EL42A - Circuitos Electrónicos

Clase No. 20: Respuesta en Frecuencia de Circuitos Amplificadores (1)

Patricio Parada
pparada@ing.uchile.cl

Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

20 de Octubre de 2009

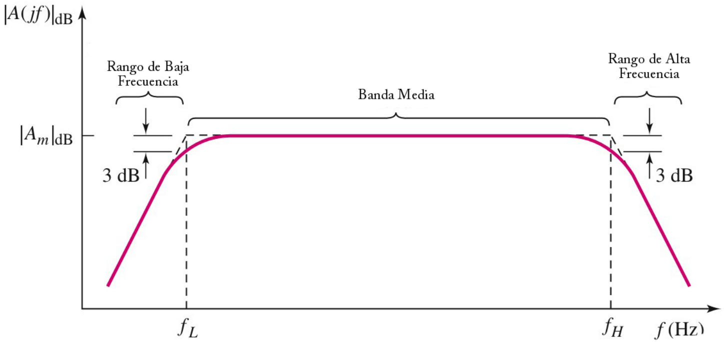
Contenidos

- En nuestro diseño de amplificadores hemos separado por completo el comportamiento DC del AC, al considerar la operación tipo circuito abierto o corto-circuito de los condensadores incorporados al circuito.
- Los modelos para pequeña señal tampoco incluyen efectos capacitivos.
- En este capítulo del curso veremos como incorporar esta dimensión al análisis y diseño de circuitos electrónicos.
- El concepto central que estudiaremos es que la **ganancia de amplificación**, y las impedancias de entrada y salida, de un circuito amplificador de señal dependen del contenido de frecuencias de la señal en cuestión.

- Nuestro análisis hasta el momento ha considerado la **banda media**, que es la banda de frecuencias donde los efectos capacitivos internos de los transistores y de los condensadores de acoplamiento y bypass son despreciables.
- Sin embargo, la respuesta en frecuencia de un circuito amplificador se parece más a la de un filtro pasabanda, y por ello quedará caracterizado por tres regiones de interés, separadas por 2 frecuencias de corte:
  - Rango de baja frecuencia: $f < f_L$,
  - Rango de frecuencia media: $f_L < f < f_H$,
  - Rango de alta frecuencia: $f_H < f$,

  donde f_L es la frecuencia de corte de baja frecuencia y f_H la de alta frecuencia.

Respuesta en Frecuencia de un Amplificador II



- En el rango de baja frecuencia, los condensadores de acoplamiento y bypass serán los responsables por una fuerte atenuación de la ganancia de voltaje.
- El efecto desaparece gradualmente a medida que aumenta la frecuencia.
- En el rango medio de frecuencias, los efectos capacitivos pueden ser despreciados por completo.
- Corresponde al análisis que hicimos en la unidad anterior.

- En el rango algo de frecuencias, las capacitancias parasitarias internas de los transistores (en el rango de 10^{-9} a 10^{-12} F se vuelven relevantes).
- A medida que aumenta la frecuencia se observa que las capacitancias internas hacen disminuir la ganancia de amplificación a medida que aumenta la frecuencia.
- El circuito completo opera como un filtro pasabajos en este rango de frecuencias.

- Las frecuencias de corte se definen como la frecuencia f^* para la cual la ganancia ha decaído en 3 dB, o a un $70\,\%$ de su valor máximo $(1/\sqrt{2})$.
- Las frecuencias f_L y f_H caracterizan el **ancho de banda** del circuito, que definimos como
$$B = |f_H - f_L|. \tag{1}$$
- Por ejemplo, el rango de frecuencias que puede distinguir el oído humano va desde los 20Hz hasta los 20 kHz, por lo tanto un buen amplificador de audio debe tener $f_L < 20$ Hz y $f_H > 20$ kHz).

- El hecho que podamos distinguir entre tres bandas de frecuencias nos lleva a utilizar circuitos equivalentes para cada una de las bandas.
- La ventaja es que sólo se incorporan los efectos de unos pocos condensadores en lugar de todos en forma simultánea.
- Además, simplifica la identificación de los polos de la función de transferencia, y por ello, nos da reglas simples de diseño.
- Esta separación se puede realizar porque estamos asumiendo que el circuito es lineal (en torno al punto de operación Q) y por ello podemos aplicar el **principio de superposición**.

- La respuesta en frecuencia de un circuito se determina mediante el cálculo de la función de transferencia

$$T(s) = A_v(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}. \tag{2}$$

donde s es una variable compleja, y $V_i(s)$ y $V_o(s)$ son las Transformadas de Laplace de las señales de voltaje $v_o(t)$ y $v_i(t)$, respectivamente.

- Recordar que

$$V(s) = \int_0^\infty e^{-st} v(t) dt$$

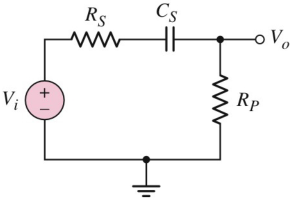
$$v(t) = \frac{1}{2\pi \jmath} \lim_{T \to \infty} \int_{\gamma - \jmath T}^{\gamma + \jmath T} e^{st} V(s) ds$$

donde $\gamma \in \mathbb{R}$ es tal que el contorno de integración siempre está en la región de convergencia de $V(s)$.

- En este curso estaremos interesados en funciones de transferencia del estilo
$$T(s) = K\frac{(s-z_1)(s-z_2)\dots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\dots(s-p_n)}$$
donde K es una constante, $z_1, \dots z_m$ son los **ceros** de la función de transferencia, y $p_1, \dots, p_n$ son sus **polos**.
- En general, la frecuencia compleja $s = \sigma + \jmath\omega$ se puede asimilar a una frecuencia con sentido físico ω evaluando sobre el eje imaginario.

- Consideremos el circuito RC de la figura. Corresponde a un filtro pasaaltos de primer orden.
- La función de transferencia es

$$T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R_P}{R_S + R_P + \dfrac{1}{sC_S}}$$



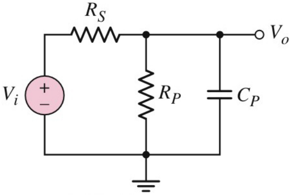
- Reordenando términos tenemos

$$\begin{aligned} T(s) &= \frac{R_P}{R_S + R_P} \frac{s(R_S + R_P)C_S}{1 + s(R_S + R_P)C_S} \\ &= K \frac{s\tau_S}{1 + s\tau_S} \end{aligned}$$

donde $\tau_S = (R_S + R_P)C_S$ es la **constante de tiempo** del circuito.

- Consideremos el circuito RC de la figura. Corresponde a un filtro pasabajos de primer orden.
- La función de transferencia es

$$T(s) = \frac{R_P}{R_S + R_P} \frac{1}{1 + s(R_S \parallel R_P)C_S}$$



- Realizando la misma asignación que en el circuito anterior tenemos que

$$T(s) = K \frac{1}{1 + s\tau_P}$$

donde $\tau_P = (R_S \parallel R_P)C_S$ es la **constante de tiempo** del circuito.

- El análisis que haremos en este curso lo haremos un condensador a la vez.
- Será suficiente con este tipo de circuitos de primer orden para determinar en forma aproximada la respuesta en frecuencia del amplificador.
- Utilizaremos **diagramas de Bode** para representar gráficamente la magnitud y fase de las funciones de transferencia.
- Consideremos el caso del circuito pasabajos. La respuesta en frecuencias es

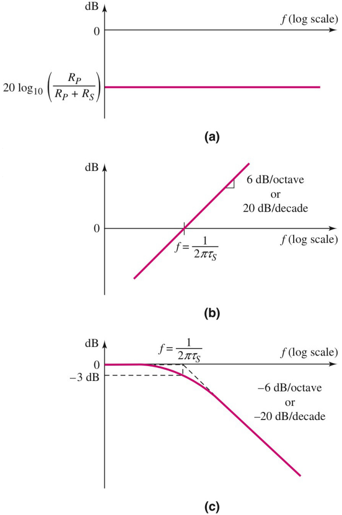
$$|T(f)| = \frac{R_P}{R_P + R_S} \frac{2\pi f \tau}{\sqrt{1 + (2\pi f \tau)^2}}.$$

Diagramas de Bode III

- En decibeles

$$|T(f)|_{\text{dB}} = 20\log_{10}\frac{R_P}{R_P+R_S}$$
$$+20\log_{10}(2\pi f\tau) - 10\log_{10}(1+(2\pi f\tau)^2$$

- Por lo tanto, para dibujar la respuesta total (en dB) basta con sumar estas tres funciones:
  - una constante,
  - una función que crece linealmente con $\log f$ (escala logarítmica), y
  - una función que decrece con $\log(f^2)$.



Diagramas de Bode IV

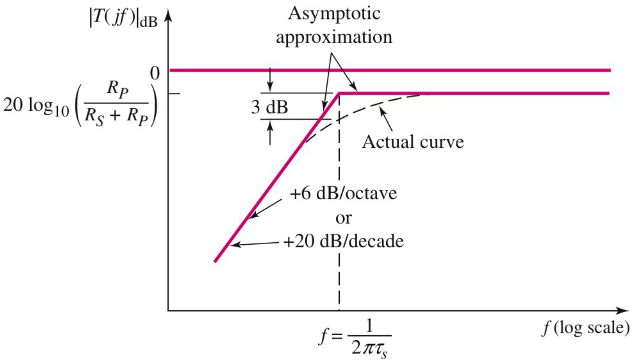
- Notamos que cuando $f = \dfrac{1}{2\pi\tau}$, el segundo término de la suma se hace 0.
- La pendiente de la curva es expresada en dB por octava o en dB's por década.
- Una octava corresponde a un rango de frecuencias comprendido entre f y $2f$.
- Esto es, la amplitud aumenta 6 dB's cada vez que la amplitud se duplica.
- Una década corresponde al rango comprendido entre f y $10f$.
- Por ello, la amplitud aumenta 20 dB's cada vez que la frecuencia aumenta en un orden de magnitud.

- La tercera componente de la suma

$$-10\log_{10}(1+(2\pi f\tau)^2)$$

  es una función que decrece con pendiente constante mientras $f<\dfrac{1}{2\pi\tau}$ y es cercana a 0 en caso contrario.
- Notamos inmediatamente que si la frecuencia $f=\dfrac{1}{2\pi\tau}$, la amplitud es $-3{,}01$ dB.
- Esta frecuencia caracteriza el corte entre ambos comportamientos y por ello recibe el nombre de frecuencia de corte.

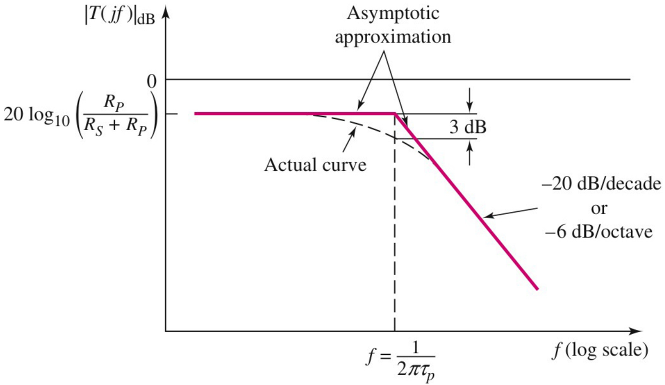
- El diagrama de Bode completo se construye superponiendo los tres gráficos:



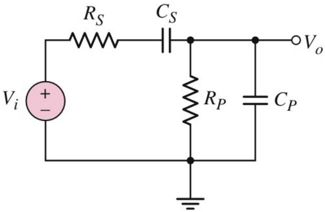
- La curva confirma nuestra presunción original:
  - Para frecuencias bajas, el condensador C_S presenta una impedancia grade, y por lo tanto, atenúa la amplitud con mayor intensidad.
  - Para frecuencias altas, el condensador C_S actúa como un cortocircuito, y el circuito completo se asemeja a un divisor de voltaje.
- El diagrama de Bode de la segunda configuración se puede derivar siguiendo el mismo procedimiento.
- La magnitud de la función de transferencia en dBs es

$$|T(f)|_{\mathsf{dB}} = 20\log_{10}\frac{R_P}{R_P + R_S} - 10\log_{10}(1 + (2\pi f\tau)^2). \qquad (3)$$

- El diagrama de Bode es



- En nuestro análisis de circuitos electrónicos amplificadores encontraremos frecuentemente el uso de varios condensadores para acoplar y "bypassear" elementos en el circuito.
- La pregunta que cabe realizarse es: existe una alternativa al método directo que simplifique el análisis de un circuito con más de un condensador?
- Consideremos por ejemplo



- La función de transferencia exacta del circuito es

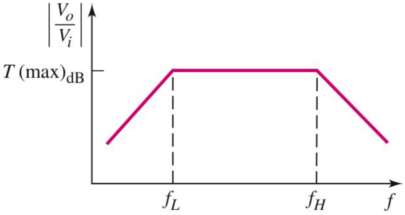
$$T(s) = \frac{R_P}{R_S + R_P} \frac{1}{1 + \frac{R_P}{R_P + R_S}\frac{C_P}{C_S} + \frac{1}{s\tau_S} + s\tau_P}. \tag{4}$$

  donde $\tau_S = (R_S + R_P)C_S$ y $\tau_P = (R_S \parallel R_P)C_P$.
- C_S hace las veces de condesador de acoplamiento de la fuente y C_P del de la carga.
- A baja frecuencia, la impedancia de C_P tiende a infinito, y por lo tanto, la constante de tiempo del circuito sería τ_S; por ello recibe el nombre de **constante de tiempo de circuito abierto**.
- A alta frecuencia, la impedancia de C_S tiende a cero, y por lo tanto, la constante de tiempo del circuito sería τ_P; por ello recibe el nombre de **constante de tiempo de cortocircuito**.

Circuito RC de Segundo Orden III

- Las constantes de tiempo del circuito definen dos frecuencias de corte:

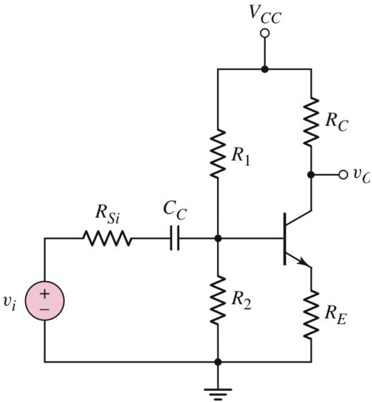
$$\text{frecuencia de corte inferior: } f_L = \frac{1}{2\pi\tau_S}$$
$$\text{frecuencia de corte superior: } f_H = \frac{1}{2\pi\tau_P}$$



- Vamos a considerar los efectos de tres tipos de condensadores: acoplamiento, acoplamiento de carga y bypass.
- El estudio tratara cada uno de ellos en forma separada.

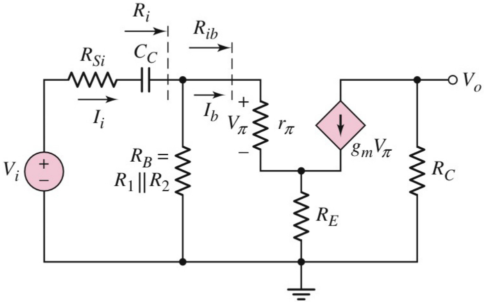
- Consideremos el circuito de emisor común de la figura.
- El circuito incluye un condensador de acoplamiento C_C.
- Por simplicidad vamos a fijar $r_o = \infty$ ya que en general, el término

$$R_C \parallel r_o \approx R_C.$$



Condesador de Acoplamiento II

El circuito equivalente para pequeña señal es:



- Nos damos cuenta inmediatamente que el circuito actua como filtro pasaltos.
- La corriente de entrada es

$$I_i = \frac{V_i}{R_{Si} + \dfrac{1}{sC_C} + R_i}$$

donde $R_i = R_B \parallel R_{ib}$, y la resistencia $R_{ib} = r_\pi + (1+\beta)R_B$.

- En el nodo B tenemos el siguiente divisor de corrientes:

$$I_b = \frac{V_\pi}{r_\pi} = \frac{R_B}{R_B + R_{ib}} I_i.$$

- Similarmente, en el nodo C se tiene

$$\frac{V_o}{R_C} = -g_m V_\pi.$$

- Reordenando términos tenemos:

$$A_v(s) = -g_m r_\pi R_C \frac{R_B}{R_B + R_{ib}} \frac{1}{R_{Si} + \frac{1}{sC_C} + R_i}. \tag{5}$$

- Podemos manipular la expresión aun más

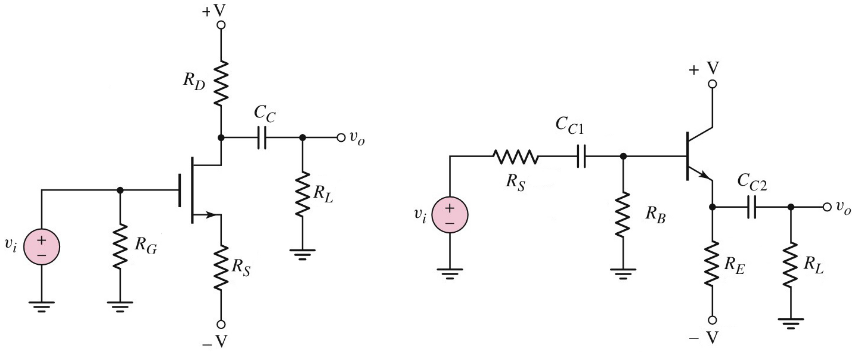
$$
\begin{aligned}
A_v(s) &= -g_m r_\pi R_C \frac{R_B}{R_B + R_{ib}} \frac{sC_C}{sC_C R_{Si} + 1 + sC_C R_i} \\
&= -\frac{g_m r_\pi R_C}{R_i + R_{Si}} \frac{R_B}{R_B + R_{ib}} \frac{(R_i + R_{Si})sC_C}{1 + s(R_i + R_{Si})C_C} \\
&= -\frac{g_m r_\pi R_C}{R_i + R_{Si}} \frac{R_B}{R_B + R_{ib}} \frac{s\tau_S}{1 + s\tau_S}.
\end{aligned}
$$

- La frecuencia de corte del circuito es $f^* = \dfrac{1}{2\pi(R_i + R_{Si})C_C}$, y la ganacia de voltaje de banda media es

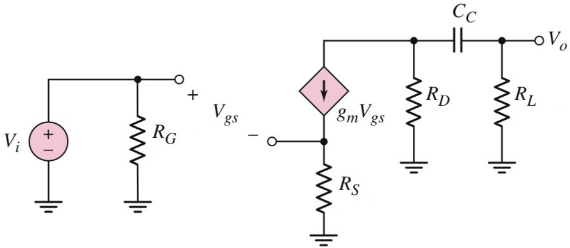
$$
|A_v(f)|_{\mathsf{MB}} = 20\log_{10}\left(\frac{g_m r_\pi R_C}{R_i + R_{Si}} \frac{R_B}{R_B + R_{ib}}\right).
$$

- En circuitos con un solo condensador, es directo determinar si el circuito es pasabajos o pasaaltos.
- Una vez resulto esto, se puede determinar la frecuencia de corte y la ganancia de banda media identificando los parámetros del circuito con la red RC correspondiente.
- Esta técnica entrega buenos resultados cuando los polos son reales.

- Los condesadores de acoplamiento tambien se conectan a la salida del circuito.
- Consideremos los ejemplos:



- En el caso del amplificador de fuente común, el circuito equivalente para señal pequeña es



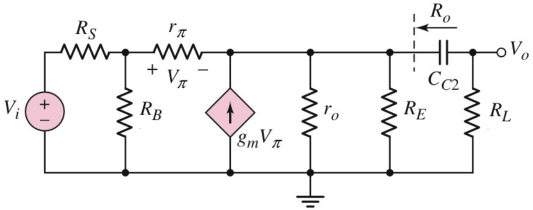
- Este es un filtro pasaaltos con ganancia de banda media

$$|A_{\mathsf{MB}}| = \frac{g_m R_D \parallel R_D}{1 + g_m R_S}.$$

- La frecuencia de corte la determinamos calculando la resistencia que "ve" el condensador.
- En este caso su valor es $R_C + R_L$ y la constante de tiempo del circuito es

$$\tau_S = (R_D + R_S)C_C. \tag{6}$$

- En el caso del condensador de acoplamiento a la salida del seguidor de emisor de la figura, tenemos el siguiente circuito equivalente:



- La constante de tiempo del circuito es

$$\tau_S = (R_o + R_L)C_{C2} \tag{7}$$

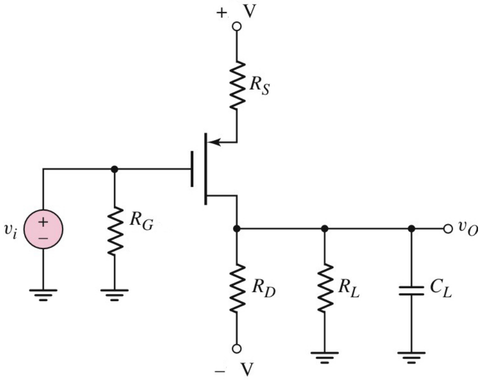
donde $R_o = R_E \parallel r_o \parallel \dfrac{r_\pi + R_E \parallel R_B}{1+\beta}$.

- La ganancia de banda media la calculamos en el capítulo anterior y es

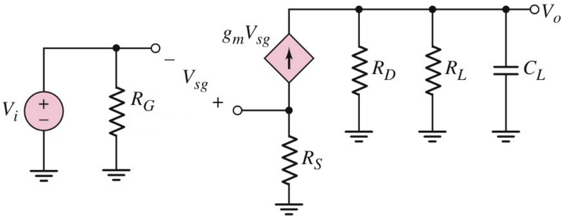
$$|A_{\mathsf{MB}}| = \frac{R_i}{R_i + R_S}\frac{r_o \parallel R_E \parallel R_L}{r_o \parallel R_E \parallel R_L + r_e}. \tag{8}$$

Capacitancias de Carga I

- En general, la salida de una amplificador se conecta a la carga o a la entrada de otro amplificador.
- El modelo general de carga es una resistencia en paralelo con un condensador.
- Éstas también reflejan capacitancias parasitarias entre la línea y tierra.



- El circuito equivalente para señal pequeña es



- Podemos asimilar este circuito al filtro pasabajos que vimos al comienzo de la clase.
- La constante de tiempo es

$$\tau_P = (R_o \parallel R_L)C_L \tag{9}$$

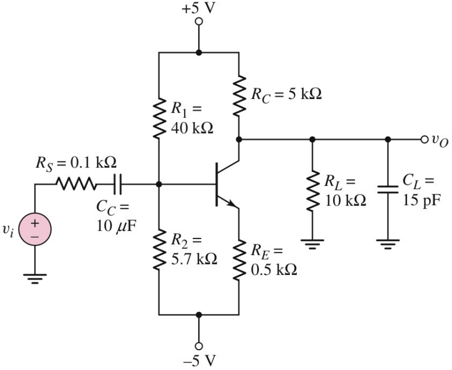
- En este circuito la resistencia de salida es $R_o = R_D$, por lo que

$$\tau_P = (R_D \parallel R_L) C_L$$

- La ganancia de banda media es

$$|A_{\mathsf{MB}}| = \frac{g_m R_D \parallel R_L}{1 + g_m R_S}.$$

- En general, los circuitos amplificadores incorporan capacitancias de acoplamiento y de carga.
- Si los valores de las constantes difieren por varios órdenes de magnitud, podemos componer el efecto total multiplicando los efectos individuales.
- Consideremos por ejemplo



- La frecuencia de corte inferior se asocia a la constante de tiempo de circuito abierto, es decir,

$$\tau_S = (R_S + (R_1 \parallel R_2 \parallel R_i)C_C$$

con $R_i = r_\pi + (1+\beta)R_E$.

- Similarmente, la frecuencia de corte inferior se asocia a la constante de tiempo de cortocircuito, es decir,

$$\tau_P = (R_C \parallel R_L)C_L.$$

- Dado los valores involucrados en el ejemplo, las frecuencias de corte estarán separadas, y el valor máximo de la ganancia será

$$|A_{\mathsf{MB}}| = g_m r_\pi (R_C \parallel R_L) \frac{R_1 \parallel R_2}{R_1 \parallel R_2 + R_i} \frac{1}{R_S + (R_1 \parallel R_2 \parallel R_i)}.$$