Pauta Control 2

Profesor: Patricio Parada
Auxiliar: Patricio Pérez
Ayudantes: Alex Becerra, Emerson Madrid, Simón Norambuena .

Pregunta 1

a) (4 puntos)

Realizamos equivalente Thevenin para el circuito de entrada en la base del transistor.Por teorema de Millman hallamos la fuente Thevenin:

$$V_{Th}(T) = \frac{V_{BB} \cdot \frac{1}{R_B} + V_{D0}(T) \cdot \frac{1}{R_D}}{\frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_D}} = \frac{V_{BB} \cdot R_D + V_{D0}(T) \cdot R_B}{R_B + R_D}$$

La resistencia Thevenin se obtiene al relajar obtener la resistencia equivalente relajando el circuito:

$$R_{Th} = R_B // R_D$$

Con lo cual la base se encuentra polarizada con Vth y Rth en lugar de lo mostrado originalmente. Con esta simplificación se plantea por LVK:

$$V_{Th}(T) = R_{Th} \cdot i_B + V_{BE}(T) + R_E \cdot i_E$$

Pero

$$\beta i_B = i_c \Longrightarrow i_B = \frac{i_c}{\beta}$$

$$(\beta + 1) i_B = i_E \Longrightarrow (\beta + 1) \frac{i_c}{\beta} = i_E \Longrightarrow \frac{i_c}{\alpha} = i_E$$

Con lo que:

$$V_{Th}(T) - V_{BE}(T) = R_{Th} \cdot \frac{i_c}{\beta} + R_E \cdot \frac{i_c}{\alpha}$$

$$i_c = \frac{\alpha\beta(V_{Th}(T) - V_{BE}(T))}{R_{Th}\alpha + R_E\beta}$$

De acuerdo a esta última expresión, la variación de la corriente de colector con respecto a la temperatura es lineal:

$$\frac{di_c}{dT} = \frac{\alpha\beta(\frac{dV_{Th}}{dT} - \frac{dV_{BE}}{dT})}{R_{Th}\alpha + R_E\beta} = \frac{\alpha\beta(2x10^{-3} \cdot \frac{R_B}{R_B + R_D} - 2x10^{-3})}{R_{Th}\alpha + R_E\beta}$$

Obteniéndose que la variación de corriente al cambiar la temperatura de 25°C a 125°C es de

$$\Delta i_c = \frac{\alpha\beta(2x10^{-3} \cdot \frac{R_B}{R_B + R_D} - 2x10^{-3})}{R_{Th}\alpha + R_E\beta} \cdot \Delta T$$

$$\Delta i_c = \frac{\alpha\beta}{R_{Th}\alpha + R_E\beta} \cdot \frac{-0{,}2[V] \cdot R_D}{R_B + R_D}$$

b) (2 puntos)

Se pide:

$$|\Delta i_c| < 0{,}01_c(25°C)$$

$$\frac{\alpha\beta}{R_{Th}\alpha + R_E\beta} \cdot \frac{0{,}2[V]_D}{R_B + R_D} < \frac{\alpha\beta(V_{Th}(25°C) - V_{BE}(25°C))}{R_{Th}\alpha + R_E\beta}$$

Simplificando se tiene

$$\frac{0{,}2[V]_D}{R_B + R_D} < \frac{V_{BBD} + 0{,}7[V]_B}{R_B + R_D} - 0{,}7[V]$$

$$\frac{0{,}2[V]_D}{R_B + R_D} < \frac{V_{BBD} - 0{,}7[V]_D}{R_B + R_D}$$

$$0{,}2[V]_D < V_{BBD} - 0{,}7[V]_D$$

Con lo cual finalmente se obtiene:

$$0 < (V_{BB} - 0{,}9[V])_D$$

$$R_D > 0$$

Luego, la resistencia se acota en el rango que permita que el transistor no se salga de la zona activa.

Pregunta 2

a) (4 puntos)
M_2 saturado $\Rightarrow$

$$I_Q = K_{n2}(V_{GS2} - V_{t2})^2$$

con $V_{GS2} = V_{G2} - V_{ss}$. Pero $V_{G2} = V_{G3} = V_{D3} = V_{S4}$, luego basta encontrar este parámetro para determina la relación final de I_Q.
La configuración de M_3 y M_4 (Compuertas y drenajes conectados), aseguran operación en saturación para ambos. Se tiene $I_{D4} = I_{D3} \Rightarrow$

$$K_{n4}(V_{GS4} - V_{t4})^2 = K_{n3}(V_{GS3} - V_{t3})^2$$

$\Rightarrow$

$$K_{n4}(0 - V_{S4} - V_{t4})^2 = K_{n3}(V_{S4} - V_{ss} - V_{t3})^2.$$

Despejando V_{S4} se obtiene:

$$V_{S4} = V_{G2} = \frac{\sqrt{\frac{K_{n3}}{K_{n4}}}(V_{ss} + V_{t3}) - V_{t4}}{1 + \sqrt{\frac{K_{n3}}{K_{n4}}}}.$$

Reemplazando en I_Q, se obtiene finalmente

$$I_Q = K_{n2}\left(\frac{\sqrt{\frac{K_{n3}}{K_{n4}}}(V_{ss} + V_{t3}) - V_{t4}}{1 + \sqrt{\frac{K_{n3}}{K_{n4}}}} - V_{ss} - V_{t2}\right)^2$$

b) (1 punto)
Si los transistores son iguales, sus parámetros (K_n y V_t) también. Luego, de la expresión anterior se tiene

$$I_Q = K_{n2}\left(\frac{V_{ss}}{2} - V_{ss} - V_{t2}\right)^2 = K_{n2}\left(\frac{V_{ss}}{2} + V_{t2}\right)^2$$

c) (1 punto)
Si M_3 y M_4 son idénticos $\Rightarrow V_{S4} = \frac{V_{ss}}{2}$
$\Rightarrow$

$$I_{ref} = K_{n3}\left(\frac{V_{ss}}{2} + V_{t3}\right)$$

$$I_Q = K_{n2}\left(\frac{V_{ss}}{2} + V_{t2}\right).$$

Luego $I_Q = 2I_{ref} \Rightarrow$

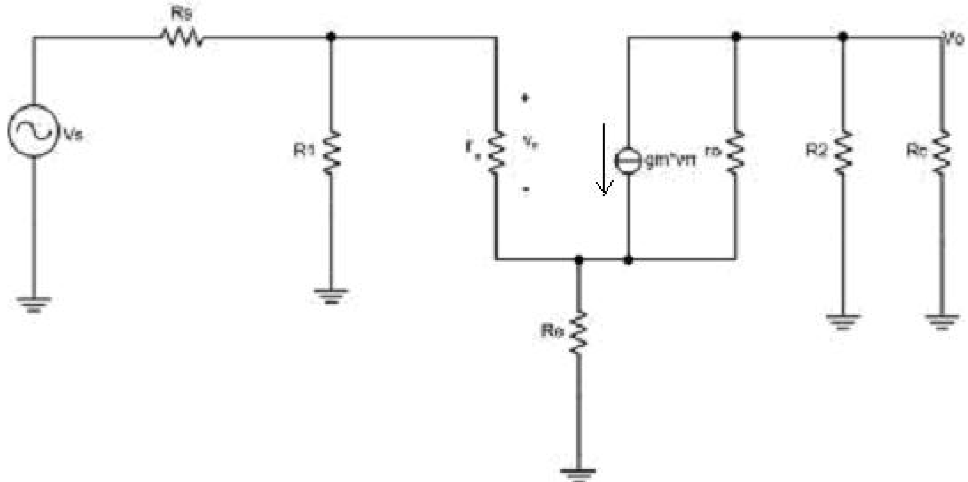
$$K_{n2}\left(\frac{V_{ss}}{2} + V_{t2}\right) = 2K_{n3}\left(\frac{V_{ss}}{2} + V_{t3}\right)$$

Si $V_{t3} = V_{t2}$, se tiene finalmente

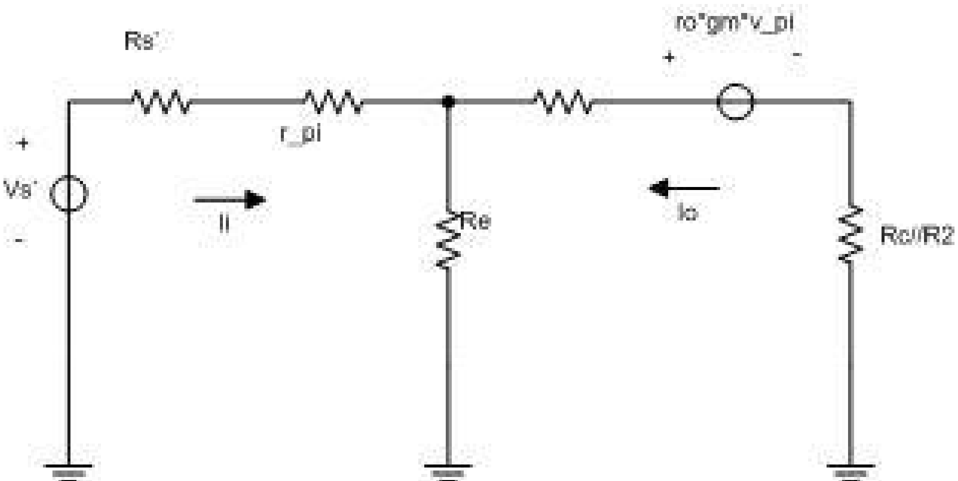
$$\frac{K_{n2}}{K_{n3}} = 2$$

Pregunta 3

El análisis se realiza en señal pequeña, a frecuencias medias. El condensador se comporta como un cortocircuito debido a la baja reactancia que presenta a la frecuencia de operación del amplificador. El circuito equivalente se muestra a continuación: Y para efectos de cálculo, aplicando



el teorema de Thevenin Norton se tiene el siguiente circuito: Donde se tiene:



$$v_s' = v_s \cdot \frac{R_s//R_1}{R_s} \quad y \quad R_s' = R_s//R_1$$

Luego:

$$v_o = -i_o \cdot R_C//R_2 = (i_i + i_o) \cdot R_E + r_o \cdot i_o - r_o \cdot g_m \cdot r_\pi \cdot i_i$$

$$v_s' = i_i \cdot (R_s' + r_\pi) + (i_i + i_o) \cdot R_E$$

Utilizando las relaciones anteriores, se tiene:

$$i_o = \frac{R_E - r_o \cdot g_m \cdot r_\pi}{-R_C//R_2 - R_E + r_o \cdot g_m \cdot r_\pi} \cdot i_i$$

a) (3 puntos)
De lo que obtenemos:

$$\frac{v_o}{{v_s}'} = \frac{-R_C//R_2 \cdot \frac{R_E - r_o \cdot g_m \cdot r_\pi}{-R_C//R_2 - R_E + r_o \cdot g_m \cdot r_\pi}}{{R_s}' + r_\pi + R_E \cdot \left(1 + \frac{R_E - r_o \cdot g_m \cdot r_\pi}{-R_C//R_2 - R_E + r_o \cdot g_m \cdot r_\pi}\right)}$$

Por lo tanto:

$$\frac{v_o}{v_s} = \frac{R_s}{R_s//R_1} \cdot \frac{-R_C//R_2 \cdot \frac{R_E - r_o \cdot g_m \cdot r_\pi}{-R_C//R_2 - R_E + r_o \cdot g_m \cdot r_\pi}}{R_s//R_1 + r_\pi + R_E \cdot \left(1 + \frac{R_E - r_o \cdot g_m \cdot r_\pi}{-R_C//R_2 - R_E + r_o \cdot g_m \cdot r_\pi}\right)} \tag{1}$$

b) (1.5 puntos)
Resistencia de entrada:

$$R_i = \frac{v_s}{i_s}$$

Sabemos que:

$$i_i = \frac{-R_C//R_2 - R_E + r_o \cdot g_m \cdot r_\pi}{R_E - r_o \cdot g_m \cdot r_\pi} \cdot i_o$$

$$i_o = -\frac{v_o}{R_C//R_2}$$

Con lo cual

$$i_i = \frac{-R_C//R_2 - R_E + r_o \cdot g_m \cdot r_\pi}{R_E - r_o \cdot g_m \cdot r_\pi} \cdot \left(-\frac{v_o}{R_C//R_2}\right) \equiv \overline{g} \cdot v_o$$

Ahora bien, de (1)

$$v_o = A_V \cdot v_s$$

Además,

$$v_s - i_s \cdot R_s = (i_s - i_i) \cdot R_1$$

$$\Rightarrow \; v_s - i_s \cdot R_s = (i_s - \overline{g} \cdot A_V \cdot v_s) \cdot R_1$$

$$\Rightarrow \; v_s \cdot (1 + \overline{g} \cdot A_V \cdot R_1) = i_s \cdot (R_s + R_1)$$

De donde se obtiene:

$$R_i = \frac{R_s + R_1}{1 + \overline{g} \cdot A_V \cdot R_1}$$

Donde

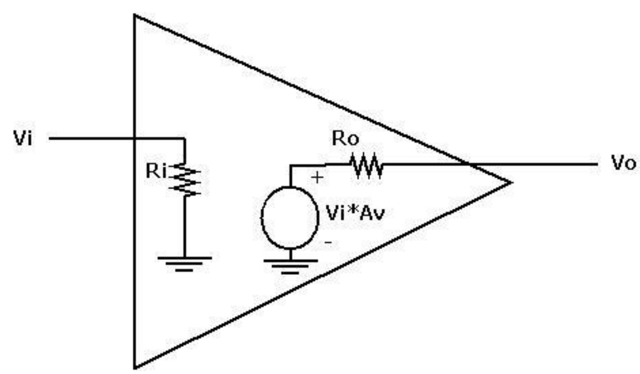
$$\overline{g} = \frac{-R_C//R_2 - R_E + r_o \cdot g_m \cdot r_\pi}{R_E - r_o \cdot g_m \cdot r_\pi} \cdot \left(-\frac{1}{R_C//R_2}\right)$$

$$A_V = \frac{R_s}{R_s//R_1} \cdot \frac{-R_C//R_2 \cdot \frac{R_E - r_o \cdot g_m \cdot r_\pi}{-R_C//R_2 - R_E + r_o \cdot g_m \cdot r_\pi}}{R_s//R_1 + r_\pi + R_E \cdot \left(1 + \frac{R_E - r_o \cdot g_m \cdot r_\pi}{-R_C//R_2 - R_E + r_o \cdot g_m \cdot r_\pi}\right)}$$

c) (1.5 puntos)
c) Resistencia de salida:
Para determinar la resistencia de salida, utilizando el teorema de Thevenin Norton, consideraremos nulas las fuentes de voltaje y tensión independientes del circuito amplificador.

$$R_o = (R_C//R_1) \, // \, [r_o + R_E// \, (R_s//R_1 + r_\pi)]$$

Con lo cual se tiene completo el modelo de señal pequeña, a frecuencias medias, del amplificador:


Vi
Ri
Ro
+
Vi*Av
-
Vo