

Problemas adicionales

Problema 1

Energía Interna de un gas mono-atómico ideal.

Para este efecto, imaginemos que un gas ideal es una sustancia compuesta de N pequeñas partículas de masa M y volumen despreciable, que tienen una velocidad promedio V_0 que es función de la temperatura (esto lo asumiremos, no lo demostraremos) y cuya energía de interacción es despreciable. Imagine que el gas ideal, esta encerrado en un cubo de arista α .

i) Calcule el volumen barrido Ω de un área de α^2 de gas en un tiempo Δt . Interprete este resultado respecto a una colisión con el recipiente que encierra el gas. Además defina una concentración de partículas de gas ρ en el recipiente.

ii) Calcule la cantidad de partículas η que chocan contra una de las paredes de cubo en un tiempo Δt . Para esto considere que todas las partículas de gas tienen una velocidad V_0 y que estas se mueven en dirección y sentidos definidos, explique el porqué de estas aproximaciones.

iii) Calcule la variación de momentum que experimenta una partícula al chocar con una de las paredes del recipiente en un tiempo Δt , suponiendo que las paredes del recipiente se mantienen rígidas. Con este resultado encuentre la variación de momentum de las η partículas. Expresar su resultado diferencialmente (variaciones pequeñas) e interprételo adecuadamente en términos de variables macroscópicas medibles para un gas (presión por ejemplo). Recuerde que $\frac{dp}{dt} = F$, donde p es el momentum y F es la fuerza.

iv) Expresar el resultado anterior en términos de una energía cinética $K = \frac{1}{2}mV_0^2$. Considere que la ecuación de estado de un gas ideal es $PV = Nk_B T$ donde P es la presión, V es el volumen del gas, N es el número de partículas, k_B es la constante de Boltzmann y T es la temperatura y demuestre que:

$$U = \frac{2}{3}Nk_B T$$

Explique por que este resultado es válido en base a los supuesto hechos.

Problema 2

¿Espontaneidad de una sublimación?

Suponga que tiene Kriptonita, el mítico cristal que hace a Superman débil. La Kriptonita es un cristal perfecto, cuya energía de ligazón por átomo es ϵ . La unión y el número de átomos de este cristal no altera la energía de ligazón de nuevos átomos, es decir, la energía de ligazón es siempre constante. La Kriptonita, a Presión P y Temperatura T estándares sublima, por lo que Supermann, tiene suerte de que sus enemigos tengan dificultades para almacenarla. Calcularemos la variación de la energía libre de Gibbs ΔG , de N partículas de Kriptonita en “estado sólido” que subliman en estas condiciones. Para esto, supondremos que el cristal de Kriptonita, esta dentro de un pistón móvil y que tienen contacto térmico y mecánico con el medio que lo rodea, es decir: El pistón ejerce la presión ambiental P sobre lo que esta dentro de el y este permanece a temperatura T constante. Inicialmente, dentro del pistón solo esta el cristal, por lo que el volumen que encierra el piston solo es atribuible a este.

i) Calcule la Energía Interna del Cristal de Kriptonita. Justifique por que esta energía es igual a la Entalpía de Sublimación del Cristal. Recuerde que esta a presión y temperaturas constantes.

ii) Calcule la entropía del gas de Kriptonita. Suponga que el gas de Kriptonita es un gas ideal y que los estados accesibles de cada partícula de Kriptonita son proporcionales al Volumen del gas $\Omega = \alpha V_{gas}$, donde la constante de proporcionalidad es θ . Explique el por que de esta suposición.

iii) Calcule la entropía del Cristal de Kriptonita. Para ello suponga que el cristal de Kriptonita tiene una configuración cristalina muy ordenada y que el estado accesible de cada partícula Kriptonita en esta configuración tiene $\theta\kappa$ estados accesibles. Explique esta suposición.

iv) Calcule la variación de la energía libre de Gibbs para este cambio de fase. ¿Qué pasa con la entropía de un sólido respecto a la del gas en base a este modelo? ¿es este proceso espontáneo? Explique.

v) Encuentre el valor de la constante κ . Explique las dependencias de κ con cada una de sus variables y encuentre un valor de κ consistente con la teoría expuesta en clases. Explique claramente.