# EL42A - Circuitos Electrónicos

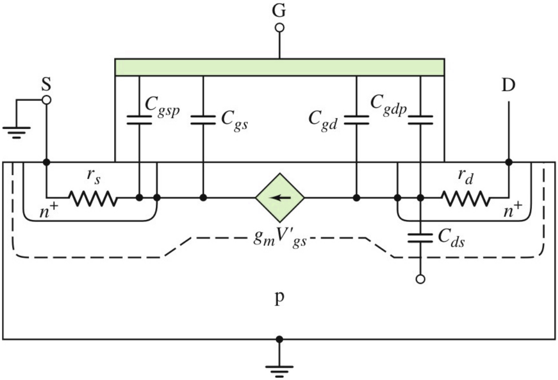
## Clase No. 22: Respuesta en Frecuencia de Circuitos Amplificadores (3)

Patricio Parada
pparada@ing.uchile.cl

Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

27 de Octubre de 2009

- Al igual que en el caso del transistor bipolar, el transistor (MOS)FET presenta efectos capacitivos que limitan su respuesta en alta frecuencia.
- Consideremos un corte idealizado de un transistor MOSFET:



- En la figura, hemos introducido los siguientes elementos:
  - $r_s$: resistencia de la región fuente
  - $r_d$: resistencia de la región drenado
  - $C_{gsp}$ y $C_{gdp}$: capacitancia debido a la sobreposición de la capa de dióxido de silicio en las regiones de fuente y drenado.
  - $C_{gs}$ y $C_{gd}$: capacitancias entre la capa de dióxido de silicio y la capa de inversión (canal) en las regiones de fuente y drenado.
  - $C_{ds}$: capacitancia entre el drenado y el substrato del transistor.
- En la **región de tríodo**,

$$C_{gs} \approx C_{gd} \approx \frac{1}{2} W L C_{ox}. \quad (1)$$

- Estos condensares tienen valores típicos del orden de pF.
- Por ejemplo, si $W = 50$ $\mu$m, $L = 5$ $\mu$m y $t_{ox} = 500$ $A$, $C_{gs} \approx 0{,}12$ pF.

- En la **región de saturación**,

$$C_{gs} = \frac{2}{3} W L C_{ox}, \qquad C_{gd} = 0$$

- Estos valores vienen de la modulación de canal, dado que su forma está estrangulada en el extremo de drenaje.
- En la **región de corte** el canal desaparece $\Rightarrow C_{gs} = C_{gd} = 0$.
- Sin embargo, podemos modelar la capacidad entre compuerta y cuerpo como

$$C_{gb} = W L C_{ox}$$

- Esta capacidad es relevante cuando el MOSFET se utiliza como conmutador (opera en corte y tríodo), y uno quiere determinar el retardo o "inercia" en cada transición de estado.

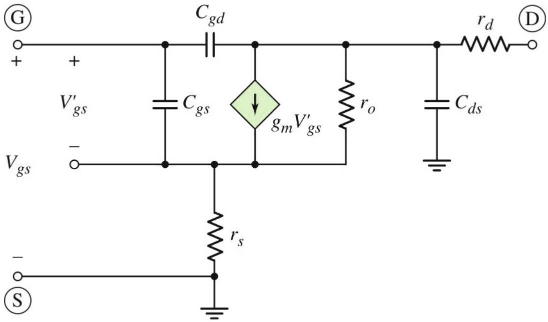
- El hecho que la región de fuente y drenaje se extiendan por sobre la compuerta hace necesario consignar una pequeña capacitancia que debe sumarse tanto a $C_{gs}$ como a $C_{gd}$.
- Si $L_{ov}$ es la longitud de sobreposición, entonces consideramos

$$C_{ov} = C_{gsp} = C_{gdp} = WL_{ov}C_{ox}$$

- Definiendo

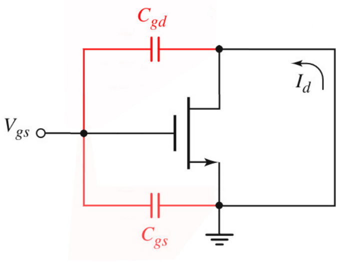
$$C_{gs} = \frac{2}{3}WLC_{ox} + WL_{ov}C_{ox}$$
$$C_{gd} = WL_{ov}C_{ox}$$

podemos plantear el siguiente modelo equivalente para alta frecuencia:


G
$C_{gd}$
$r_d$
D
+
+
$V'_{gs}$
$C_{gs}$
$g_m V'_{gs}$
$r_o$
$C_{ds}$
–
$V_{gs}$
$r_s$
–
S

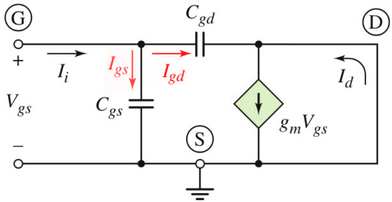
- Al igual que en el caso de transistores BJT, el ancho de banda de ganancia unitaria, que denotamos por $f_T$ es una *cifra de mérito* que nos permite determinar la calidad del transistor.
- Se define como la frecuencia la cual la ganancia de corriente de cortocircuito es igual a 1.
- Para determinar esta cantidad en forma experimental, uno debe cortocircuitar los terminales D y S y excitar la compuerta con una pequeña fuente de corriente.
- Las capacitancias $C_{gd}$ y $C_{gs}$ sirven de realimentación entre compuerta y drenado, y compuerta y fuente, respectivamente.

- Consideremos el circuito de prueba, donde hemos dibujado en forma explícita las capacitancias internas.




- Podemos asumir además que el transistor es ideal, es decir, despreciaremos los efectos resistivos de $r_s$, $r_d$, $r_o$ y $C_{ds}$.

- Obtenemos entonces, una versión simplificada del circuito equivalente del MOSFET para alta frecuencia.




- Tenemos entonces que

$$I_i = \frac{V_{gs}}{1/\jmath\omega C_{gs}} + \frac{V_{gd}}{1/\jmath\omega C_{gd}}$$

- Por otro lado, $V_d = 0$, por lo que podemos plantear un divisor de corriente en $G$:

$$I_{gd} = \frac{C_{gs}}{C_{gs} + C_{gd}} I_i; \qquad I_{gs} = \frac{C_{gd}}{C_{gs} + C_{gd}} I_i.$$

- Por otro lado,

$$\begin{aligned} I_d &= g_m V_{gs} - I_{ds} \\ &= g_m V_{gs} - \jmath\omega C_{gd} V_{ds} \\ &= (g_m - \jmath\omega C_{gd}) V_{gs} \end{aligned}$$

  dado que $V_{gs} = V_{ds}$.

- Finalmente,

$$\frac{I_d}{I_i} = \frac{g_m - \jmath\omega C_{gs}}{\jmath\omega (C_{gs} + C_{gd})}. \tag{2}$$

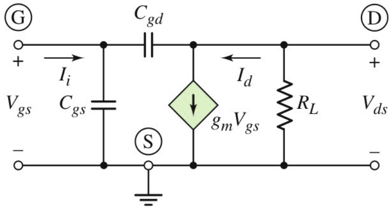
- Notemos que los valores típicos de $C_{gd} = 0{,}05$ pF y $g_m = 1$ mA/V, el segundo término del numerado es despreciable para frecuencias menores a 100 MHz. Luego

$$\frac{I_d}{I_i} \approx \frac{g_m}{\jmath\omega(C_{gs} + C_{gd})}. \tag{3}$$

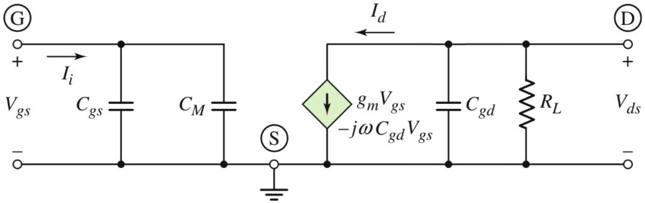
- Luego, $|A_i(f)| = 1$ cuando $f$ es igual al ancho de banda de ganancia unitaria del transistor, es decir, cuando

$$f = f_T = \frac{1}{2\pi(1/g_m)(C_{gs} + C_{gd})}. \tag{4}$$

- Los circuitos FET, al igual que los amplificadores bipolares, sufren del efecto Miller en alta frecuencia.
- Recordemos que el efecto Miller se traduce en una reducción del ancho de banda del transistor en operación de emisor común, producto de la realimentación via $C_\mu$.
- En el caso del transistor FET, la realimentación se realiza mediante $C_{gd}$.
- Consideremos el modelo simplificado para alta frecuencia, con una carga $R_L$ conectada en la salida:



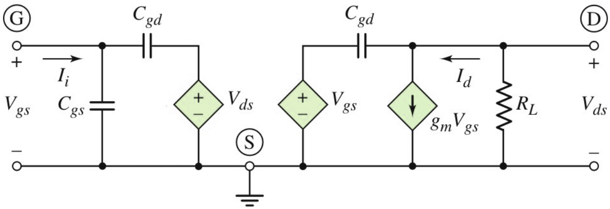
- Podemos aplicar directamente el Teorema de Miller y obtener el siguiente circuito equivalente:



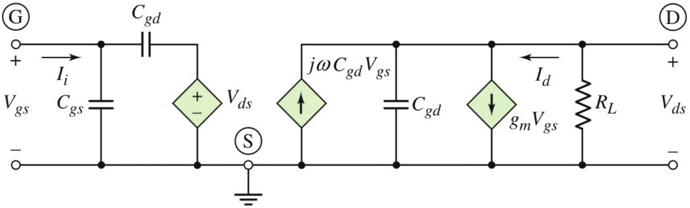

donde $C_M = (1 + |A_{vo}|)C_{gd} = (1 + g_m R_L)C_{gd}$.

- Si uno no recuerda o no sabe cómo utilizar el teorema referido, consideremos nuevamente el procedimiento para deducirlo.

- Este circuito es equivalente al circuito original, excepto que hemos incorporado dos fuentes dependientes y hemos repetido el elemento $C_{gd}$.




- El lado derecho del circuito ($D$) lo podemos simplificar reemplazando la fuente dependiente de voltaje $V_{gs}$ y su impedancia $1/\jmath\omega C_{gd}$ por su equivalente de Norton.




- Resulta directo del circuito determinar que

$$V_{ds} = -(g_m - \jmath\omega C_{gd})V_{gs}[R_L \parallel \frac{1}{\jmath\omega C_{gd}}].$$

- Luego, la ganancia voltaje para señal pequeña en alta frecuencia es

$$A_v = \frac{V_{ds}}{V_{gs}} = -(g_m - \jmath\omega C_{gd})[R_L \parallel \frac{1}{\jmath\omega C_{gd}}]. \quad (5)$$

- Notemos que si $\omega C_{gs} << g_m, R_L$, que usualmente lo es para frecuencias de hasta $\frac{g_m}{C_{gs}}$, tenemos que

$$A_v \approx -g_m R_L. \tag{6}$$

- Para eliminar la fuente dependiente $V_{ds}$ del lado izquierdo del circuito, podemos determinar la impedancia equivalente que se ve desde $G$ hacia la derecha:

$$Z_{\text{eq}} = \frac{V_{gs}}{I_{gd}} = \frac{V_{gs}}{(V_{gs} - V_{ds})\jmath\omega C_{gd}} = \frac{1}{(1 - A_v)\jmath\omega C_{gd}}. \tag{7}$$

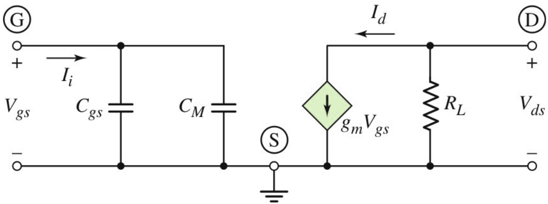
- Luego, la fuente "ve" una capacitancia de valor

$$C_M = (1 + |A_v|)C_{gd}.$$

- En estricto rigor, uno debería reemplazar en esta expresión el valor de $A_v$ dado por la ec. (5).
- Sin embargo, dadas las condiciones de operación del circuito, la aproximación entregada por la ec. (6) es suficientemente buena.
- Notamos que para frecuencias menores que el ancho de banda unitario $f_T$, el término

$$(g_m - \jmath\omega C_{gd}) \approx g_m \tag{8}$$

  y la impedancia asociada a $C_{gd}$ en la carga es muy grande.
- El circuito se reduce al siguiente:



- La ganancia de corriente $I_d/I_i$ resulta simple de calcular:

$$I_i = \jmath\omega(C_{gs} + C_M)V_{gs}$$
$$I_d = g_m V_{gs}$$

- Luego

$$A_{io} = \frac{I_d}{I_i} = \frac{g_m}{\jmath\omega(C_{gs} + C_M)}, \tag{9}$$

y el ancho de banda de ganancia unitaria es

$$f_T = \frac{1}{2\pi(1/g_m)(C_{gs} + C_M)}. \tag{10}$$

- En nuestro desarrollo hemos eliminado uno de los polos al despreciar el efecto de $C_{gd}$ en el lado derecho del circuito equivalente para alta frecuencia.
- Esto tuvo como consecuencia la existencia de una única constante de tiempo, y por lo tanto, una sola frecuencia de corte.
- En el caso de querer incluir el efecto mencionado, el lado derecho del circuito tendrá una segunda constante de tiempo.
- La función de transferencia de voltaje del circuito es

$$A_v = -\frac{g_m R_L - \jmath\omega R_L C_{gd}}{1 + \jmath\omega R_L C_{gd}} = -g_m R_L \frac{1 - \jmath\omega \frac{1}{g_m} C_{gd}}{1 + \jmath\omega R_L C_{gd}}. \tag{11}$$

- Luego, la amplitud de la ganancia de voltaje es

$$|A_v(f)| = g_m R_L \sqrt{\frac{1 + (2\pi f (1/g_m) C_{gd})^2}{1 + (2\pi f R_L C_{gd})^2}} \tag{12}$$

- Normalmente, $1/g_m$ es del orden de $1$ k$\Omega$, en cambio, $R_L$ es usualmente mayor ($10$ k$\Omega$ por ejemplo).
- Por lo tanto, a medida que $f$ aumenta, la ganancia se va a cero.
- La constante de tiempo es entonces $R_L C_{gd}$, que es mucho menor que $1/g_m(C_{gs} + (1 - A_{MB})C_{gd})$.
- Luego, la frecuencia de corte calculada por esta via es mayor que el ancho de banda de ganancia unitaria y, por lo tanto, no es un polo dominante.