente ϵ'_{cm} como función de las dos variables independientes i , x ,

$$d\epsilon'_{cm} = \frac{\delta\epsilon'_{cm}}{\delta i} di + \frac{\delta\epsilon'_{cm}}{\delta x} dx \quad (4.16)$$

Igualando coeficientes con (4.15) se obtienen las relaciones:

$$\lambda = \left. \frac{\delta\epsilon'_{cm}}{\delta i} \right|_{x=cte.} \quad (4.17)$$

Que es la misma relación (4.3), válida para circuitos magnéticos estáticos y además:

$$F = - \left. \frac{\delta\epsilon'_{cm}}{\delta x} \right|_{i=cte.} \quad (4.18)$$

Gráficamente, puede apreciarse también que las expresiones (4.13) y (4.18) son iguales. En efecto, en la Fig. 4.2. se muestra la variación de la curva $\lambda-i$ al producirse un desplazamiento de x a $x+\Delta x$. De acuerdo a (4.13), el punto de operación se desplaza a $A'B$, aumentando la energía

acumulada en $+\Delta\epsilon_{cm} = \text{área}(OAB)$, siendo $F = \frac{-\text{área}(OAB)}{\Delta x}$. Y de acuerdo

a la relación (4.18), el punto de operación se desplazarla de A a C , disminuyendo la co-energía en $\Delta\epsilon'_{cm} = -\text{área}(OAC)$, y

evaluándose entonces la fuerza como $F' = \frac{-\text{área}(OAC)}{\Delta x}$. Como se ve,

la diferencia entre F y F' es únicamente el área triangular ABC , la cual tiende a cero cuando Δx es infinitesimal.

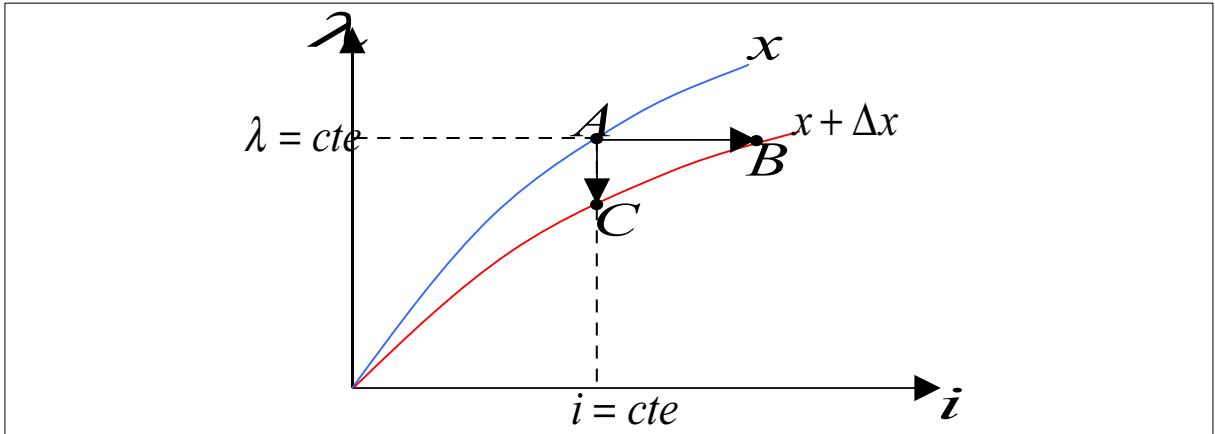


Fig. 4.2. Variación de la geometría en un circuito magnético

ii) Maquinas de desplazamiento rotatorio.

Las máquinas convencionales tienen las partes móviles rotatorias. En estos casos será más conveniente encontrar expresiones para el torque en el eje de la misma, que para la fuerza tangencial sobre la parte móvil. En este caso, la variación de la energía mecánica de la ecuación (4.8) podrá expresarse como el trabajo efectuado por el torque, $Td\theta$, siendo $d\theta$ el desplazamiento angular de la pieza móvil. Así, en forma análoga se encuentran las relaciones:

$$T = - \left. \frac{\delta \mathcal{E}_{cm}}{\delta \theta} \right|_{\lambda = cte.} \quad (4.19)$$

O bien

$$T = \left. \frac{\delta \mathcal{E}'_{cm}}{\delta \theta} \right|_{i = cte.} \quad (4.20)$$

Las expresiones deducidas para F y T son validas en general para circuitos magnéticos no lineales. Para circuitos

magnéticos lineales, como la energía y co-energía son iguales, pueden emplearse las relaciones, que resultan más prácticas.

$$F = \left. \frac{\delta \varepsilon_{cm}}{\delta x} \right|_{i=cte.} \quad (4.21)$$

$$T = \left. \frac{= \varepsilon_{cm}}{= \theta} \right|_{i=cte.} \quad (4.22)$$

Así, considerando que $\varepsilon_{cm} = \frac{1}{2} Li^2$, para este caso de un enrollado:

$$F = \frac{1}{2} Li^2 \frac{xL}{=x} \quad (4.23)$$

$$F = \frac{1}{2} i^2 \frac{\theta L}{= \theta} \quad (4.24)$$

Cabe destacar que las variables F y T son instantáneas, ya que i, y además la posición (x ó θ), dependen de t. En el caso particular del torque, mas que el torque instantáneo interesara el torque medio (valor medio en el tiempo), siendo en general deseable que este tenga un valor no nulo, de modo que la rotación del eje sea en un solo sentido. El torque medio esta dado por:

$$\langle T \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} T(t) dt \quad (4.25)$$

Donde τ es el periodo de la función torque instantáneo T(t).

4.2.2 Motor de dos enrollados

En 10 que sigue, se trataran solo maquinas rotatorias trabajando en la zona lineal del núcleo magnético.

Las maquinas rotatorias mas elementales, tendrán usualmente dos enrollados, uno en la parte fija del circuito magnético (denominado estator) y otro en la parte móvil o rotatoria (denominada rotor).

La energía acumulada en el campo magnético, para un circuito lineal de varios enrollados, se puede escribir

mediante la relación matricial (equivalente a $\frac{1}{2}Li^2$ para el caso de un enrollado):

$$\mathcal{E}_{cm} = \frac{1}{2} [i]^T [L] [i] \quad (4.26)$$

Para enrollados

$$\mathcal{E}_{cm} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_1 & i_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

donde L_{jj} son inductancias propias, y L_{jk} inductancias mutuas. De (4.27) teniendo en cuenta que $L_{12}=L_{21}$ se obtiene

$$\mathcal{E}_{cm} = \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + L_{12} i_1 i_2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 \quad (4.28)$$

La co-energía $\mathcal{E}'_{cm}$ tendría esta misma expresión ya que el circuito magnético es lineal.

Por otra parte, la variación de energía eléctrica de entrada en ambos enrollados es $v_1 i_1 dt + v_2 i_2 dt$, o bien:

$$d\mathcal{E}_{el} = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 \quad (4.29)$$

Pero para circuitos lineales, λ_1 y λ_2 esta relacionados con i_1 e i_2 mediante:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Reemplazando (4.28) y (4.29) en (4.8), se tiene:

$$i_1 d(L_{11}i_1 + L_{12}i_2) + i_2 d(L_{21}i_1 + L_{22}i_2) = d\left(\frac{1}{2}L_{11}i_1^2 + L_{12}i_1i_2 + \frac{1}{2}L_{22}i_2^2\right) + Td\theta \quad (4.31)$$

Para desarrollar esta expresión, hay que tener en cuenta que como el circuito magnético no es estático, tanto las inductancias como las corrientes pueden variar y deberán incluirse sus diferenciales. Así, se obtiene

$$Td\theta = \frac{1}{2}i_1^2 dL_{11} + i_1i_2 dL_{12} + \frac{1}{2}i_2^2 dL_{22}$$

que coincide con $d\mathcal{E}_{cm}\big|_{i_1, i_2 = ctes.}$ (ó $d\mathcal{E}'_{cm}\big|_{i_1, i_2 = ctes.}$)

Luego:

$$T = \frac{=\mathcal{E}_{cm}}{=\theta}\bigg|_{i_1, i_2 = ctes.} \quad (4.32)$$

Las relaciones anteriores se pueden generalizar para un motor de n enrollados trabajando en la zona lineal del núcleo magnético. En este caso, el torque instantáneo es:

$$T = \frac{=\mathcal{E}_{cm}}{=\theta}\bigg|_{i_1, i_2, \dots, i_n = ctes.} \quad (4.33)$$

Con

$$\mathcal{E}_{cm} = \frac{1}{2}[i]^T[L][i] \quad (4.34)$$

O sea

$$T = \frac{1}{2}[i]^T\left[\frac{\theta L}{=\theta}\right][i] \quad (4.35)$$

Como ejemplo ilustrativo, sea un motor como el de la Fig. 4.3., en que el estator se alimenta con una corriente alterna $i_1 = I_m \sin(\omega t)$, con $\omega = 2\pi f$, y el rotor con una corriente continua $i_2 = I_{cc}$, en el cual se desea calcular el torque medio o torque motriz de régimen permanente. Este motor se denomina sincrónico monofásico con rotor de polos salientes. El rotor se debe alimentar a través de un sistema de anillos rozantes. La bobina del estator, por simplicidad, se ha supuesto concentrada en un par de ranuras como se indica en la figura.

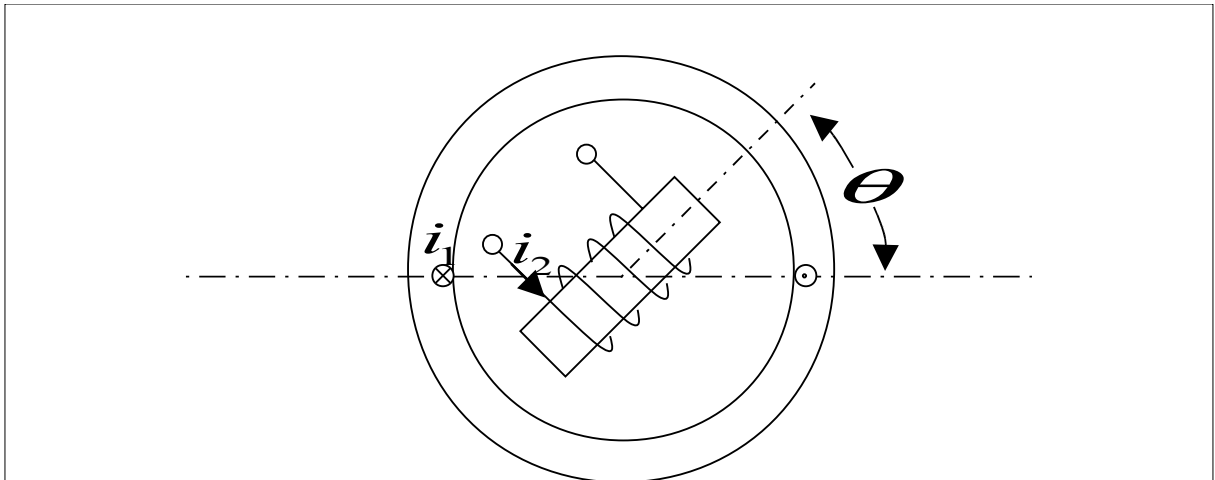


Fig. 4.3. Motor síncrono monofásico con rotor de polos salientes.

Para poder aplicar la ecuación (4.35), es necesario primero encontrar las inductancias en función de la posición:

- Inductancia propia del estator:

Cuando $i_2=0$, hay 2 posiciones particulares del rotor, una en la cual la reluctancia para el flujo producido por i_1 es mínima ($\theta=\pi/2$), y la otra para la cual esta es máxima ($\theta=0, \theta=\pi$). Así, como L_{11} es inversamente proporcional a la reluctancia, habrá un $L_{11\text{máximo}}$ y $L_{11\text{mínimo}}$ para dichas posiciones. Si se supone para L_{11} una variación sinusoidal, esta deberá ser de la forma:

$$L_{11} = L_a - L_b \cos(2\theta)$$

- Inductancia propia del rotor:

Cuando $i_1=0$, la inductancia propia del rotor es independiente de la posición ya que la reluctancia es la misma para cualquier valor de θ (despreciando la discontinuidad que significa las ranuras del estator). Luego

$$L_{22} = \text{cte.}$$

- Inductancia mutua:

Si $i_2 \neq 0$, el flujo producido por el rotor que es enlazado por la bobina de estator es nulo para $\theta=0$, $\theta=\pi$, y es máximo positivo para $\theta=\pi/2$ y máximo negativo para $\theta=3\pi/2$. Luego, si se supone una variación sinusoidal:

$$L_{12} = L_m \sin(\theta)$$

Entonces, de acuerdo a (4.35):

$$T = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{\partial L_{11}}{\partial \theta} + i_1 i_2 \frac{L_{12}}{\theta} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{L_{22}}{\theta} \quad (4.36)$$

$$T = I_b I_m^2 \sin(2\theta) \sin^2(\omega t) + L_m I_{cc} I_m \cos(\theta) \sin(\omega t)$$

Si en régimen permanente la velocidad angular del rotor es $\omega_r = \frac{d\theta}{dt}$, puede expresarse θ como:

$$\theta = \omega_r t - \delta \quad (4.37)$$

donde $-\delta$ es la posición del rotor respecto al estator para $\omega_r t = k\pi$ (k entero, ω_r constante ya que se trata de régimen permanente).

Luego, el torque instantáneo queda como:

$$T(t) = I_b I_m^2 \sin(2(\omega_r t - \delta)) \sin^2(\omega t) + L_m I_{cc} I_m \cos(\omega_r t - \delta) \sin(\omega t)$$

Expresión que mediante transformaciones trigonométricas queda:

$$T(t) = \frac{1}{2} L_b I_m^2 \sin(2(\omega_r t - \delta)) - \frac{1}{2} \sin(2(\omega_r t + \omega)t - \delta) - \frac{1}{2} \sin^2(2(\omega_r t + \omega)t - \delta) \\ + \frac{1}{2} L_m I_{cc} I_m [\sin((\omega_r t + \omega)t - \delta) + \sin((\omega - \omega_r)t + \delta)]$$

El valor medio de $T(t)$ es entonces nulo, $\langle T(t) \rangle = 0$, a menos que $\omega_r = \omega$, en cuyo caso:

$$T(t) = \frac{1}{4} L_b I_m^2 \sin(2\delta) + \frac{1}{2} L_m I_{cc} I_m \sin(\delta) \quad (4.38)$$

Es decir, el torque motriz no es nulo solo cuando la velocidad angular mecánica ω_r coincide (esta "sincronizada")

con la velocidad angular eléctrica ω , razón por la cual se denomina motor sincrónico.

En general, un motor se empleara para mover una carga mecánica acoplada a su eje, la cual presentara cierto torque resistente T_R . Si se conoce el torque resistente en función de la velocidad del eje T_R , la velocidad de régimen permanece se encontrara con la intersección de $T_{Motriz}(\omega_R)$ y $T_R(\omega_R)$, ya que cuando el torque acelerante, $T_{ac} = T_m - T_R$, es nulo, la velocidad será constante.

En este caso particular, el torque motriz es no nulo solo para $\omega_r = \omega$; por lo tanto para cualquier característica de torque resistente, la velocidad de régimen permanente será $\omega_r = \omega$ (Ver Fig. 4.4).

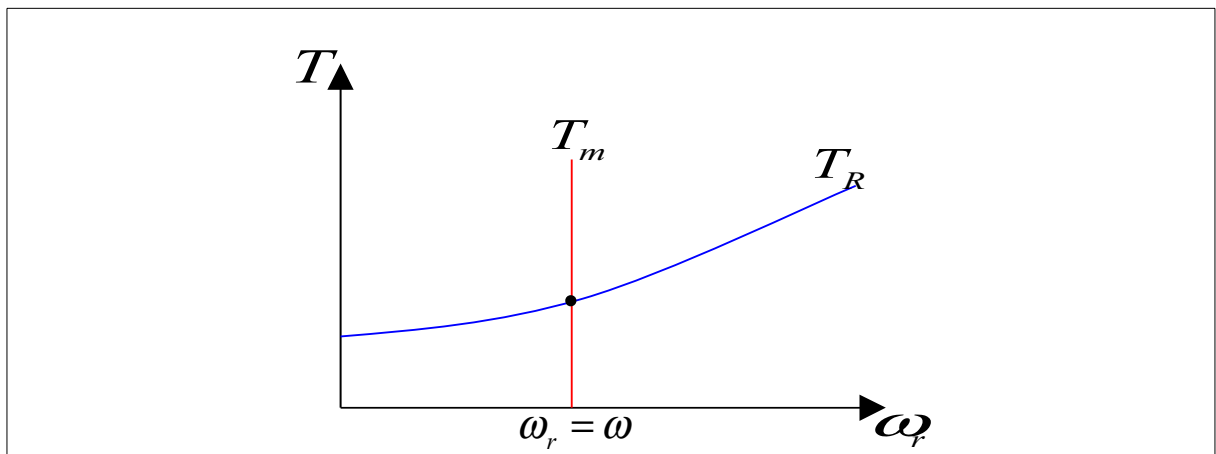


Fig. 4.4. característica torque velocidad.

Como se vera en el Capitulo 6, en los motores sincrónicos se acostumbra a trabajar con la característica torque-ángulo ($\delta = \text{"ángulo de torque"}$), que en el caso del motor monofásico, de acuerdo a (4.38), tiene la forma indicada en la Fig. 4.5. El

ángulo δ de operación, δ_o , depende del valor del torque resistente para $\omega_r = \omega$, y será mayor, mientras mayor sea T_R . En particular, $\delta = 0$ para $T_R = 0$, o sea con el motor funcionando "en vaclo".

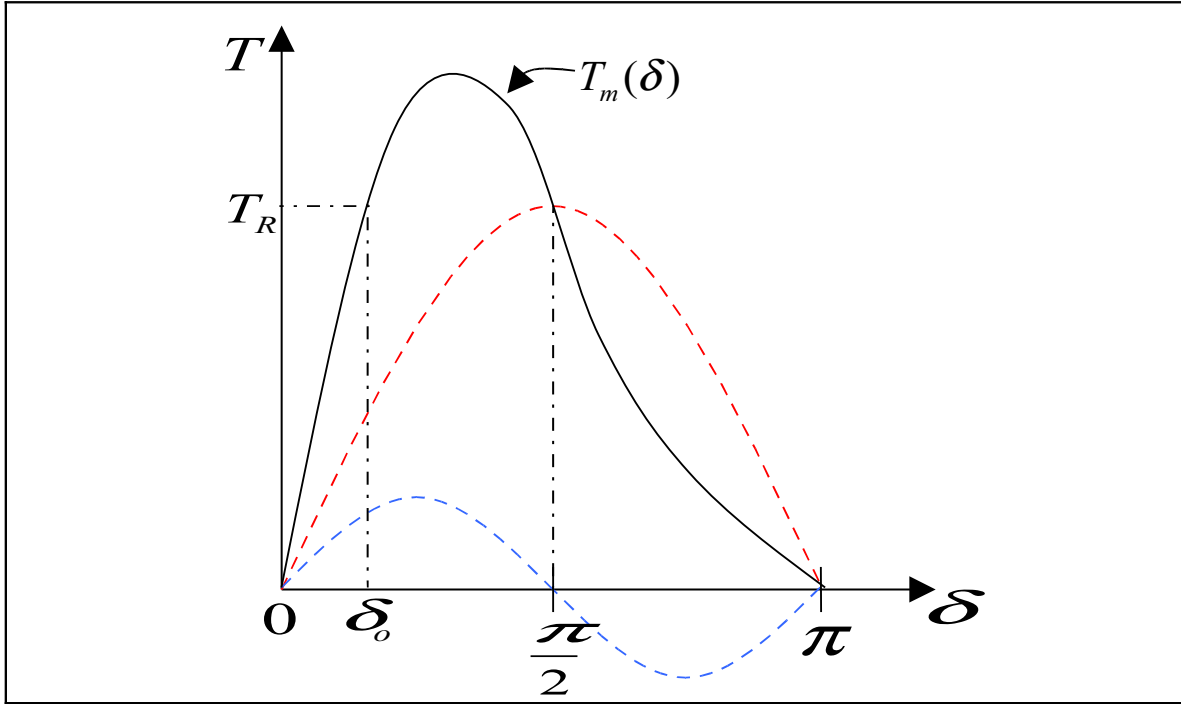


Fig. 4.5. Curva torque-ángulo 0.

Otra caracterlstica particular del motor sincrónico monofásico es que aun cuando la corriente que alimenta al rotor sea nula, $I_{cc} = 0$, habrá un torque motriz dado por:

$$T_m = \frac{1}{4} L_b I_m^2 \sin(2\delta) \quad (4.39)$$

Un motor de estas características (con rotor de polos salientes, sin enrollado), se denomina motor de reluctancia.

Por otra parte, si el rotor es cilíndrico como en la Fig. 4.6., significa que $L_{11} = cte.$, o sea $L_b = 0$. Así, el torque motriz es solamente:

$$T_m = \frac{1}{2} L_m I_{cc} I_m \sin(\delta) \quad (4.40)$$

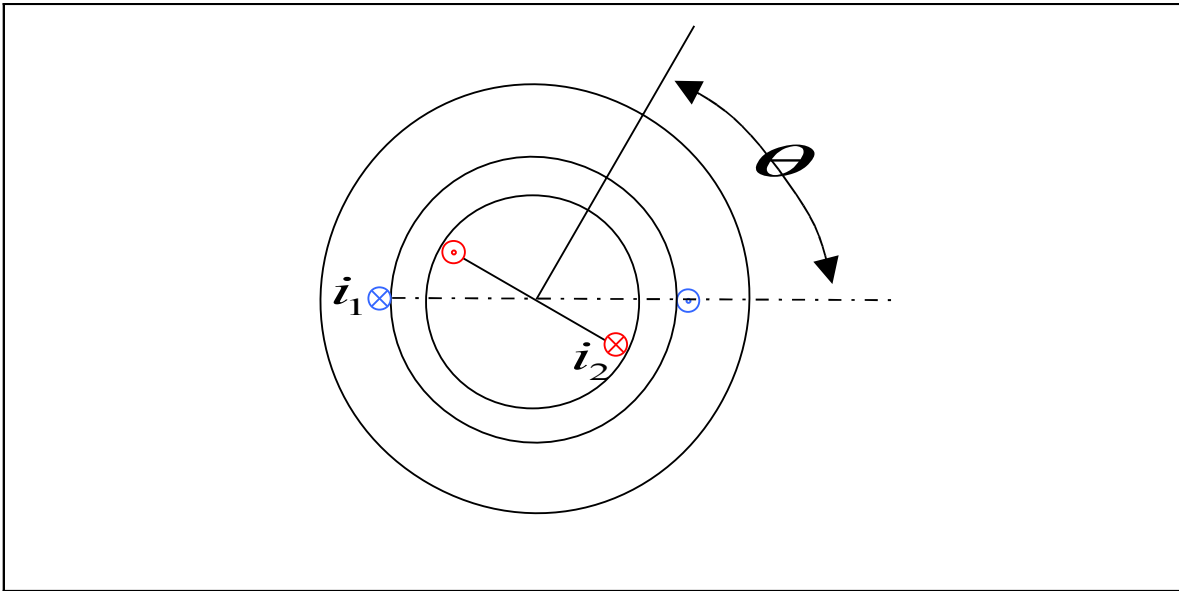


Fig. 4.6. Motor sincrónico monofásico de rotor cilíndrico.

4.3 Generador Eléctrico

En un generador eléctrico la salida es una variación de la energía eléctrica, producida gracias a la variación de energía mecánica en la entrada. Sin embargo, para que se produzca esta conversión electromecánica de energía, como ya se ha dicho, es imprescindible que exista campo magnético. En la Fig. 4.7. se muestra un generador de desplazamiento lineal. En la Fig. 4.7.(a) el campo es proporcionado por el imán permanente que constituye la pieza móvil, de modo que al desplazarse esta varía el flujo enlazado por la bobina de la pieza fija, y se induce un voltaje en ella dado por la ley de Faraday. En la Fig. 4.7. (b), el campo es proporcionado por una bobina adicional (bobina de campo) alimentada con corriente continua I_c .

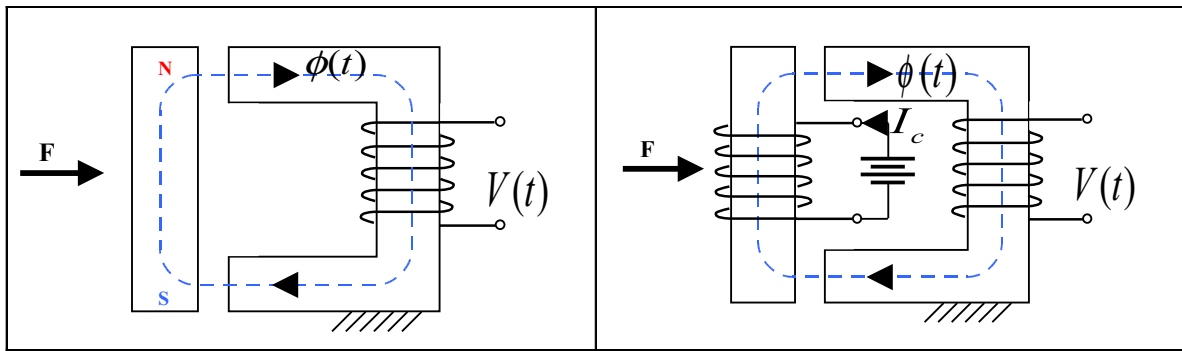


Fig. 4.7. Generador Eléctrico.

Los generadores usuales para aplicaciones de potencia son rotatorios y emplean bobina de campo, ya sea en el estator (como en la Fig. 4.7) o en el rotor. En adelante se considerara solo estos generadores, en los cuales la entrada mecánica es proporcionada por el torque externo de una maquina motriz (turbina) acoplada al eje.

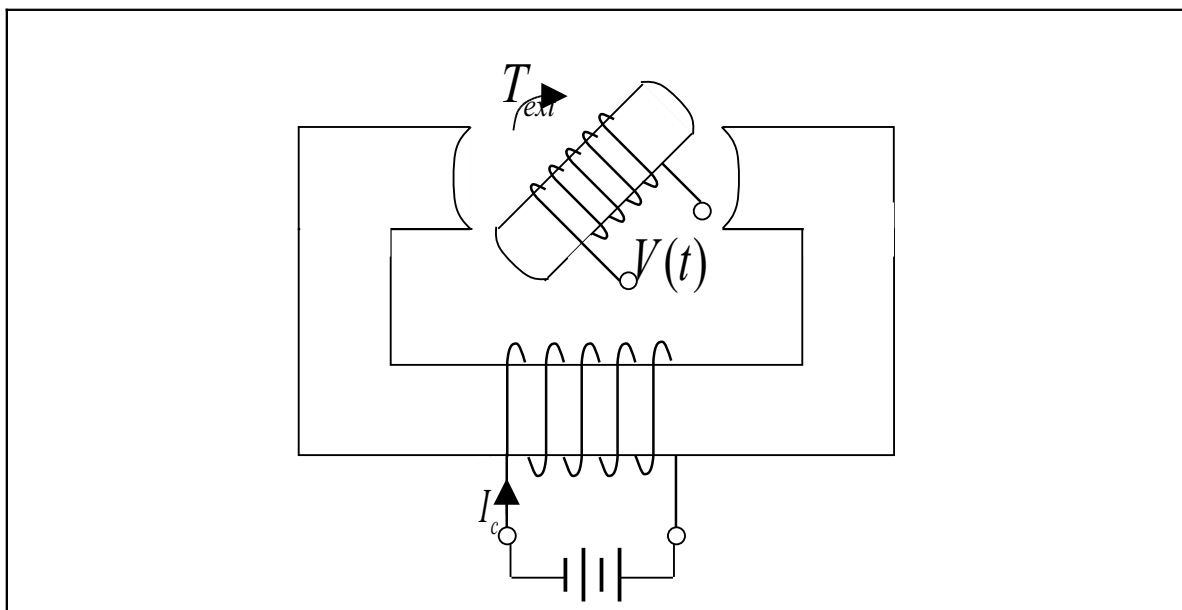


Fig. 4.8. Generador rotatorio.

En una bobina cualquiera, la relacion entre el voltaje en sus terminales y el flujo enlazado por el mismo esta dado por

$v = \frac{d\lambda}{dt}$. En el caso lineal en que $\lambda = Li$, siendo L su inductancia propia e i la corriente por la bobina, se tendrá:

$$v = \frac{d(Li)}{dt} = L \frac{d(i)}{dt} + i \frac{d(L)}{dt} \quad (4.41)$$

donde $\frac{dL}{dt} = \frac{dL}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}$, considera la variación de la inductancia con la posición.

Para una maquina de dos enrollados, se tendrá analogamente:

$$\begin{aligned} v_1 &= L_{11} \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} + i_1 \frac{dL_{11}}{dt} + i_2 \frac{dL_{12}}{dt} \\ v_2 &= L_{22} \frac{di_1}{dt} + L_{21} \frac{di_2}{dt} + i_1 \frac{dL_{21}}{dt} + i_2 \frac{dL_{22}}{dt} \end{aligned} \quad (4.42)$$

Así, si se trata de un generador en el cual la bobina 2 se usa como enrollado de campo, $i_2 = I_c$ (corriente continua), el voltaje generado en la bobina 1 en vacío ($i_1 = 0$) queda dado, de acuerdo a (4.42), por:

$$v_1 = I_c \frac{dL_{12}}{dt} = d_c \frac{dL_{12}}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} \quad (4.43)$$

es decir, se genera energía eléctrica cuando L_{12} varía con la posición, y a la vez se está proporcionando una velocidad

$\omega_r = \frac{d\theta}{dt}$ al eje del rotor mediante la máquina motriz.

Las relaciones (4.41) y (4.42) se pueden escribir, para el caso general de varios enrollados, en forma matricial:

$$[v] = L \frac{d[i]}{dt} + \frac{\partial \theta L}{\partial \theta} [i] \quad (4.44)$$

O bien, si se consideran las resistencias de los enrollados:

$$[v] = -R[i] + L \frac{d[i]}{dt} + \frac{\partial \theta L}{\partial \theta} [i] \quad (4.45)$$

Siendo:

$R[i]$: Caídas de voltaje en las resistencias, donde R es matriz diagonal.

$L \frac{d[i]}{dt}$: Voltajes de transformación (propios de los transformadores o circuitos magnéticos estáticos).

$\frac{\partial \theta L}{\partial \theta} [i]$: Voltajes de generación (propios de los generadores), en que $\frac{\partial \theta}{\partial t}$ es la velocidad angular del rotor.

Como ejemplo, se puede analizar un generador sincrónico monofásico con rotor de polos salientes, como el de la Fig. 4.3, donde el rotor se hace girar a una velocidad ω_r , el campo lo proporciona el rotor alimentado desde una batería V , con una corriente continua I_c . El voltaje generado en vacío en el estator, en régimen permanente se puede entonces calcular con (4.45):

$$[v_1] = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \omega_r \begin{bmatrix} \frac{\partial L_{11}}{\partial \theta} & \frac{\partial L_{12}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial L_{21}}{\partial \theta} & \frac{\partial L_{22}}{\partial \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

y como $L_{11} = L_a - L_b \cos(2\theta)$, $L_{22} = L_c$, $L_{12} = L_{21} = L_m \sin(\theta)$, se tiene:

$$v_1 = \omega_r L_m I_c \cos(\omega_r t - \delta)$$

$$v_c = R_2 I_c$$

Es decir se genera un voltaje alterno de frecuencia angular eléctrica igual a la velocidad mecánica del rotor, $\omega_r = \omega$, razón

por la cual se denomina generador sincrónico. El ángulo δ vale cero si $i_f=0$ (vacío).

Si la velocidad del eje se expresa en función de n [rpm]:

$$\omega_r = \frac{2\pi n}{60} \quad (4.46)$$

y la frecuencia angular en función de f [Hz] :

$$\omega = 2\pi f \quad (4.47)$$

La igualdad $\omega_r = \omega$ que se produce en la máquina sincrónica en régimen permanente es:

$$f = \frac{n}{60} \quad (4.48)$$

Así, para generar un voltaje de 50 [Hz], debe hacerse girar el rotor a 3000 [rpm]. No obstante, la relación (4.48) es válida para una máquina de 2 polos ($p=2$) como la de la Fig. 4.9.(a).

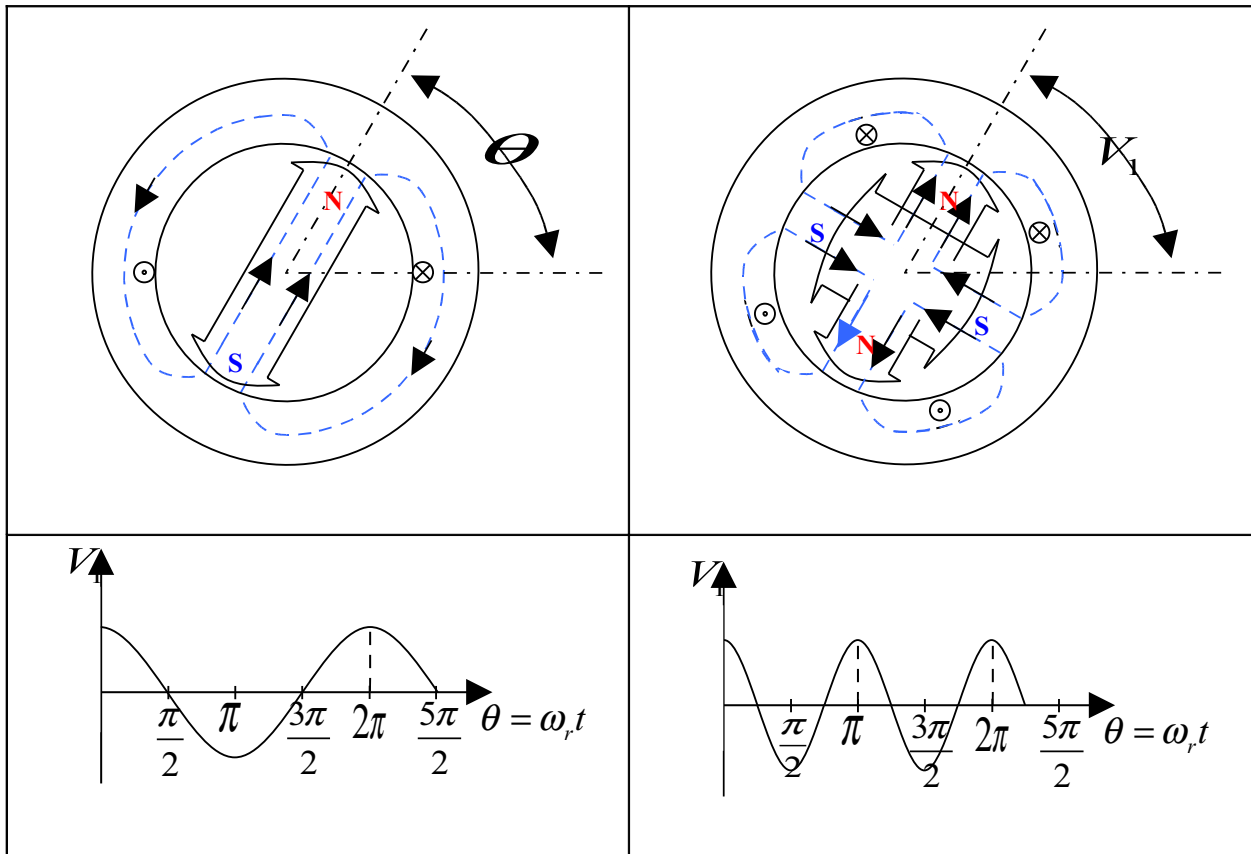


Fig. 4.8. Influencia del número de polos.

Para una maquina de 4 polos ($p = 4$) como la de la Fig. 4.9. (b), en que el estator lo constituyen en este caso bobinas en serie (no es la única alternativa), una revolución completa del rotor ($\theta:00 \ 2\pi$), significan dos ciclos para el voltaje. O sea, $\omega = 2\omega_r$.

En general, se encontrara que para una maquina (motor o generador) de p polos, se cumple:

$$\omega = \frac{P}{2} \omega_r \quad (4.49)$$

O bien

$$f = \frac{Pn}{120} \quad (4.50)$$