EL42A - Circuitos Electrónicos

Clase No. 24: Amplificadores Operacionales (1)

Patricio Parada

pparada@ing.uchile.cl

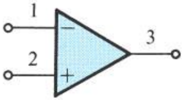
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

3 de Noviembre de 2009

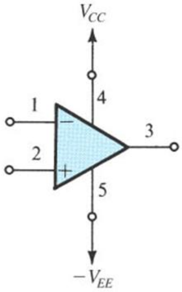
Contenidos

Amplificadores Operacionales
- Amplificadores Ideales y No Ideales
- Configuración Inversora
- Configuración No Inversora
- Amplificador Diferencial
- Respuesta en Frecuencia de OpAmps

- Desde un punto de vista de un procesador de señales, el OpAmp es un elemento que posee tres terminales: 1 y 2 de entrada, 3 de salida.



- En muchas ocasiones, se dibujan también los terminales de polarización (4 y 5):



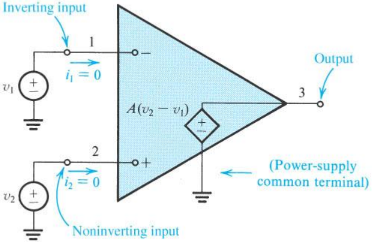
- Un OpAmp queda caracterizado por su **ganancia de circuito abierto**, A.
- El funcionamiento es el siguiente:

$$v_3 = A \cdot (v_2 - v_1)$$

  Es decir, el voltaje de salida corresponde a la diferencia entre los voltajes 2 y 1.
- El OpAmp ideal tiene una impedancia de entrada infinita, una impedancia de salida es nula y una ganancia de circuito abierto infinita..

OpAmp Ideales III

- El modelo circuital es el siguiente:



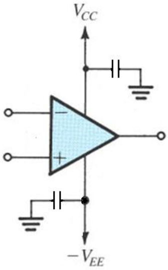
- Considerando que el OpAmp posee dos terminales de entrada, podemos determinar el voltaje de salida en función de dos nuevas señales:
  - Señal diferencial:
  $$v_{Id} = v_2 - v_1$$
  - Señal de modo común:
  $$v_{Icm} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)$$

OpAmp Ideales IV

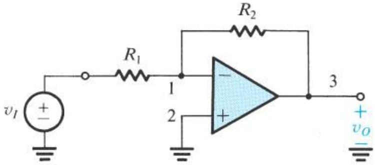
- Luego

$$\Rightarrow v_1 = v_{Icm} - \frac{1}{2}v_{Id}$$
$$\Rightarrow v_2 = v_{Icm} + \frac{1}{2}v_{Id}$$

- Dada la alta ganancia ideal del amplificador, las fluctuaciones de la fuente deben mantenerse al mínimo.
- Usualmente una solución es utilizar condensadores de acoplamiento que estabilicen los voltajes.



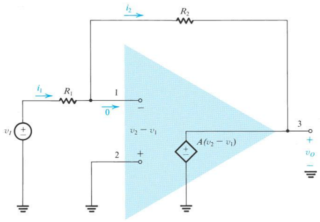
Configuración Inversora I



- El objetivo es calcular la ganancia de lazo cerrado, que denotaremos por "G":

$$G \equiv \frac{v_0}{v_I}$$

- Para hacer el cálculo, consideraremos el modelo equivalente



$$v_I = i_1 R_1 - v_1$$
$$v_1 = i_2 R_2 - v_o$$

Dado que

$$A(v_2 - v_1) = v_o$$
$$\Rightarrow v_2 - v_1 = \frac{v_0}{A}$$

- Dado que el OpAmp es ideal $A \to \infty \Rightarrow v_2 = v_1$.
- Luego

$$\Rightarrow v_1 = 0 \qquad \text{(tierra virtual)}$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{v_I - v_1}{R_1} = \frac{v_I}{R_1}$$

- Dado que la impedancia de entrada es 0, entonces

$$i_1 = i_2$$

$$\Rightarrow v_o = -R_2 i_2 = -R_2 i_1 = -\frac{R_2}{R_1} v_I$$

- Por lo tanto la ganancia de lazo cerrado es

$$G = -\frac{R_2}{R_1}$$

- El signo "-" implica un cambio de fase de 180° (o inversión), lo que implica el nombre de configuración inversora.

Configuración Inversora IV

- Consideremos ahora un OpAmp de ganancia de lazo abierto finita A.
- Recalcularemos la ganancia de lazo cerrado:

$$(v_2 - v_1) \cdot A = v_o \Rightarrow v_1 = -\frac{v_o}{A}$$

$$i_1 = \frac{v_I - v_1}{R_1} = \frac{v_I + v_o/A}{R_1}$$

- Por otro lado:

$$v_0 = -\frac{v_0}{A} - i_2 R_2 \Rightarrow \frac{v_o}{R_2}\left(1 + \frac{1}{A}\right) = i_2$$

- Asumimos impedancia de entrada infinita, lo que implica $i_1 = i_2$. Luego,

$$
\begin{aligned}
\frac{v_I}{R_1} + \frac{v_o}{AR_1} &= -\frac{v_o}{R_2} - \frac{v_o}{AR_2} \\
\Rightarrow \frac{v_I}{R_1} &= -\left[\frac{v_o}{R_2} + \frac{v_o}{A(R_1 \parallel R_2)}\right] \\
\Rightarrow \frac{v_I}{R_1} &= -\frac{v_o}{R_2 \parallel A(R_1 \parallel R_2)} \\
G(A) &= -\frac{R_2 \parallel A(R_1 \parallel R_2)}{R_1}
\end{aligned}
$$

- A medida que $A \to \infty$, $R_2 \parallel A(R_1 \parallel R_2) \to R_2$ y $G(A) \to -R_2/R_1$.

- Las resistencias de entrada y de salida se definen como sigue:
  - Resistencia de entrada:

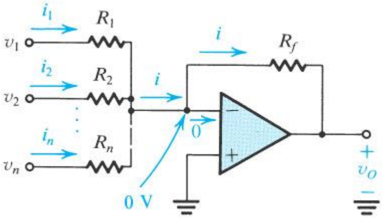
$$R_{\text{in}} = \left.\frac{v_I}{i_1}\right|_{i_L=0} = \frac{v_I}{\dfrac{v_I - v_1}{R_1}} = \frac{R_1}{\dfrac{G}{A} + 1}$$

  - Notamos que en el caso del OpAmp ideal, la impedancia de entrada es R_1.
  - La resistencia de salida del OpAmp se determina relajando el voltaje de entrada.
  - Luego, $i_1 = i_2 = 0$ y

$$R_{\text{out}} = r_o = 0$$

    donde r_o denota la resistencia de salida del OpAmp, la que es idealmente 0 en el caso ideal.

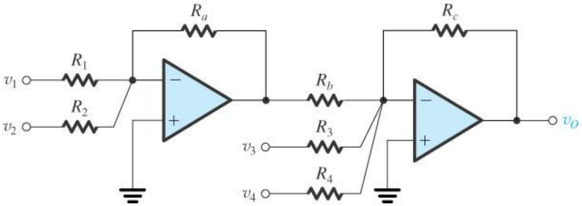
- Consideremos el siguiente circuito:



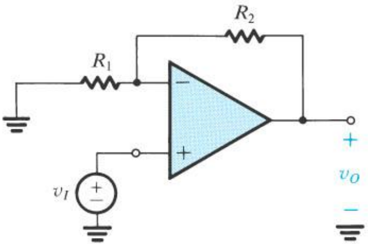
$$i = \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \ldots + \frac{v_n}{R_n}$$

$$v_o = -iR_f = -\frac{R_f}{R_1}v_1 - \frac{R_f}{R_2}v_2 - \ldots - \frac{R_f}{R_n}v_n$$

- Notemos que esta configuración permite sólo suma de términos del mismo signo ¿Cómo hacerlo para sumar de distinto signo?
- Podemos utilizar dos etapas en cascada, agrupando por signo, tal como se observa a continuación:



- En la configuración no inversora, la señal a amplificar se conecta al terminal positivo del opamp.
- Nos interesa determinar la ganancia de lazo cerrado, G para el circuito completo.

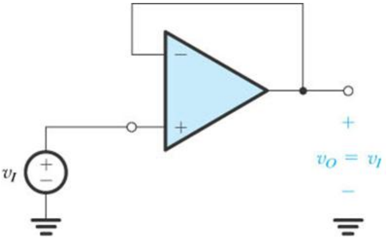


- Consideremos el caso ideal, es decir, $A = \infty$

$$
\begin{aligned}
v_{Id} = v_2 - v_1 = \frac{v_0}{A} \rightarrow 0 \\
\rightarrow v_2 \sim v_1 : \qquad \text{corto circuito virtual} \\
\Rightarrow -\frac{v_0 - v_1}{R_2} = \frac{v_0 - v_I}{R_2} = \frac{0 - v_1}{R_1} \\
\Rightarrow v_1 \frac{(R_1 + R_2)}{R_1} = v_0, \qquad v_1 = v_2 = v_I \\
\Rightarrow G = \frac{v_0}{v_I} = 1 + \frac{R_2}{R_1}
\end{aligned}
$$

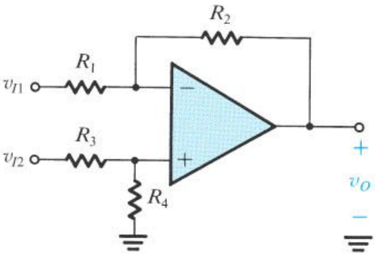
- El OpAmp puede ser utilizado también como un aislador de impedancia.

- Consideremos el circuito



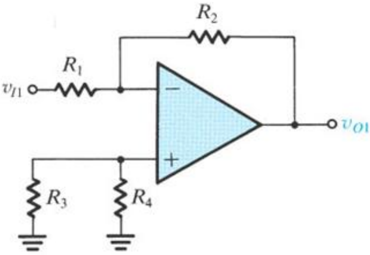
- Si fijamos $R_2 = 0$, tenemos que $G = 1 + \dfrac{R_2}{R_1} = 1$.
- La ganancia del circuito es 1, pero ella permite transformar impedancia o amplificar potencia.
- Este circuito recibe el nombre de seguidor de voltaje, y cumple la misma función que los amplificadores de señal basados en transistores (colector y drenado común).

- El OpAmp diferencial es un circuito que amplifica la diferencia de dos señales, pero lo hace con una ganancia arbitraria G:

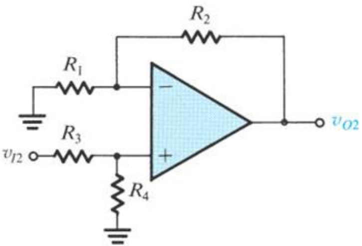


- En estricto rigor, el OpAmp es un amplificador diferencial.
- Sin embargo, esta configuración permite diseñar la ganancia de voltaje sólo fijando parámetros externos al amplificador.

- Consideremos el circuito OpAmp Diferencial antes mencionado.
- Vamos a determinar la constante de proporcionalidad entre v_o y la diferencia entre las señales v_{I1} y v_{I2}.
- Dado que el dispositivo opera como un amplificador lineal en el rango de alimentación, podemos aplicar el principio de superposición y determinar el comportamiento general a partir de los siguiente circuitos:



(a)



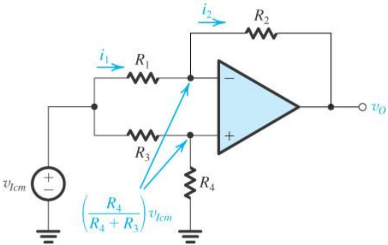
(b)

OpAmp Diferencial III

- La configuración (a) se parece a una configuración inversora, mientras que la configuración (b) a una no-inversora.
- Una manera usual de analizar el comportamiento de circuitos diferenciales es considerar las señales $v_{I\mathrm{cm}}$ y $v_{I\mathrm{d}}$ en lugar de estudiar las señales originales.
- Ello nos llevará a calcular dos cifras de mérito para el circuito:
  - La ganancia de modo común A_{mc}.
  - La ganancia diferencial A_{d}.
- El cuociente entre ambas cantidades será conocido como la razón de rechazo de modo común (RRMC).

$$\mathrm{RRMC} \equiv \frac{A_{\mathrm{d}}}{A_{\mathrm{mc}}}.$$

- Comenzaremos nuestro análisis determinando la ganancia de modo común:



- El voltaje en 1 y 2 son el mismo y su valor viene dado por el divisor de voltaje que ve el terminal no inversor:

$$v_2 = v_1 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_{Icm}$$

- Para i_1 tenemos:

$$
\begin{aligned}
i_1 R_1 &= -v_{Icm} + \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_{Icm} = -\frac{R_3}{R_3 + R_4} v_{Icm} \\
\Rightarrow v_0 &= i_2 R_2 - v_1 \\
&= \frac{R_2 R_3}{R_1(R_3 + R_4)} v_{Icm} + \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_{Icm} \\
&= \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 - \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_3}{R_4} \right) v_{Icm}
\end{aligned}
$$

- Luego

$$
A_{cm} \equiv \frac{v_0}{v_{Icm}} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 - \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_3}{R_4} \right)
$$

- Un buen OpAmp diferencial tiene una ganancia de modo común nula, por lo que obtenemos la siguiente condición de diseño:

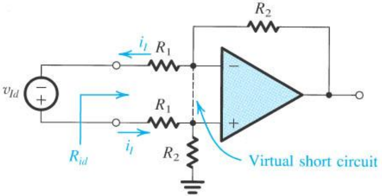
$$\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_3}{R_4} = 1$$

- Una selección típica de valores es

$$R_3 = R_1 \qquad \text{y} \qquad R_4 = R_2.$$

OpAmp Diferencial VII

- Consideremos el amplificador diferencial con $R_1 = R_3$ y $R_4 = R_2$



- La resistencia de entrada la definimos como:

$$R_{id} \equiv \frac{v_{Id}}{i_1}$$

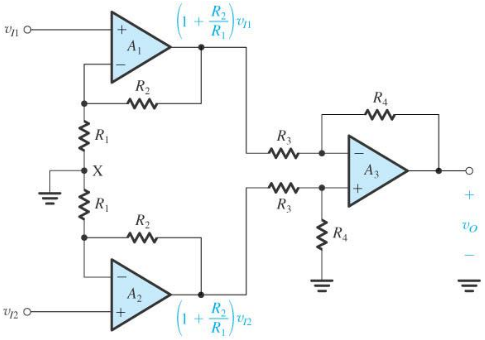
- La ecuación de loop formado por el corto circuito virtual es:

$$v_{Id} = R_1 i_1 + v_2 - v_1 + R_1 i_1$$

- Para $v_2 = v_1 \Rightarrow v_{Id} = 2R_1 i_1$

$$\Rightarrow R_{id} = 2R_1$$

- El amplificador de instrumentación es un circuito amplificador con una gran resistencia de entrada.
- Para ello utilizaremos un seguidor de voltaje por cada entrada del amplificador diferencial.
- El circuito es el siguiente:



- Notemos que A_1 y A_2 están conectados en la configuración no inversora y por lo tanto su ganancia de lazo cerrado es

$$G = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

- Este factor amplifica a ambas entradas v_{I1} y v_{I2}.
- Por otro lado, el amplificador diferencial provee una ganancia de R_4/R_3, por lo tanto

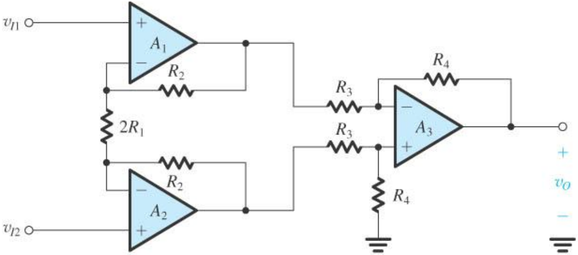
$$v_0 = \frac{R_4}{R_3}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)v_{Id}$$

Donde $v_{Id} = v_{I2} - v_{I1}$, lo que nos da una ganancia diferencial total

$$A_d = \left(\frac{R_4}{R_3}\right)\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

- La ganancia de modo común es cero ya que elegimos $R_3 = R_1$ y $R_2 = R_4$.

- Una modificación sobre el circuito original es la siguiente:



Amplificador de Instrumentación IV

- Tenemos que

$$v_{02} - v_{01} = \left(1 + \frac{2R_2}{2R_1}\right) v_{Id}$$

$$v_0 = \frac{R_4}{R_3}(v_{02} - v_{01}) = \frac{R_4}{R_3}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_{Id}$$

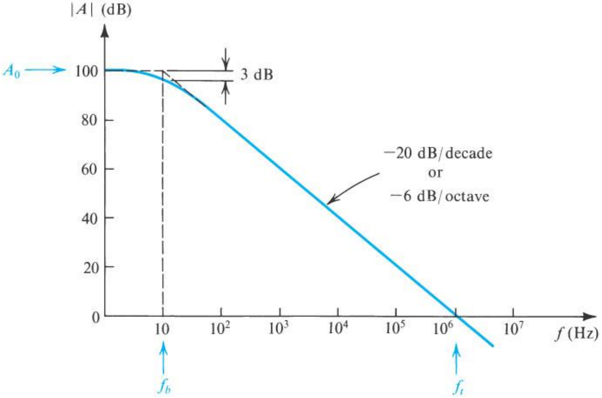
$$A_d \equiv \frac{v_0}{v_{Id}} = \frac{R_4}{R_3}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

- Podemos reemplazar R_2 por $R_2 + R_2'$ y obtener

$$A_d = \frac{R_4}{R_3}\left(1 + \frac{R_2 + R_2'}{2R_1}\right)$$

- Un OpAmp no ideal tiene, en general, una respuesta tipo pasabajos, dada su capacidad para amplificar señales DC.
- La respuesta en frecuencia de la ganancia de lazo abierto queda caracterizada por tres términos:
  - La ganancia de lazo abierto máxima A_0
  - La frecuencia de corte (3 dB) f_b
  - La frecuencia de ganancia unitaria f_t.

Respuesta en Frecuencia de OpAmps de la Ganancia de Lazo Abierto II



- La respuesta en frecuencia de la ganancia de lazo abierto del OpAmp es:

$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\omega/\omega_b}$$

donde $\omega_b = 2\pi f_b$, denota la frecuencia a la que se ha producido una caída de 3 dB.

- Para frecuencias mayores, es usual que utilicemos la aproximación ($\omega >> \omega_b$):

$$A(j\omega) \cong \frac{A_0\omega_b}{j\omega}$$

$$\Rightarrow |A(j\omega)| = \frac{A_0\omega_b}{\omega}$$

- Luego, podemos calcular la frecuencia a la cual $|A(j\omega)| = 1 \Leftrightarrow \omega_t = A_0\omega_b$.

$$\Rightarrow |A_(j\omega)| = \frac{\omega_t}{\omega}$$

- ω_t define el ancho de banda de ganancia unitaria, y es una cifra de mérito que permite comparar la calidad de distintos anplificadores operacionales.
- Esta cantidad cumple el mismo rol que habíamos determinado en circuitos amplificadores de señal en el capítulo anterior.

- Consideremos la configuración inversora de amplificación.
- La ganancia de lazo cerrado es

$$G(A) = \frac{-R_2/R_1}{1 + (1 + R_2/R_1)/A}$$

- Pero $A(j\omega) = \dfrac{A_0}{1 + j\omega/\omega_b}$. Luego

$$\begin{aligned}\Rightarrow G(j\omega) &= \frac{-R_2/R_1}{1 + \dfrac{(1 + R_2/R_1)}{A_0}\left(1 + \dfrac{j\omega}{\omega_b}\right)} \\ &= \frac{-R_2/R_1}{1 + \dfrac{1 + R_2/R_1}{A_0} + j\dfrac{A + R_2/R_1}{A_0}\dfrac{\omega}{\omega_b}}\end{aligned}$$

- Es decir,

$$G(j\omega) = \frac{-R_2/R_1}{1 + \frac{1 + R_2/R_1}{A_0} + j\frac{1 + R_2/R_1}{\omega_t} \cdot \omega}$$

- Usualmente tenemos que $A_0 >> 1 + \frac{R_2}{R_1}$, por lo que podemos aproximar

$$G(j\omega) \cong -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

donde $\omega_0 = \frac{\omega_t}{1 + R_2/R_1}$.

- La ganancia de lazo cerrado de la configuración no inversora es

$$G(A) = \frac{1 + R_2/R_1}{1 + \dfrac{1 + R_2/R_1}{A}}$$

- Utilizando el mismo procedimiento que usamos para la conf. inversora, obtenemos:

$$G(j\omega) = \frac{1 + R_2/R_1}{1 + j\omega/\omega_0}$$

Con $\omega_0 = \dfrac{\omega_t}{1 + R_2/R_1}$.

Diseño Amplificador de Audio

Diseñe un circuito amplificador que permita acoplar un micrófono a un parlante. En este caso, modelarmos la carga como si fuera una resistencia, y asumiremos que su respuesta en frecuencia es constante.
El micrófono genera un voltaje máximo de 50 mV y tiene una impedancia de 10 kΩ. El parlante es modelado como una carga resistiva de 2 kΩ, y debe tener un voltaje peak de 10 V.
El diseño requiere que el amplificador tenga un ancho de banda de 40 kHz.
Asuma que dispone de un OpAmp con un ancho de banda de ganancia unitaria, $f_t = 3$ GHz.
Además, calcule el ancho de banda del diseño final.

Solución I

- Vamos a ver si podemos resolver los requerimientos pedidos con una sola etapa de amplificación.
- Utilizaremos la configuración no inversora, de modo de evitar problemas de cambios de fase en la señal original.
- Sabemos que la ganancia del amplificador es

$$G(j\omega) = \frac{1 + R_2/R_1}{1 + j\omega/\omega_0}$$

donde $\omega_0 = \dfrac{\omega_t}{1 + \dfrac{R_2}{R_1}}$.

Solución II

- La ganancia que queremos lograr es

$$G_0 \equiv \frac{v_{0peak}}{v_{ipeak}} = \frac{10V}{0{,}05[V]} = 200 = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

- Por otro lado, esto nos dará un ancho de banda

$$f_0 = \frac{f_t}{1 + R_2/R_1} = \frac{3 * 10^6}{200} = 15[kHz]$$

que no es suficiente para nuestros requerimientos.

Solución III

- Notemos que si queremos

$$
\begin{aligned}
f_0 &= 40[kHz] \\
\Rightarrow f_0 &= \frac{3 * 10^6}{1 + R_2/R_1} = 40 * 10^4 \\
\Rightarrow \frac{300}{4} &= 1 + \frac{R_2}{R_1} \\
75 &= 1 + \frac{R_2}{R_1} \\
\Rightarrow R_2/R_1 &= 74.
\end{aligned}
$$

- Debemos agregar una segunda etapa de amplificación.

Solución IV

- Otra opción: debemos llegar a una ganancia nominal 200, por lo que podríamos asumir que la primera etapa tiene una ganancia de 10 y la segunda de 20.

$$\Rightarrow 1+\frac{R_{21}}{R_{11}}=10 \qquad \text{y} \qquad 1+\frac{R_{22}}{R_{12}}=20$$
$$\Rightarrow \frac{R_{21}}{R_{11}}=9 \qquad \text{y} \qquad \frac{R_{22}}{R_{12}}=19.$$

- Elegimos $R_{11}=R_{12}=2$ kΩ y $R_{21}=18$ kΩ y $R_{22}=38$ kΩ].
- Esto nos da el ancho de banda de cada etapa:

$$f_{L1}=\frac{f_t}{1+\frac{R_{21}}{R_{11}}}=\frac{3*10^6}{10}=300 \text{ kHz}.$$

Solución V

- $$f_{L2} = \frac{f_t}{1 + \dfrac{R_{22}}{R_{12}}} = \frac{3 * 10^6}{20} = 150 \text{ kHz}$$

- La ganancia final es

$$G(j\omega) = \frac{10}{1 + jf/3 * 10^5} \times \frac{20}{1 + jf/1,5 * 10^5}$$

- La frecuencia de corte la encontramos cuando $|G(j\omega)| = \dfrac{200}{\sqrt{2}}$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow |G(jf_0)|^2 &= \frac{200^2}{2} \\ &= \frac{200^2}{\left(1 + \dfrac{f_0^2}{(3 * 10^5)^2}\right)\left(1 + \dfrac{f_0^2}{(1,5 * 10)^5}\right)} \end{aligned}$$

- Luego,

$$\Rightarrow \left(1+\frac{f_0^2}{9*10^{10}}\right)\cdot\left(1+\frac{f_0^2}{2,25*10^{10}}\right)=2$$

$$\Rightarrow f_0 = 126 \text{ kHz.}$$

- Notamos en este ejemplo que el diseño de un amplificador involucra un compromiso entre ganancia y ancho de banda que no siempre se puede resolver en una única etapa de amplificación.