EL42A - Circuitos Electrónicos

Clase No. 21: Respuesta en Frecuencia de Circuitos Amplificadores (2)

Patricio Parada
pparada@ing.uchile.cl

Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

22 de Octubre de 2009

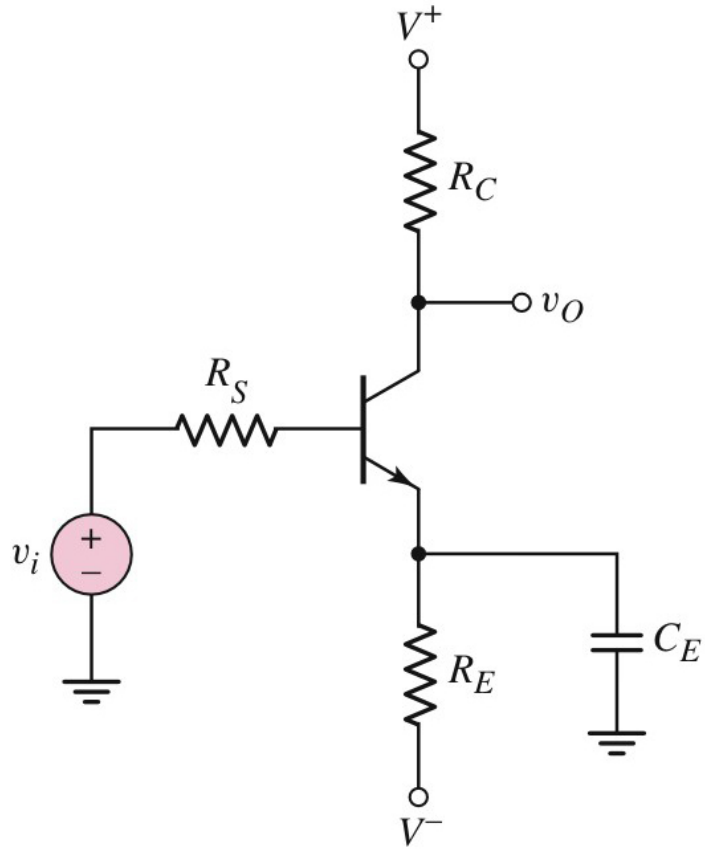
Contenidos

Modelos para Baja Frecuencia
- Capacitancias de Estabilización o Bypass

Modelos para Alta Frecuencia
- Modelo BJT Híbrido Extendido
- Modelo MOSFET Extendido

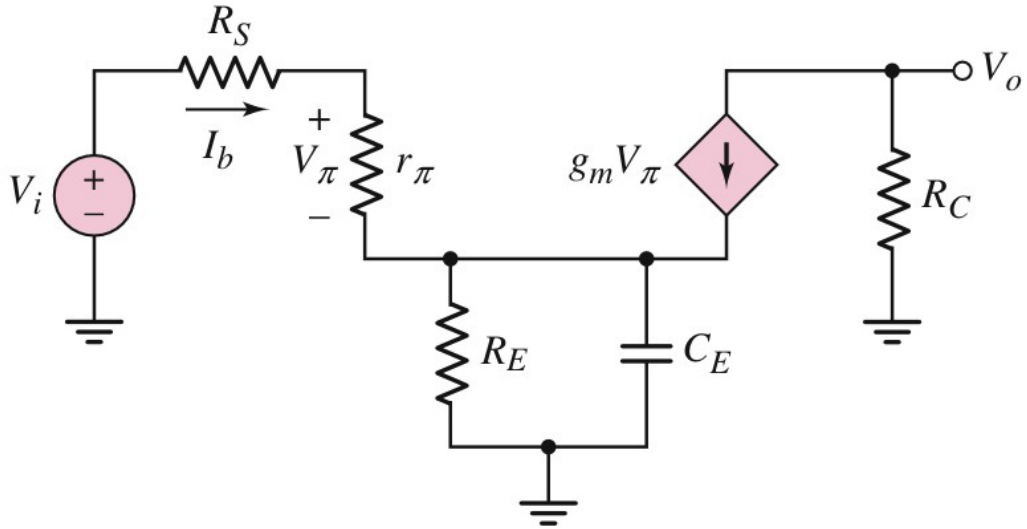
Capacitancias de Estabilización o Bypass I

- Hemos visto que el uso de resistencias de estabilización (R_E y R_S) en la configuraciones de emisor común (BJT) y fuente común (FET), ayudan a estabilizar el punto de operación frente a cambios de parámetros de los transistores.
- El efecto inmediato es la disminución de la ganancia de voltaje de banda media.
- Para mitigar este efecto se incorporan condensadores de bypass.



Capacitancias de Estabilización o Bypass II

- El circuito equivalente para señal pequeña es



- La ganancia de voltaje es

$$A_v(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{-g_m r_\pi R_C}{R_S + r_\pi + (1+\beta)\left(R_E \parallel \frac{1}{sC_E}\right)}$$

Capacitancias de Estabilización o Bypass III

- Reordenando términos

$$A_v(s) = \frac{-g_m r_\pi R_C}{R_S + r_\pi + (1+\beta)R_E} \frac{1 + sR_E C_E}{1 + \dfrac{sR_E(R_S + r_\pi)C_E}{R_S + r_\pi + (1+\beta)R_E}}$$

$$= \underbrace{\frac{-g_m r_\pi R_C}{R_S + r_\pi + (1+\beta)R_E}}_{K} \frac{1 + s\tau_A}{1 + s\tau_B}$$

- Esta expresión es ligeramente diferente de las que estudiamos en la clase pasada.
- Notamos inmediatamente que

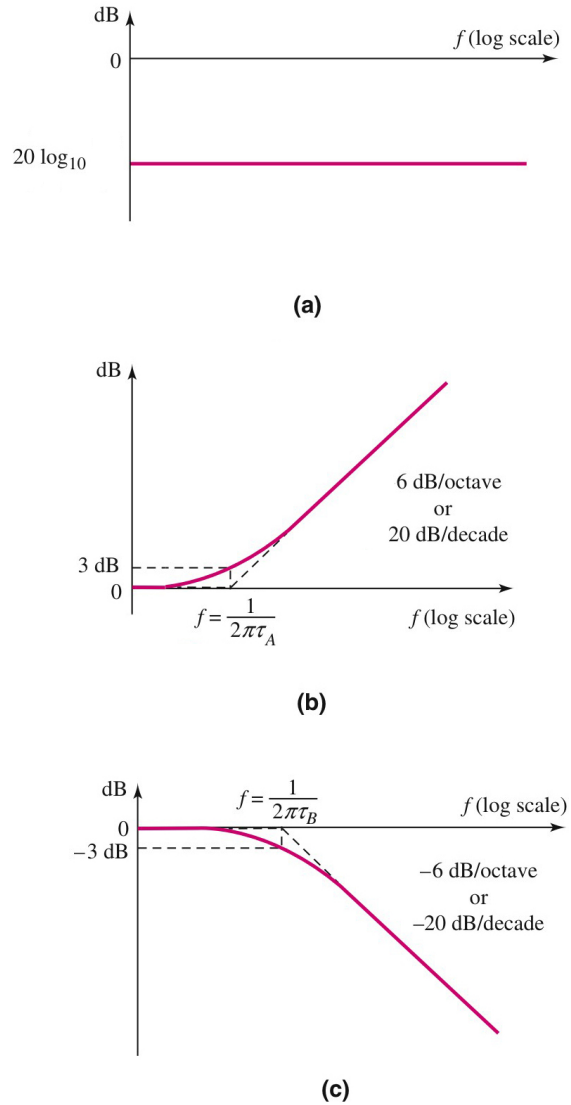
$$|A_v(f)|_{\text{dB}} = -20\log_{10}|K| + 10\log_{10}(1 + (2\pi f\tau_A)^2) - 10\log_{10}(1 + (2\pi f\tau_B)^2)$$

Capacitancias de Estabilización o Bypass IV

- El primer término es constante e igual a

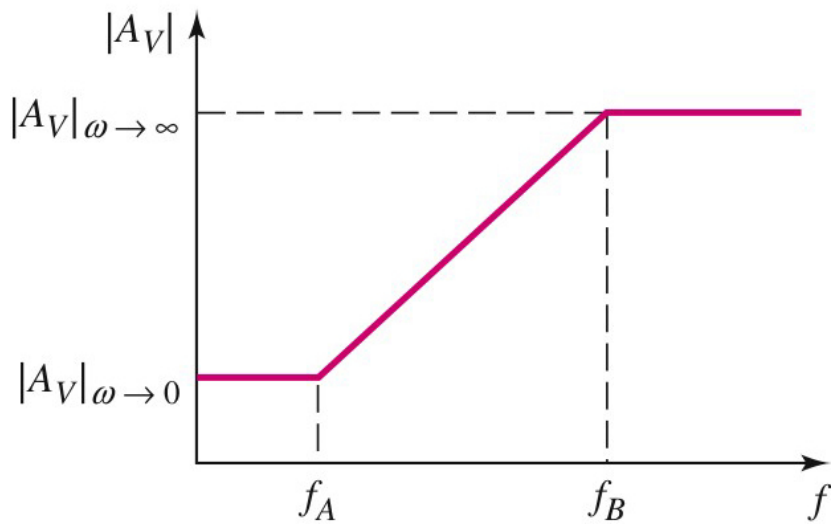
$$20\log_{10}\frac{-g_m r_\pi R_C}{R_S + r_\pi + (1+\beta)R_E}$$

- El segundo término es cercano a 0 para $f < \dfrac{1}{2\pi\tau_A}$ y crece linealmente con $\log(f)$.
- El segundo término es cercano a 0 para $f < \dfrac{1}{2\pi\tau_B}$ y decrece linealmente con $\log(f)$.



Capacitancias de Estabilización o Bypass V

- Notamos que se va a producir eventualmente los dos términos variables con f pueden anular su efecto si $\tau_A \approx \tau_B$.
- En la práctica, sin embargo, estos términos están alejados y obtenemos un comportamiento del estilo



- Las asíntotas se pueden derivar directamente de $A(f)$.

Capacitancias de Estabilización o Bypass VI

- Cuando $f \to 0$, el término dominante es K, es decir,

$$\lim_{f\to 0} |A_v(f)| = \frac{g_m r_\pi R_C}{R_S + r_\pi + (1+\beta)R_E}$$

- Cuando $f \to \infty$ el término dominante son los que dependen de f.
- En efecto,

$$\begin{aligned}
\lim_{f\to\infty} |A_v(f)| &= \frac{g_m r_\pi R_C}{R_S + r_\pi + (1+\beta)R_E} \lim_{f\to\infty} \sqrt{\frac{1+(2\pi f\tau_A)^2}{1+(2\pi f\tau_A)^2}} \\
&= \frac{g_m r_\pi R_C}{R_S + r_\pi + (1+\beta)R_E} \frac{\tau_A}{\tau_B} \\
&= \frac{g_m r_\pi R_C}{R_S + r_\pi + (1+\beta)R_E} \frac{R_E C_E}{\dfrac{R_E(R_S + r_\pi)C_E}{R_S + r_\pi + (1+\beta)R_E}} \\
&= \frac{g_m r_\pi R_C}{R_s + r_\pi}.
\end{aligned}$$

Capacitancias de Estabilización o Bypass VII

- Vemos que cuando al frecuencia es baja R_E aparece en la ganancia de voltaje porque la impedancia asociada a C_E es grande comparada con R_E.
- A medida que la frecuencia aumenta, C_E comienza a cortocircuitar R_E, tal como lo habíamos visto con anterioridad.

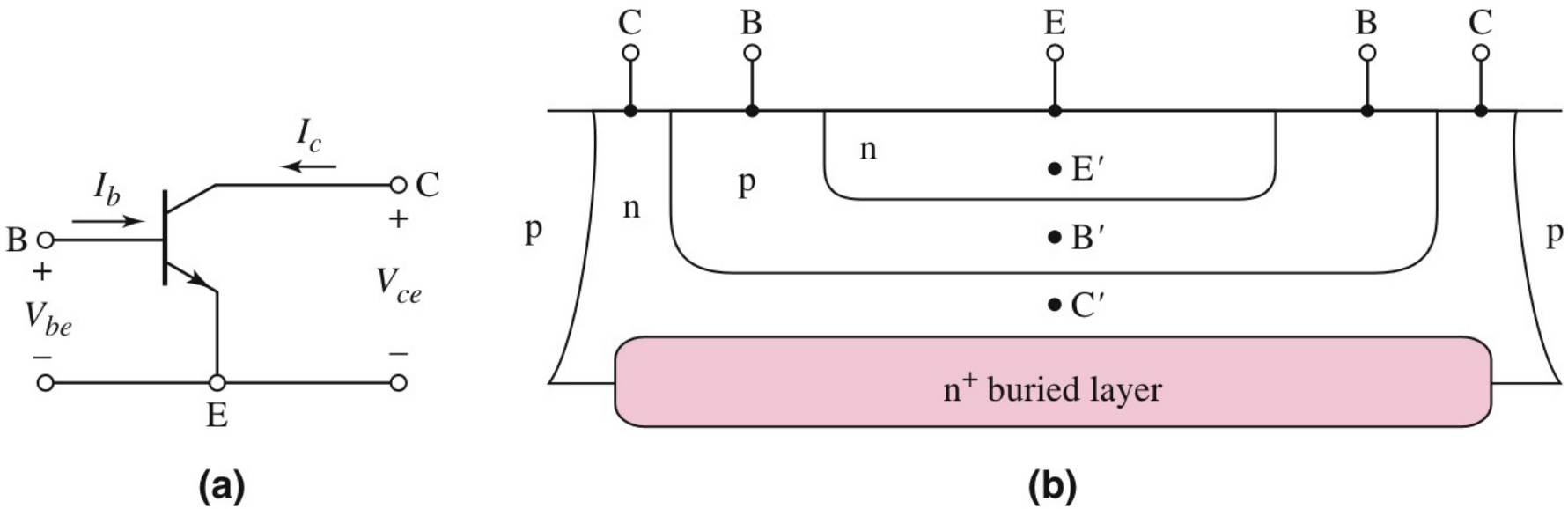
Combinando Capacitancias de Bypass y de Acoplamiento

- La incorporación de múltiples condensadores en el circuito tiene un efecto directo en el comportamiento del circuito amplificador completo.
- Nuestro enfoque a estudiado los efectos por separado de cada condensador.
- Como en general no estamos interesados en la respuesta completa en frecuencia, sino en determinar el ancho de banda del amplificador y la ganancia de banda media, vamos a componer el efecto mediante la multiplicación de los efectos individuales.
- Si uno de los polos del circuito es dominante, la frecuencia de corte del circuito estará asociada a ese condensador en particular.

- Nuestro estudio hasta este momento ha asumido que los transistores que utilizamos son ideales, en el sentido que responden de la misma manera ante señales de distinta frecuencia.
- En la práctica, tanto BJT como FET exhiben un comportamiento capacitivo que es relevante en la parte alta del espectro.
- Nuestro enfoque extiende los modelos para señal pequeña que hemos utilizado hasta este punto.

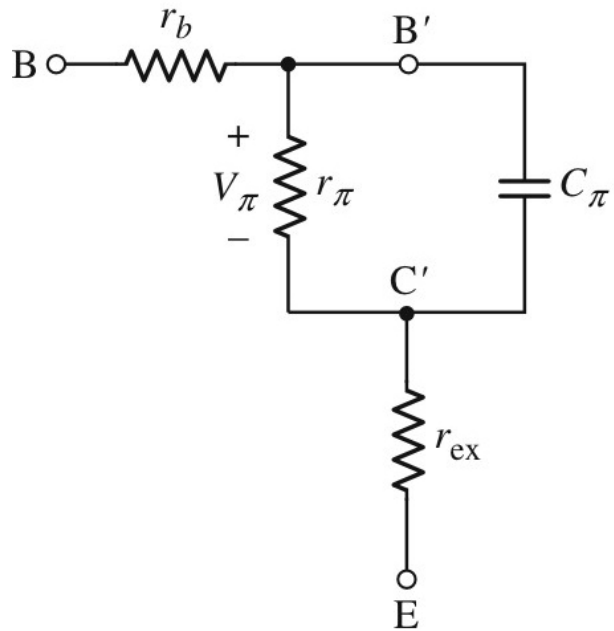
Modelo Híbrido-π Extendido para BJT I

- Recordemos que la estructura interna (approximada) de un BJT típico es la siguiente:



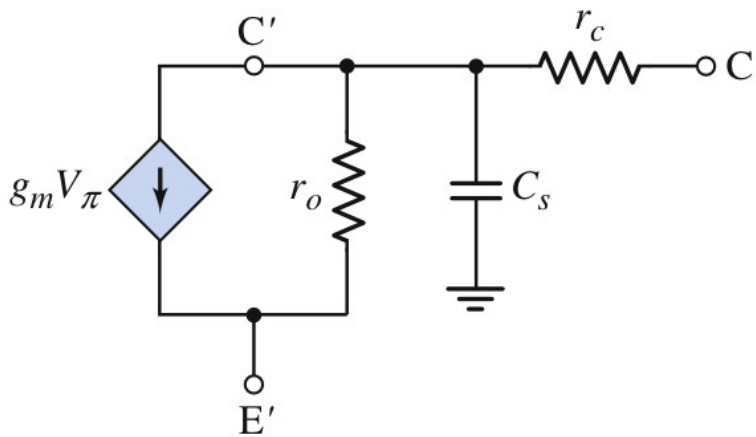
- Existen tres efectos capacitivos importantes que debemos considerar:
  - En la juntura base-emisor
  - Entre colector y emisor
  - En la juntura base-colector.

- La juntura base-emisor puede ser modelada de la siguiente manera:
  - r_b es la resistencia entre el terminal externo B y B'
  - C_π es la capacitancia de la juntura $B' - E'$ (polarizada en forma directa).
  - r_π es la resistencia de la juntura $B' - E'$ (polarizada en forma directa).
  - r_{ex} es la resistencia entre el terminal externo E y E'. Esta resistencia usualmente es muy pequeña $(1 \sim 2\Omega)$.



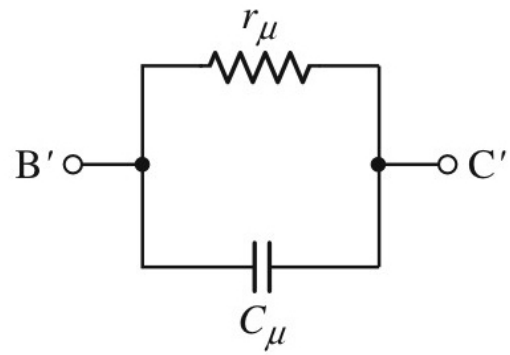
Modelo Híbrido-π Extendido para BJT III

- El modelo equivalente mirando hacia el colector es el siguiente
  - r_c es la resistencia entre el terminal externo C y C'
  - C_S es la capacitancia de la juntura $C'-$sustrato (polarizada en forma inversa).
  - $g_m V_\pi$ es la fuente de corriente dependiente controlada por el voltaje V_π
  - r_o es la resistencia entre C' y E' debido al efecto Early.



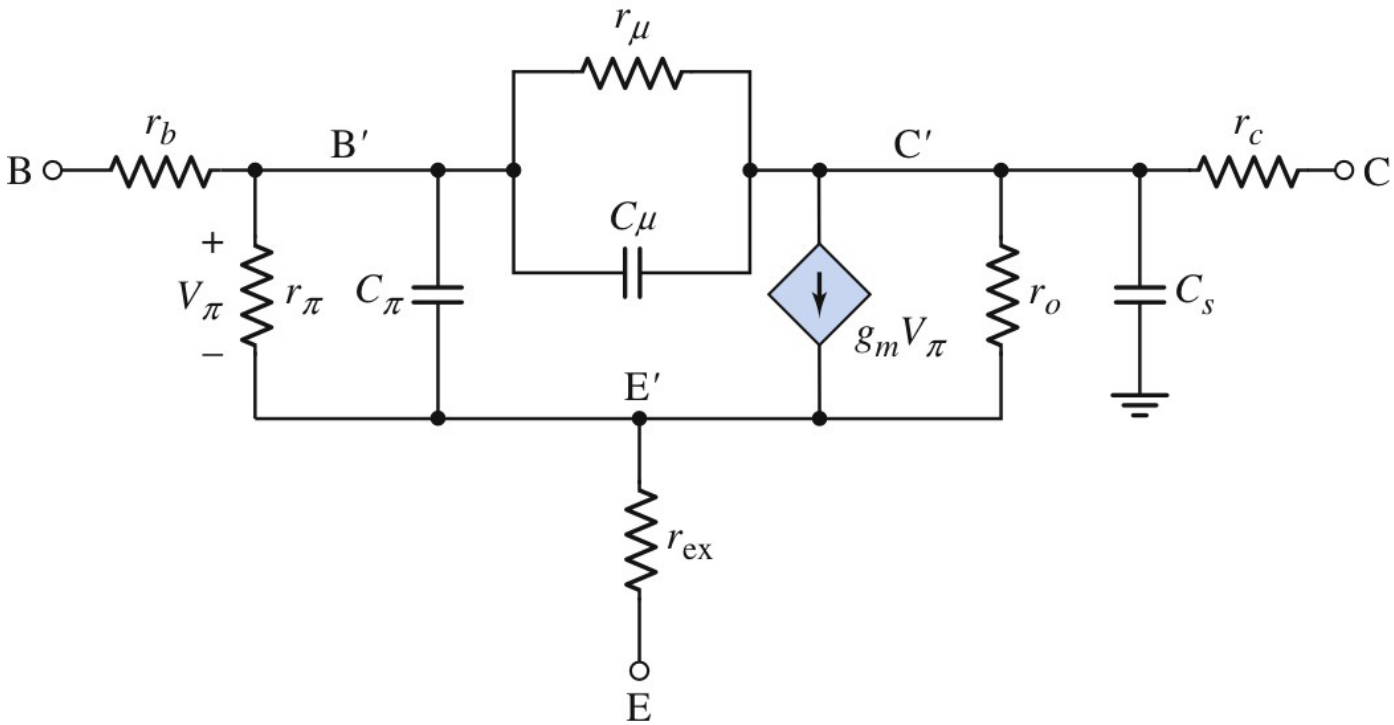
Modelo Híbrido-π Extendido para BJT IV

- El modelo equivalente para la juntura B'-C' (polarizada en inversa) es
  - C_μ es la capacitancia de la juntura $B' - C'$ en inversa.
  - r_μ es la resistencia de la juntura $B' - C'$.



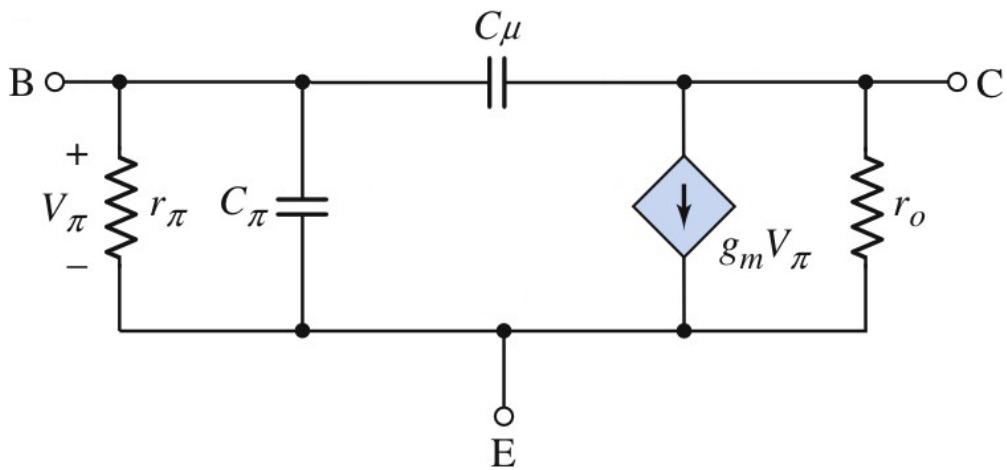
Modelo Híbrido-π Extendido para BJT V

- El modelo completo, que llamaremos **modelo híbrido-π extendido**, es el siguiente



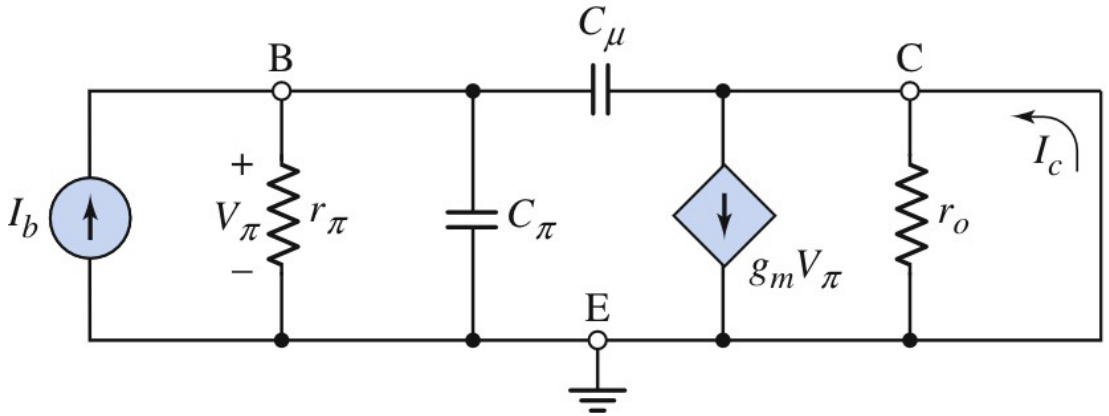
Ganancia de Corriente de Corto-Circuito I

- Vamos a trabajar con un modelo simplificado del modelo extendido que acabamos de presentar.
- Ello se justifica porque en general las resistencias r_b, r_c y r_{ex} son pequeñas y r_μ es muy grande.
- Además, despreciaremos el efecto de la capacitancia C_s entre C y el substrato, por lo que el modelo híbrido-π se reduce a lo siguiente:



Ganancia de Corriente de Corto-Circuito II

- Consideremos el circuito



- Vamos a calcular la ganancia de corriente de cortocircuito I_c/I_b.
- Éste término es el parámetro h_{fe} del model h del transistor.
- Planteamos ecuaciones de corriente en B y C:

$$\text{LCK (B) } I_b = \frac{V_\pi}{r_\pi} + \jmath\omega C_\pi V_\pi + \jmath\omega C_\mu (V_B - V_C).$$

$$\text{LCK (C) } I_c = \frac{V_C}{r_o} + g_m V_\pi - \jmath\omega C_\mu (V_B - V_C).$$

Ganancia de Corriente de Corto-Circuito III

- Pero $V_B = V_\pi$ y $V_C = 0$. Luego

$$I_b = \left(\frac{1}{r_\pi} + \jmath\omega(C_\pi + C_\mu)\right)V_\pi$$
$$I_c = (g_m - \jmath\omega C_\mu)V_\pi.$$

- La ganancia de corriente de cortocircuito es

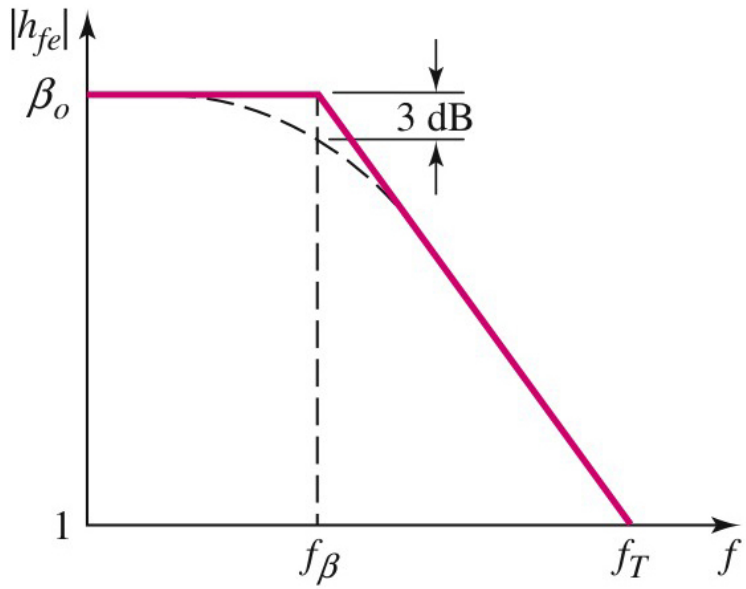
$$\frac{I_c}{I_b} = \frac{g_m - \jmath\omega C_\mu}{\frac{1}{r_\pi} + \jmath\omega(C_\pi + C_\mu)}$$

- Notemos que $C_\mu \sim$ pF$(10^{-12}$ y $g_m \sim$ mA/V. Por lo tanto, mientras $\omega < 2\pi \times 10^8$ (100 MHz, el numerado es aproximadamente

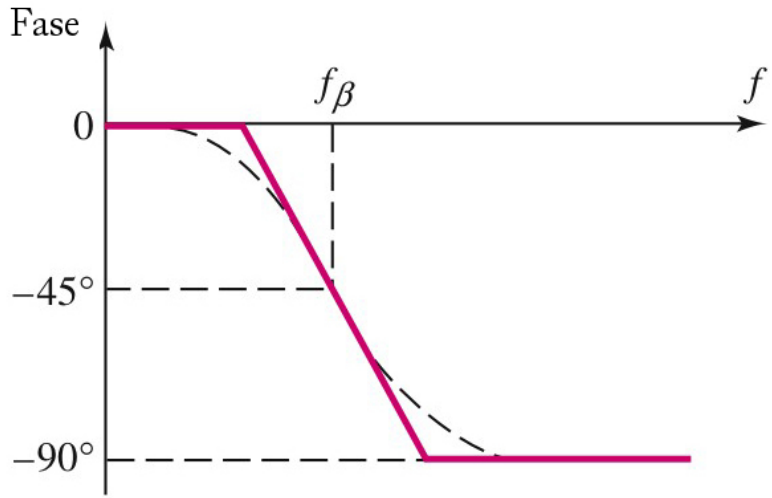
$$\frac{I_c}{I_b} \approx \frac{g_m}{\frac{1}{r_\pi} + \jmath\omega(C_\pi + C_\mu)} = \frac{r_\pi g_m}{1 + \jmath\omega r_\pi(C_\pi + C_\mu)} = \frac{\beta}{1 + \jmath\omega r_\pi(C_\pi + C_\mu)}$$

Ganancia de Corriente de Corto-Circuito IV

- Notamos inmediatamente que la ganancia de corriente de emisor común (h_{fe}) es función de la frecuencia.
- Mientras $f < f_\beta = \dfrac{1}{2\pi r_\pi (C_\pi + C_\mu)}$, $h_{fe} \approx \beta_o$.
- Si $f > f_\beta$, h_{fe} comienza a decrecer 6 dB/octava.



(a)



(b)

- A medida que la frecuencia aumenta, el desfase entre I_b e I_c se comienza a acentuar.
- Cuando $f = f_\beta$, el desfase entre ambas señales es $45°$, llegando a $90°$ para frecuencias suficientemente altas.
- Para fijar ideas, notemos que si $r_\pi = 3$ kΩ, $C_\pi = 1$ pF, y $C_\mu = 0{,}1$ pF, tenemos que la frecuencia de corte f_β es

$$f_\beta = \frac{1}{2\pi r_\pi (C_\pi + C_\mu)} = \frac{1}{2\pi \times 3 \times 10^3 \times 1{,}1 \times 10^{-12}} = 48{,}3 \text{ MHz}.$$

- Transistores de alta frecuencia deben tener pequeñas capacitancias, y es por ello que usualmente estos dispositivos son pequeños.
- f_β a veces recibe el nombre de **ancho de banda del transistor**.

Frecuencia de Corte f_T I

- La ganancia $h_{fe}(f)$ se puede expresar como

$$h_{fe}(f) = \frac{\beta_o}{1 + \jmath \dfrac{f}{f_\beta}}.$$

- Luego, la magnitud de $|h_{fe}|$ es

$$|h_{fe}(f)| = \frac{\beta_o}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{f}{f_\beta}\right)^2}}.$$

- Estamos interesados en la frecuencia f_T a la cual $|h_{fe}| = 1$. A esta frecuencia no hay ganancia de corriente de base, e $I_c = I_b$.

Frecuencia de Corte f_T II

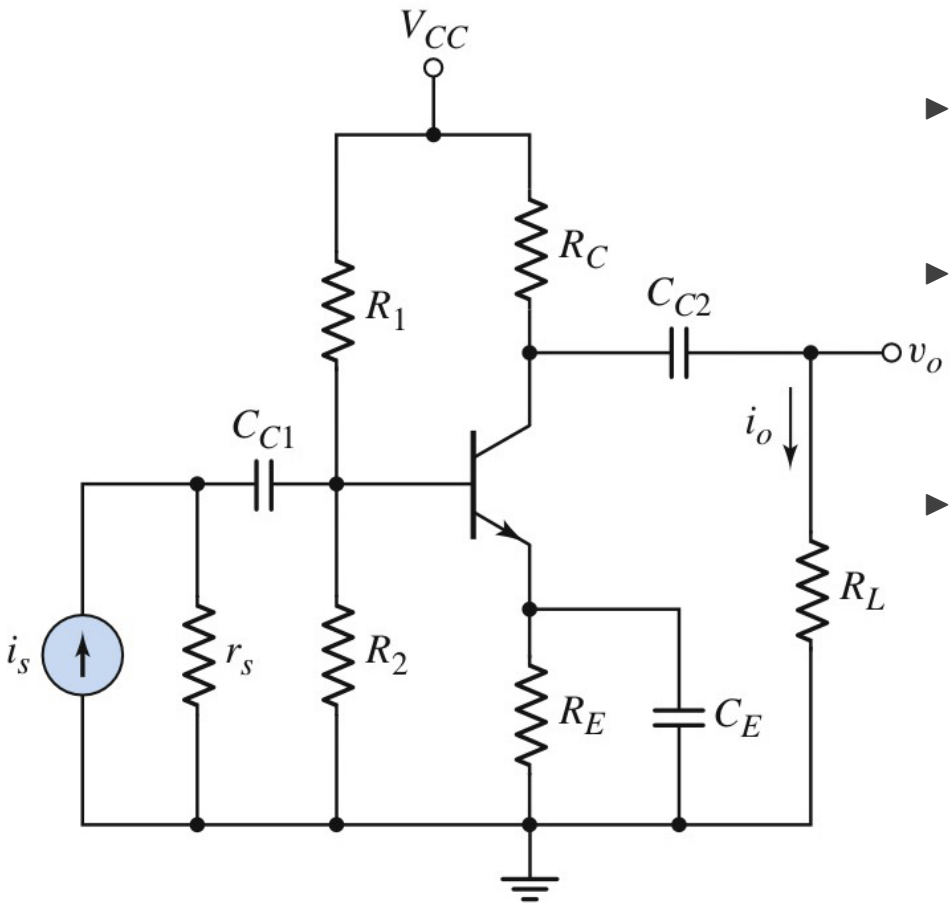
- Si reemplazamos en la ecuación obtendremos que

$$f_T = \beta_o f_\beta = \frac{g_m}{2\pi(C_\pi + C_\mu)}. \tag{1}$$

- Notamos que f_T puede ser utilizado como medida de calidad del amplificador y recibe el nombre de **ancho de banda de ganancia unitaria**.
-

Efecto Miller y Capacitancia de Miller I

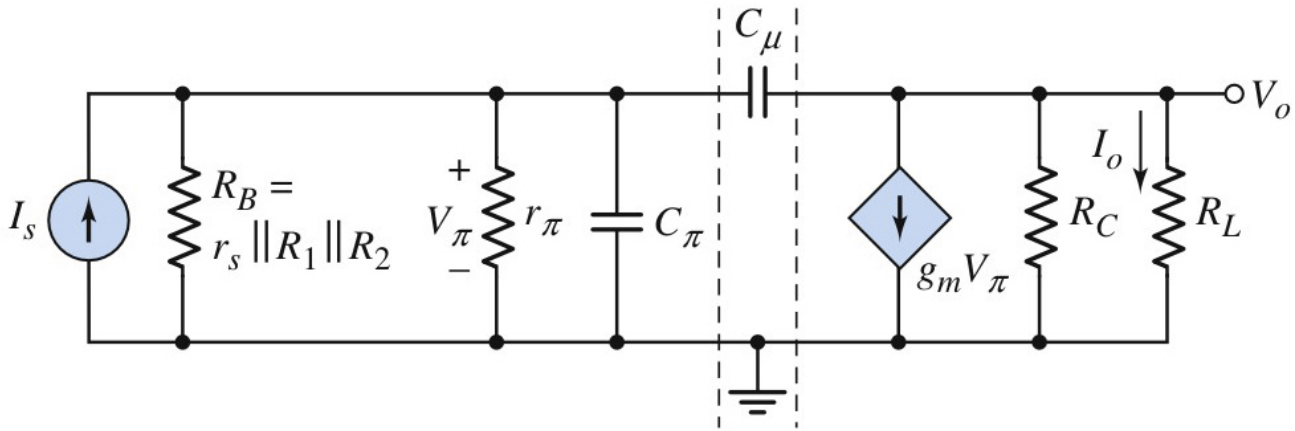
- Consideremos el circuito de emisor común de la figura:



- Estamos interesados en los efectos para alta frecuencia.
- Ello significa que los condensadores C_{C1}, C_{C2} y C_E pueden asumirse cortocircuitos.
- Aunque usualmente $C_\pi >> C_\mu$ no es apropiado despreciarlo, ya que como acabamos de ver, tiene influencia en el comportamiento de alta frecuencia del circuito.

Efecto Miller y Capacitancia de Miller I

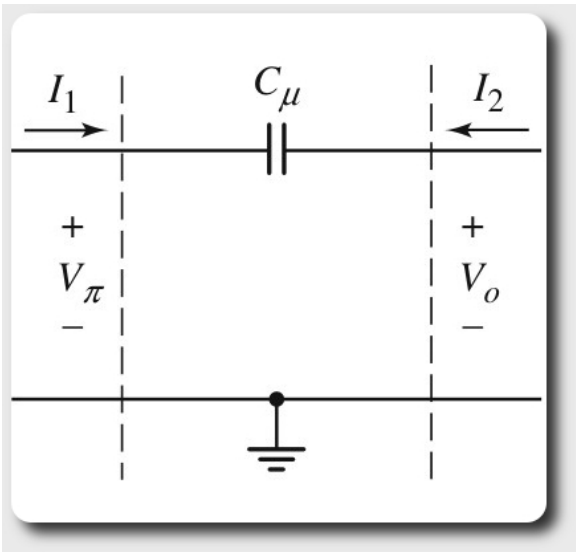
- El circuito equivalente para señal pequeña y de alta frecuencia, es el siguiente:



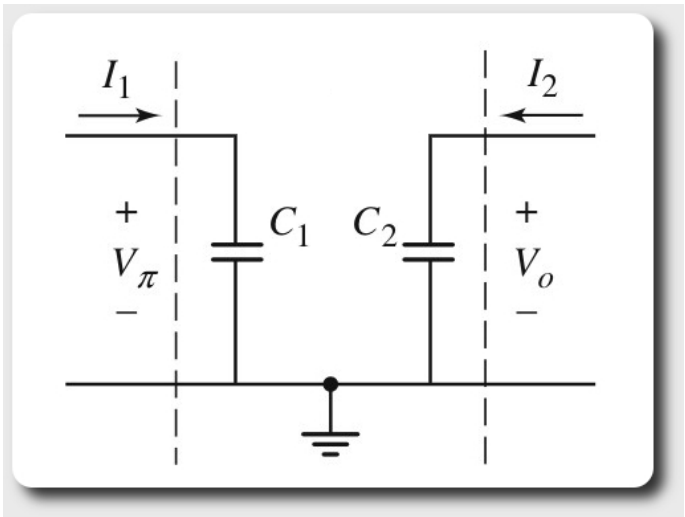
- Podemos emplear el Teorema de Miller, para simplificar simplificar el efecto de C_μ.

Teorema de Miller

Los circuitos mostrados son equivalentes



(a)



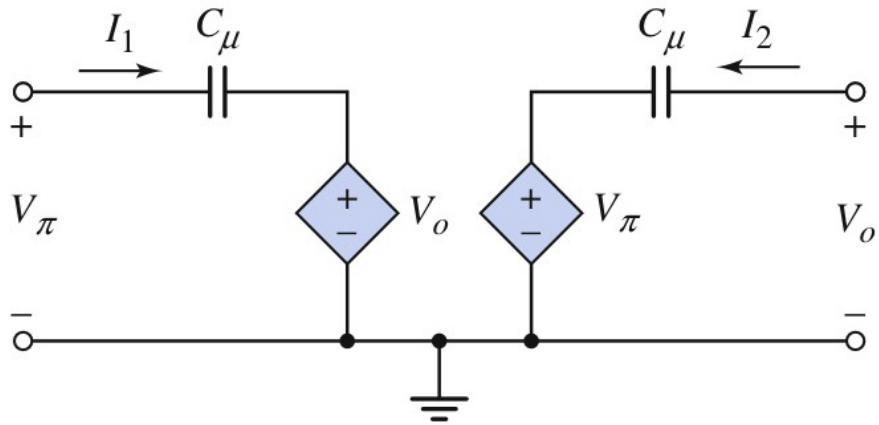
(b)

donde

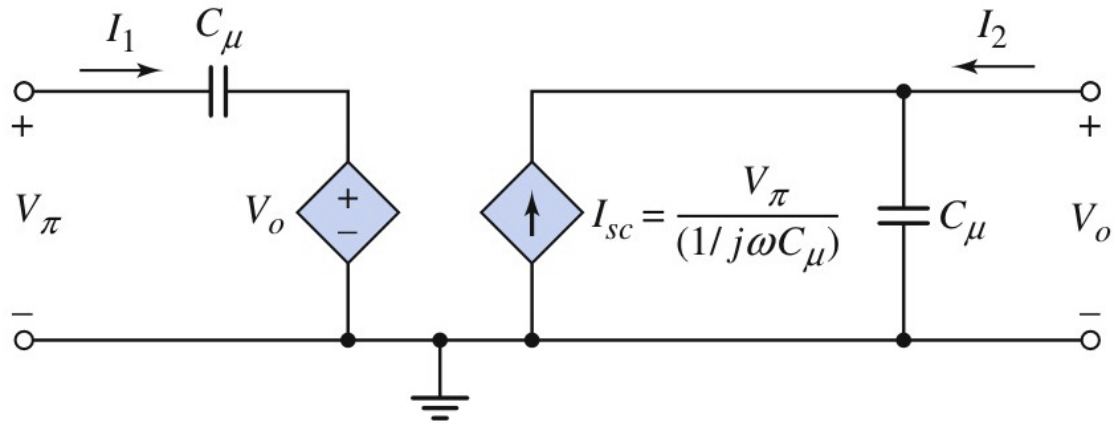
$$Z_1 = Z_\mu \frac{V_\pi}{V_\pi - V_o}; \quad Z_2 = Z_\mu \frac{V_o}{V_o - V_\pi} \tag{2}$$

Efecto Miller y Capacitancia de Miller III

- Notemos primero que el circuito de la figura (a) puede ser dibujado como sigue:



- El lado de la derecha del circuito puede ser reemplazado por



Efecto Miller y Capacitancia de Miller IV

- La impedancia vista desde la entrada es

$$Z_1 = \frac{V_\pi}{I_1} = \frac{V_\pi}{\jmath\omega C_\mu (V_\pi - V_o)} = Z_\mu \frac{V_\pi}{V_\pi - V_o}.$$

- Similarmente, la impedancia vista desde la salida es

$$Z_2 = \frac{V_o}{I_2} = \frac{V_o}{\jmath\omega C_\mu (V_o - V_\pi)} = Z_\mu \frac{V_o}{V_o - V_\pi}.$$

- Identificamos inmediatamente que $\frac{V_o}{V_\pi} = A_{vo}$. Luego

$$Z_1 = Z_\mu \frac{1}{1 - A_{vo}}$$

$$Z_2 = Z_\mu \frac{A_{vo}}{A_{vo} - 1}.$$

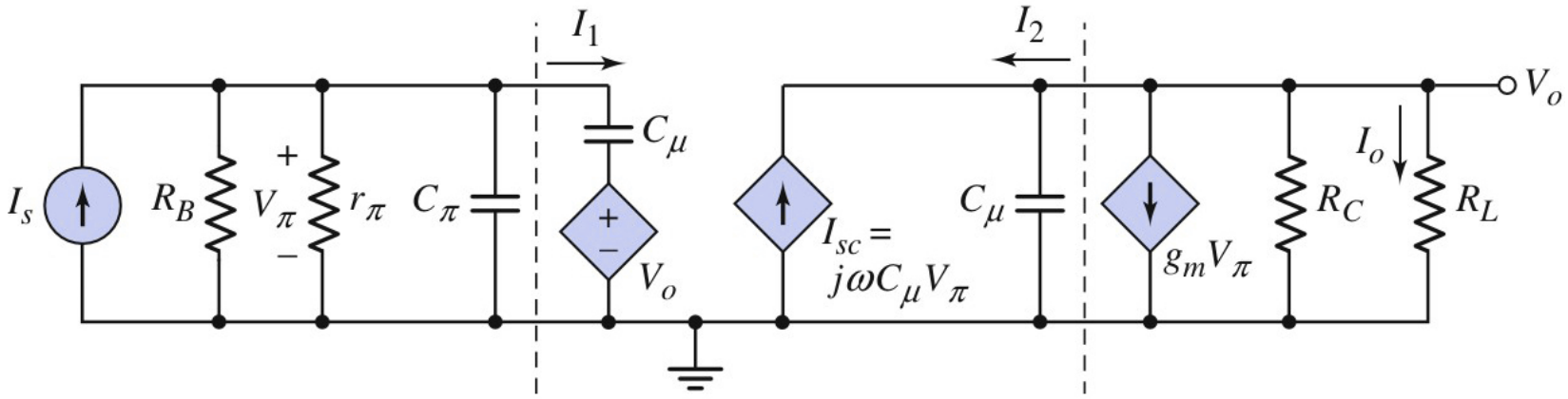
- Es decir,

$$C_1 = C_\mu(1 - A_{vo})$$
$$C_2 = C_\mu\left(1 - \frac{1}{A_{vo}}\right)$$

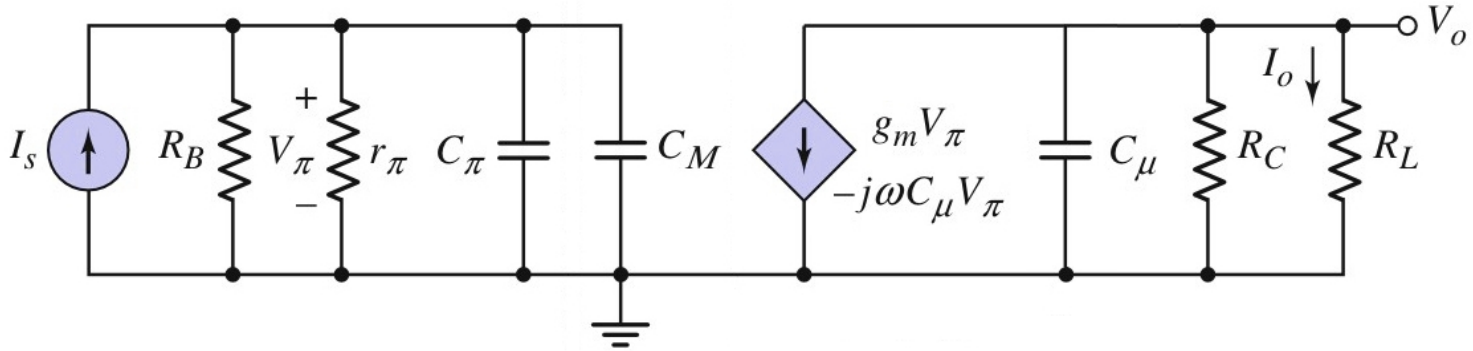
- Notar que dado que el amplificador es inversor, $A_{vo} < 0$, por lo que la entrada ve una capacitancia aumentada en un factor $1 + |A_{vo}|$. Este fenómeno recibe el nombre de **Efecto Miller**.
- La capacitancia C_1 recibe el nombre de **Capacitancia de Miller** y se denota como C_M.
- Por otro lado, $C_2 \sim C_\mu$. Dado que C_μ es un número pequeño, y uno tiende a despreciarlo

Efecto Miller y Capacitancia de Miller VI

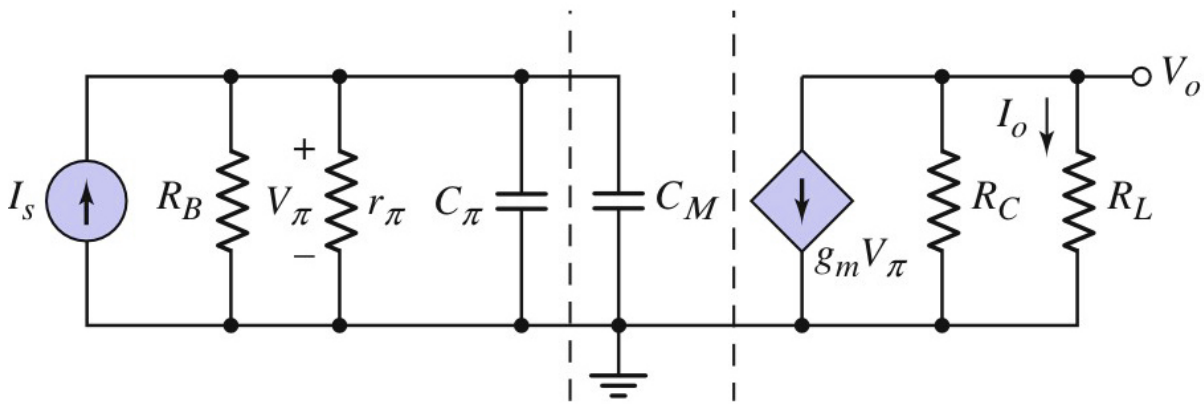
- Para entender mejor esta idea, consideremos el circuito original



- Al aplicar el teorema de Miller, resulta



- Cómo C_μ es pequeño, su impedancia es muy grande en un rango amplio de frecuencias (al menos hasta el rango de los GHz).
- Similarmente, $g_m >> \omega C_\mu$ por lo que también puede ser despreciado esta disminución en la fuente.
- Luego, el circuito simplificado es el siguiente.



- Podemos determinar la ganancia de corriente del circuito:

$$\text{LCK (B) } I_s = \frac{V_\pi}{R_B \parallel r_\pi} + \jmath\omega(C_\pi + C_M)V_\pi.$$

$$\text{LCK (C) } I_o = -g_m V_\pi - \frac{R_L}{R_C} I_o.$$

- Ordenando términos obtenemos

$$\frac{I_o}{I_s} = -g_m \frac{R_C(R_B \parallel r_\pi)}{R_C + R_L} \frac{1}{1 + \jmath\omega(R_B \parallel r_\pi)(C_\pi + C_M)}.$$

- La frecuencia de corte (-3 dB) del circuito es

$$f_{\text{3dB}} = \frac{1}{2\pi(R_B \parallel r_\pi)(C_\pi + C_M)}. \tag{3}$$

- Cuál sería el error si no consideraremos la capacitancia de Miller?
- Si $C_M = 0$, el ancho de banda del circuito sería

$$f_{3\text{dB}} = \frac{1}{2\pi(R_B \parallel r_\pi)(C_\pi)}.$$

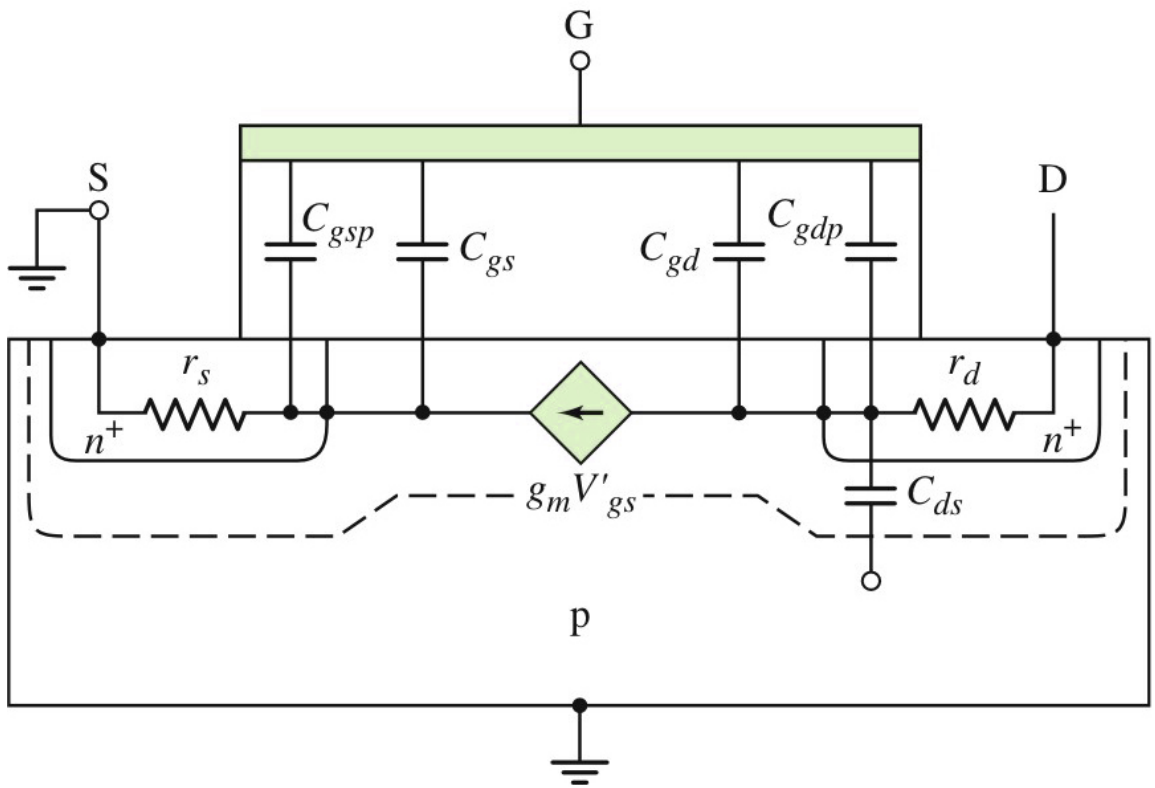
- Luego, el efecto Miller es responsable por una reducción notable del ancho de banda del circuito.
- Consideremos por ejemplo, $R_C = R_L = 10$ kΩ, $r_\pi = 3$ kΩ, $R_B = 250$ kΩ, $C_\pi = 5$ pF, $C_\mu = 0{,}1$ pF y $g_m = 40$ mA/V.
- Si consideramos el efecto Miller, el ancho de banda del circuito es aproximadamente 2.1 MHz.
- Si no lo consideramos, el ancho de banda es 10.7 MHz.

Efecto Miller y Capacitancia de Miller IX

- El efecto Miller introduce un compromiso entre ancho de banda y ganancia que es relevante de considerar al momento de diseñar un amplificador.
- Si aumentamos A_{vo}, aumenta C_M lo que reduce el ancho de banda del circuito.
- Si disminuimos A_{vo}, disminuye C_M lo que incrementa el ancho de banda del circuito.

Modelo Equivalente FET para Alta Frecuencia I

- Al igual que en el caso del transistor bipolar, el transistor (MOS)FET presenta efectos capacitivos que limitan su respuesta en alta frecuencia.
- Consideremos un corte idealizado de un transistor MOSFET:

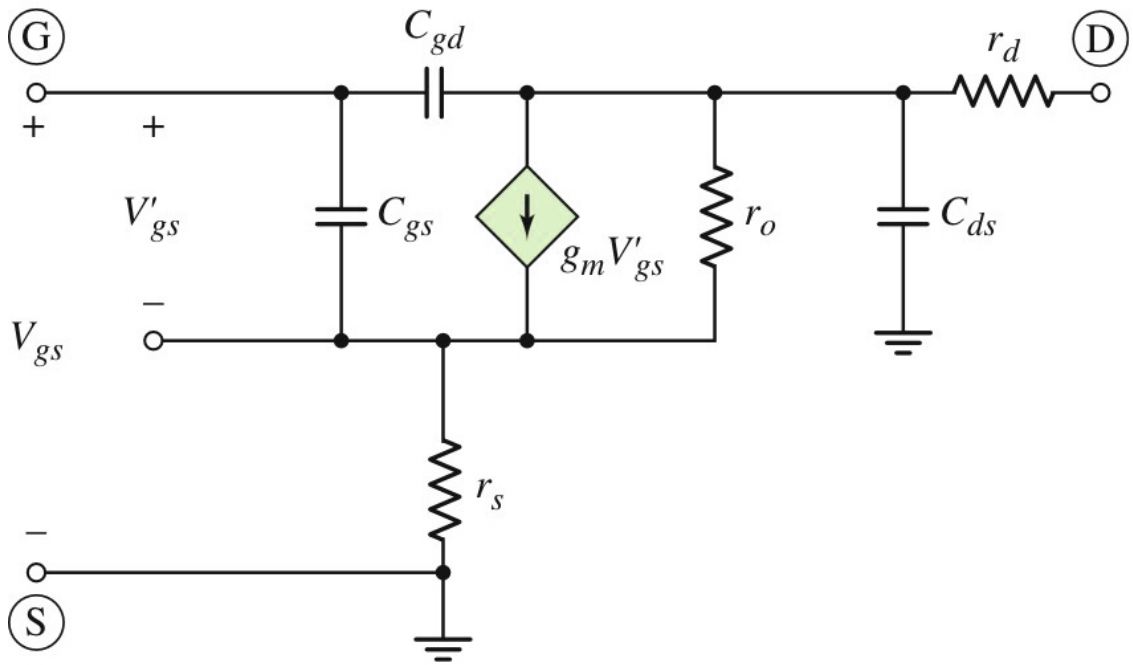


Modelo Equivalente FET para Alta Frecuencia II

- En la figura, hemos introducido los siguientes elementos:
  - r_s: resistencia de la región fuente
  - r_d: resistencia de la región drenado
  - C_{gsp} y C_{gdp}: capacitancia debido a la sobreposición de la capa de dióxido de silicio en las regiones de fuente y drenado.
  - C_{gs} y C_{gd}: capacitancias entre la capa de dióxido de silicio y la capa de inversión (canal) en las regiones de fuente y drenado.
  - C_{ds}: capacitancia entre el drenado y el substrato del transistor.
- Típicamente

$$C_{gs} \approx C_{gd} \approx \frac{1}{2} W L C_{ox}. \tag{4}$$

- Estos condensares tienen valores típicos del orden de pF.
- Por ejemplo, si $W = 50$ μm, $L = 5$ μm y $t_{ox} = 500$, $C_{gs} \approx 0{,}12$ pF.

Modelo Equivalente FET para Alta Frecuencia III

- El modelo equivalente para alta frecuencia es el siguiente: