EL42A - Circuitos Electrónicos

Clase No. 14: Circuitos Amplificadores Lineales (2)

Patricio Parada
pparada@ing.uchile.cl

Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

24 de Septiembre de 2009

Contenidos

Modelo Híbrido-π

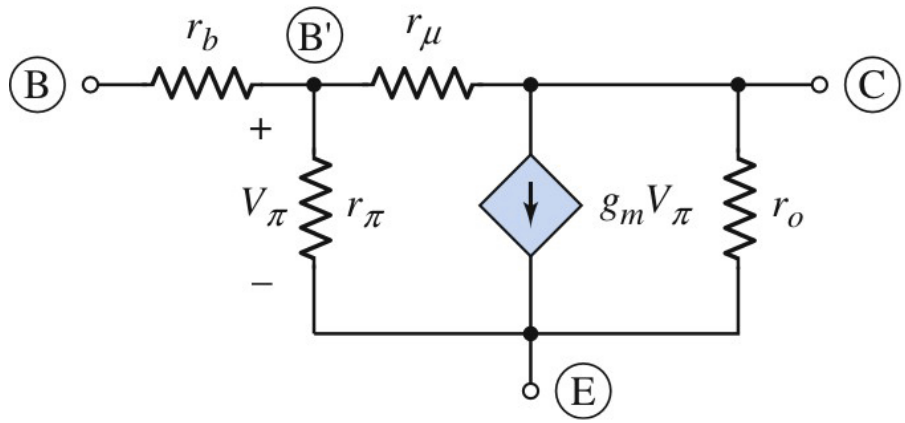
Modelo de Parámetros h

Amplificadores MOSFET

Amplificadores JFET

Modelo Híbrido-π Extendido VI

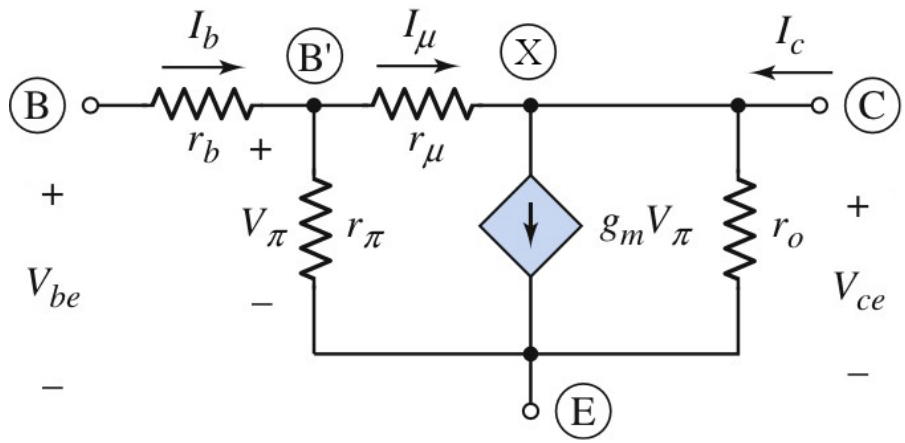
- El modelo híbrido-π puede ser extendido aun más para incorporar dos resistencias adicionales: r_b y r_μ.



- r_b modela la resistencia existente entre el terminal de base B y un terminal idealizado B' interno a la región de base.
- $r_b \sim 10'$s Ω y es mucho menor que r_π. En frecuencias bajas puede ser despreciado pero para alta frecuencia su efecto es relevante.

Modelo Híbrido-π Extendido VII

- r_μ es la resistencia de difusión de la juntura base-colector (la cual está inversamente polarizada en el modo activo).
- Usualmente $r_\mu \sim 10'$s MΩ y puede ser despreciada. Sin embargo, provee de realimentación que puede ayudar a estabilizar la corriente.
- La relación de voltaje y corriente entre V_{be} y V_{ce} es un tanto más trabajosa de obtener en este caso.



Modelo Híbrido-π Extendido VIII

- Plantearemos ecuaciones de corriente en dos puntos:

$$\text{Nodo (B')} : I_b = I_\mu + \frac{V_\pi}{r_\pi} \tag{1a}$$

$$\text{Nodo (X)} : I_\mu = g_m V_\pi + \frac{V_{ce}}{r_o}. \tag{1b}$$

- Ecuaciones de voltaje

$$\text{Loop (1)} : V_{be} = I_b r_b + V_\pi \tag{2a}$$

$$\text{Loop (2)} : V_\pi = I_\mu r_\mu + V_{ce}. \tag{2b}$$

Modelo Híbrido-π Extendido IX

- Luego obtenemos

$$V_{ce} = \frac{1 - g_m r_\mu}{1 + r_\mu / r_o} V_\pi \tag{3}$$

y

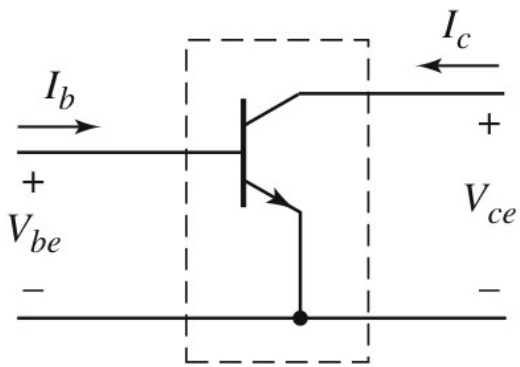
$$V_\pi = \frac{V_{be} - \frac{r_b}{r_o} V_{ce}}{1 + \frac{r_b}{r_\pi} + g_m r_b} \tag{4}$$

- Finalmente

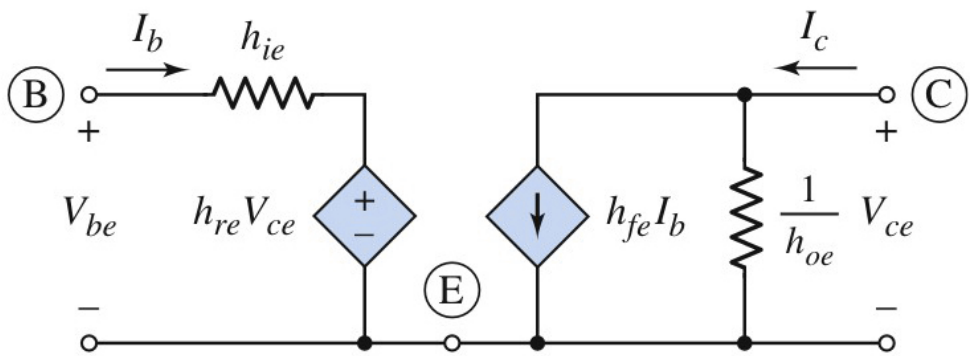
$$V_{ce} = \left[\frac{1 - g_m r_\mu}{(1 + r_\mu / r_o)(1 + r_b / r_\pi + g_m r_b)} \right] \times \left[1 + \frac{(1 - g_m r_\mu) r_b / r_o}{(1 + r_\mu / r_o)(1 + r_b / r_\pi + g_m r_b)} \right]^{-1} V_{be} \tag{5}$$

Modelo de Parámetros h I

- El modelo de parámetros h es un modelo equivalente para señales pequeñas que relaciona las corrientes y voltajes de una red de dos puertas.
- Consideremos una conexión de emisor común:



(a)



(b)

Modelo de Parámetros h II

- Podemos plantear las siguientes ecuaciones:

$$V_{be} = h_{ie} I_b + h_{re} V_{ce} \tag{6a}$$
$$I_c = h_{fe} I_b + h_{oe} V_{ce}. \tag{6b}$$

  Los subíndices indican lo siguiente: i por *input*, o por *output*, r por *reverse* y f por *forward*.
- Este modelo circuital representa el mismo dispositivo que el modelo híbrido-π, por lo que uno puede determinar relaciones entre los dos conjuntos de parámetros.
- Recordemos que por definición

$$h_{ie} = \left. \frac{V_{be}}{I_b} \right|_{V_{ce}=0}$$

  Luego

$$h_{ie} = r_b + r_\mu \parallel r_\pi. \tag{7}$$

Modelo de Parámetros h III

- Notemos que para $V_{ce} = 0$ tenemos

$$I_c = h_{fe} I_b$$

- Luego,

$$h_{fe} = \left. \frac{I_c}{I_b} \right|_{V_{ce}=0} \tag{8}$$

- En este caso, tenemos que

$$I_c = g_m V_\pi$$

y

$$V_\pi = \frac{r_\pi \parallel r_\mu}{r_b + r_\pi \parallel r_\mu} V_{be}. \tag{9}$$

Modelo de Parámetros h IV

- En consecuencia,

$$I_c = g_m r_\pi \parallel r_\mu I_b. \tag{10}$$

donde hemos usado el hecho que para $V_{ce} = 0$,

$$I_b = \frac{V_{be}}{h_{ie}}.$$

- Para transistores reales r_μ es muy grande, por lo que $r_\pi \approx r_\pi \parallel r_\mu$.
- Finalmente:

$$I_c = g_m r_\pi I_b = \beta I_b. \tag{11}$$

Por lo tanto, h_{fe} β son esencialmente iguales.

- Para determinar los dos parámetros restantes debemos fijar $I_b = 0$. Esto es

$$h_{re} = \left.\frac{V_{be}}{V_{ce}}\right|_{I_b=0}; \qquad h_{oe} = \left.\frac{I_c}{V_{ce}}\right|_{I_b=0} \tag{12}$$

- El primer parámetro recibe el nombre de la **razón de realimentación del voltaje**.
- Para calcularla, abrimos el terminal en la base, de modo que $I_b = 0$ y alimentamos el circuito mediante una fuente de voltaje V_{ce} entre colector y emisor.
- Obtenemos:

$$h_{re} = \left.\frac{V_{be}}{V_{ce}}\right|_{I_b=0} = \frac{V_\pi}{V_{ce}}.$$

- Pero $V_\pi = \dfrac{r_\pi}{r_\pi + r_\mu} V_{ce}$.

- Reemplazando

$$h_{re} = \frac{r_\pi}{r_\pi + r_\mu} \tag{13}$$

- Usualmente, $r_\mu \approx \text{M}\Omega$ y $r_\pi \approx \text{k}\Omega$, por lo que podemos aproximar

$$h_{re} = \frac{r_\pi}{r_\mu}$$

- Esto implica que $h_{re} \approx 10^{-3}$ o menor, por lo que puede despreciar.
- Para calcular h_{oe}, que llamaremos la admitancia de salida de señal pequeña, utilizamos el mismo circuito de prueba.

- Notamos que

$$I_c = \frac{V_{ce}}{r_o} + g_m V_\pi + \frac{V_{ce}}{r_\pi + r_\mu}. \tag{14}$$

- Agrupando y recordando que tenemos una expresión para V_π obtenemos:

$$\begin{aligned} I_c &= V_{ce}\left[\frac{1}{r_o} + \frac{\overbrace{g_m r_\pi}^{\beta}}{r_\pi + r_\mu} + \frac{1}{r_\pi + r_\mu}\right] \\ &= V_{ce}\left[\frac{1}{r_o} + \frac{1+\beta}{r_\pi + r_\mu}\right]. \end{aligned}$$

- Si asumimos nuevamente que $r_\mu >> r_\pi$ entonces

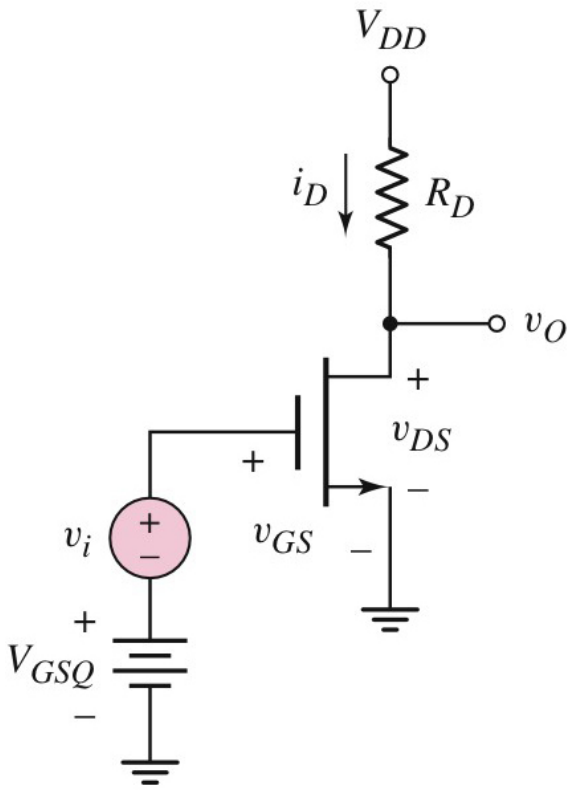
$$h_{oe} \approx \frac{1}{r_o} + \frac{1+\beta}{r_\mu}. \tag{15}$$

- Por lo tanto, $h_{oe} \to 1/r_o$ a medida que $r_\mu \to \infty$.

Amplificadores FET

- En esta sección vamos a considerar la operación de dispositivos FET como núcleo de un amplificador lineal.
- Al igual que en el caso de amplificadores bipolares, haremos nuestro análisis utilizando una configuración de fuente común (el equivalente a la de emisor común) y nos concentraremos en la respuesta de pequeña señal.
- Nuestra presentación se concentrará en amplificadores MOSFET y JFET.

- Consideremos el circuito de fuente común de la figura



- Notemos que en este caso tenemos

$$i_D = \frac{1}{2} k'_n \frac{W}{L} (v_{GS} - V_t)^2.$$

- Si $v_{GS} = V_{GSQ} + \Delta v_{GS}$ entonces

$$i_D = \frac{1}{2} k'_n \frac{W}{L} \left[(V_{GSQ} - V_t)^2 + 2(V_{GSQ} - V_t)\Delta v_{GS} + (\Delta v_{GS})^2 \right] \quad (16)$$

- El primer término corresponde a I_{DQ}. Luego

$$i_D = I_{DQ} + \frac{1}{2} k'_n \frac{W}{L} \left[2(V_{GSQ} - V_t)\Delta v_{GS} + (\Delta v_{GS})^2 \right]$$

- Luego, la variación en la corriente de drenaje es

$$\Delta i_D = \frac{1}{2} k_n' \frac{W}{L} \left[2(V_{GSQ} - V_t)\Delta v_{GS} + (\Delta v_{GS})^2 \right]$$

- Notamos que si Δv_{GS} es pequeño podemos despreciar el segundo término.
- En este caso podemos imponer que

$$|\Delta v_{GS}| < \frac{2(V_{GSQ} - V_t)}{100} \tag{17}$$

para garantizar que la variación de señal pequeña no supere el $1\,\%$ del término de primer orden.

- En este caso, tendremos que

$$\Delta i_D = k'_n \frac{W}{L} \left[(V_{GSQ} - V_t) \Delta v_{GS} \right] \tag{18}$$

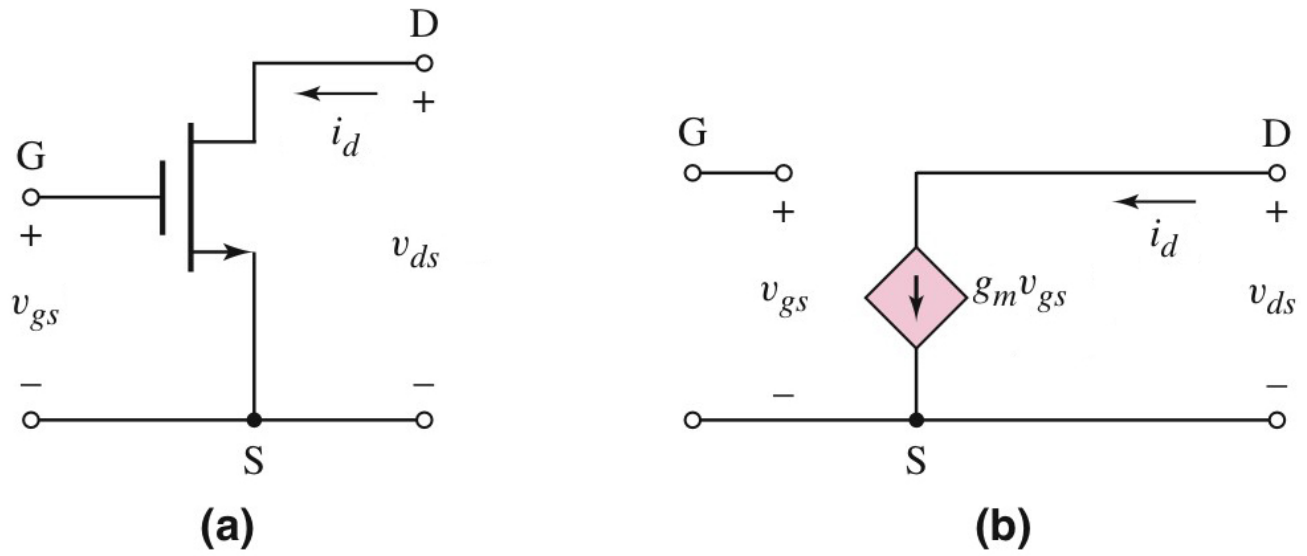
y por lo tanto, el dispositivo se comporta como una resistencia de valor $1/g_m$, donde

$$g_m = k_n \frac{W}{L} (V_{GSQ} - V_t) \tag{19a}$$

$$= \sqrt{2k'_n \frac{W}{L} I_{DQ}}. \tag{19b}$$

Modelo para Pequeña Señal para un MOSFET

- Ahora estamos en condiciones de presentar el modelo para pequeña señal para un MOSFET:



- Al igual que en el caso de un BJT, podemos incorporar la impedancia finita r_o producto del efecto Early:

$$i_D = \frac{1}{2} k'_n \frac{W}{L} (v_{GS} - V_t)^2 \big(1 + \lambda v_{DS}\big).$$

- Luego

$$\frac{1}{r_o} = \left.\frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}}\right|_{v_{GS}=V_{GSQ}} \tag{20}$$

lo que significa que

$$r_o \approx \frac{V_A}{I_{DQ}},$$

donde V_A denota el voltaje de Early.

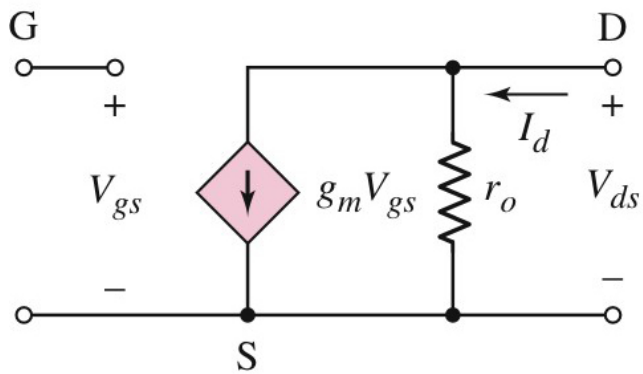


Figura: Amplificador MOSFET Fuente Común

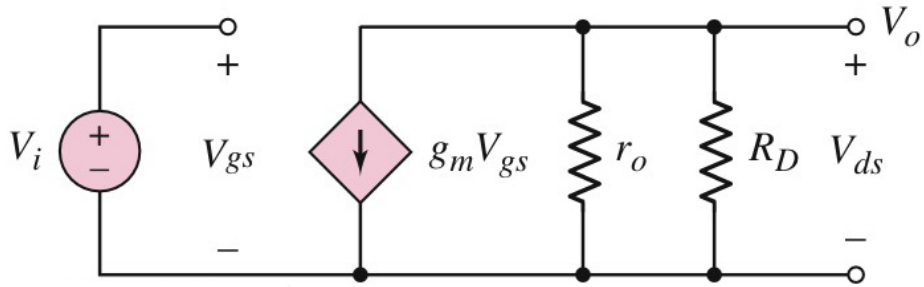
Procedimiento para Análisis AC

Aplicamos el principio de superposición considerando que el amplificador es lineal.

1. **Análisis DC**. Abrir las fuentes de corriente y cortocircuitar las fuentes de voltaje dependientes del tiempo.
   Como $Z_C \to \infty$ y $Z_L \to 0$ para $\omega = 0$, los condensadores puedes considerarse circuitos abiertos y las inductancias, cortocircuitos.
   Determinar el punto de operación a partir del circuito resultante.
2. **Análisis AC**.
   - Abrir las fuentes de corriente y cortocircuitar las fuentes de voltaje constantes.
   - Reemplazar cada transistor por su equivalente para pequeña señal.
   - Analizar el circuito resultante.

Ganancia de Voltaje de un Amplificador MOSFET

- Determinaremos la ganancia de voltaje de un circuito amplificador MOSFET siguiendo el procedimiento presentado en slide 21.
- Consideremos nuevamente el circuito de la figura 1.
- Reemplazando el transistor por su modelo para pequeña señal

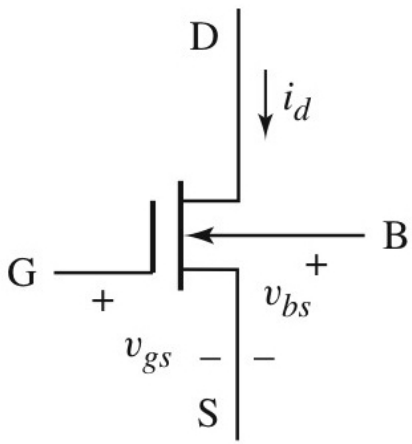


- La ganancia de voltaje es

$$A_v = -g_m(r_o \parallel R_D). \tag{21}$$

Incorporación del Efecto del Substrato I

- Aunque hemos tratado el MOSFET como un dispositivo de 3 terminales, tiene un cuarto (B) que conecta el substrato o cuerpo semiconductor sobre el cual se encuentra alojado el transistor.
- En los análisis que hemos realizado hasta el momento este terminal siempre ha estado conectado a la fuente (S). Sin embargo, si se desconectan se produce el un efecto que incrementa la circulación de corriente i_D.
- Este fenómeno recibe el nombre de efecto de substrato o *body effect*.



- Cómo se manifiesta este efecto? En la práctica alterna el voltaje umbral V_t con el voltaje v_{SB} a través de la siguiente relación:

$$V_t = V_{t0} + \gamma\left[\sqrt{2\phi_f + v_{SB}} - \sqrt{2\phi_f}\right]. \tag{22}$$

donde

$$\phi_f = \left|\frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right)\right| : \quad \text{Potencial de Fermi del Material}$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{2qN_a\epsilon_s}}{C_{ox}} : \quad \text{Coeficiente de Polarización de Cuerpo.}$$

n_i : Concentración de electrones libres a temperatura ambiente

N_a : Concentración de aceptores.

Incorporación del Efecto del Substrato III

- En caso de existir una componente de pequeña señal excitando los terminales S y B, v_{sb}, ésta tendrá un efecto en i_D.
- Definiremos la transconductancia cuerpo-compuerta, y que denotaremos por g_{mb}, como

$$g_{mb} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial v_{bs}} \right|_Q \tag{23}$$

- Aplicando la regla de la cadena:

$$g_{mb} = - \left. \frac{\partial i_D}{\partial V_t} \frac{\partial V_t}{\partial v_{sb}} \right|_Q$$

Incorporación del Efecto del Substrato IV

-

$$\left.\frac{\partial i_D}{\partial V_t}\right|_Q = -k'_n \frac{W}{L}(V_{GSQ} - V_{tQ}) = -g_m.$$

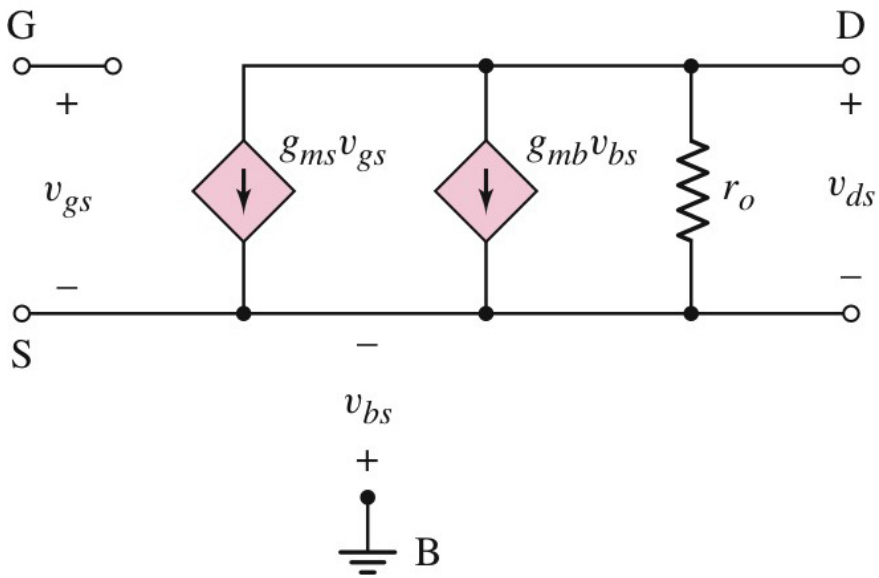
$$\left.\frac{\partial V_t}{\partial v_{sb}}\right|_Q = \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi_f + V_{SBQ}}} \doteq \eta.$$

- Por lo tanto,

$$g_{mb} = g_m \eta. \tag{24}$$

Incorporación del Efecto del Substrato V

- El modelo para pequeña señal del MOSFET, incluyendo el efecto del substrato es el siguiente



Modelo para Pequeña Señal para Amplificadores JFET I

- Consideremos el circuito en fuente común de la figura.

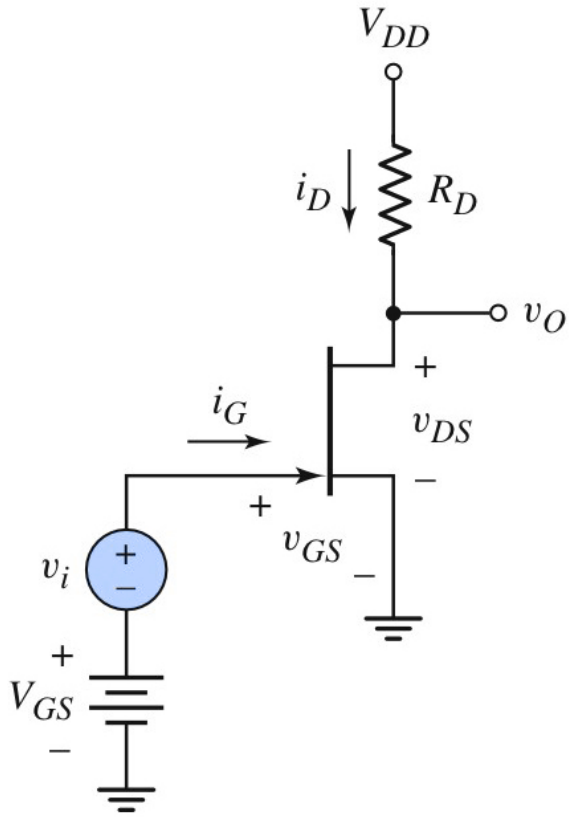


Figura: Amplificador JFET en fuente común

- Recordemos que el modo activo,

$$i_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{v_{GS}}{V_p}\right)^2 \tag{25}$$

- Consideremos que $v_{GS} = V_{GSQ} + \Delta v_{GS}$. Luego

$$\begin{aligned} i_D &= I_{DSS}\left(1 - \frac{V_{GSQ} + \Delta v_{GS}}{V_p}\right)^2 \\ &= I_{DSS}\left(1 - \frac{V_{GSQ}}{V_p} - \frac{\Delta v_{GS}}{V_p}\right)^2 \\ &= I_{DSS}\left(1 - \frac{V_{GSQ}}{V_p}\right)^2 - 2I_{DSS}\left(1 - \frac{V_{GSQ}}{V_p}\right)\frac{\Delta v_{GS}}{V_p} + I_{DSS}\left(\frac{\Delta v_{GS}}{V_p}\right)^2 \end{aligned}$$

- Si

$$2I_{DSS}\left(1-\frac{V_{GSQ}}{V_p}\right) >> \left|\frac{\Delta v_{GS}}{V_p}\right| \tag{26}$$

  podemos considerar que la relación es lineal y proponer nuestro modelo para señal pequeña.
- En este caso tendremos que

$$i_D = I_{DQ} - 2I_{DSS}\left(1-\frac{V_{GSQ}}{V_p}\right)\frac{\Delta v_{GS}}{V_p}$$

  por lo tanto

$$\Delta i_D = \frac{2I_{DSS}}{-V_p}\left(1-\frac{V_{GSQ}}{V_p}\right)\Delta v_{GS} \tag{27}$$

- Definimos la transconductancia g_m como

$$g_m \doteq \frac{2I_{DSS}}{|V_p|}\left(1 - \frac{V_{GSQ}}{V_p}\right) \tag{28}$$

- Notemos que también podemos obtener g_m a través de la definición

$$g_m = \left.\frac{\partial i_D}{\partial v_{GS}}\right|_{v_{GS}=V_{GSQ}}.$$

- Podemos incorporar el efecto Early, al igual que lo que hicimos con BJTs y MOSFETs, mediante una resistencia de salida r_o.
- Recordemos que

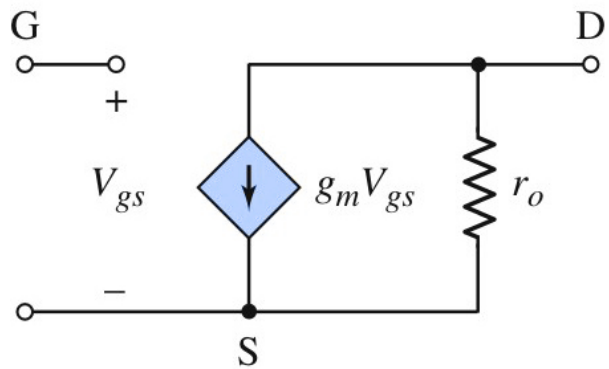
$$i_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{v_{GS}}{V_p}\right)^2(1 + \lambda v_{DS}).$$

Modelo para Pequeña Señal para Amplificadores JFET V

- Luego,

$$\frac{1}{r_o} = \left.\frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}}\right|_{v_{GS}=V_{GSQ}}$$

lo que implica

$$r_o = \left[\lambda I_{DSS}\left(1 - \frac{V_{GSQ}}{V_p}\right)^2\right]^{-1} = \frac{V_A}{I_{DQ}}. \tag{29}$$

- El circuito equivalente es