

GEOTEKNISK INSTITUT
INSTITUTO GEOTECNICO DANES

J. BRINCH HANSEN

UNA FORMULA GENERAL PARA CAPACIDAD DE CARGA

COPENHAGUE 1961

Una fórmula general para capacidad de carga

Por J. Brinch Hansen,

Profesor, dr. techn., de la Universidad Tecnológica de Dinamarca

Es ahora generalmente aceptado, que la capacidad de carga de una fundación depende, no solamente de las propiedades del suelo, sino también de las dimensiones, forma y profundidad del área de fundación, como también de la inclinación y excentricidad de la carga de fundación.

La forma más práctica de tomar todos estos efectos en cuenta consiste en generalizar la fórmula de capacidad de carga de Terzaghi multiplicando cada uno de sus términos por un factor de forma, profundidad e inclinación. La excentricidad se tiene en cuenta haciendo los cálculos únicamente para el área efectiva de fundación.

Fórmulas preliminares de este tipo fueron propuestas por el autor en 1955 para los dos casos especiales de $\varphi = 0$ (arcilla) y $c = 0$ (arena). En el presente informe se indicará una fórmula general y se estudiarán los distintos factores, especialmente considerando su dependencia con el ángulo de fricción del suelo. Como resultado, serán dados fórmulas empíricas aproximadas y diagramas correspondientes para la capacidad de carga, y factores de inclinación, profundidad y forma.

Finalmente, serán propuestas nuevas reglas exactas para determinar el área efectiva y equivalente de fundación como también la distribución de presión de contacto.

1. Introducción.

En 1955 el autor publicó un informe danés [1], en el cual propuso dos simples fórmulas semi-empíricas para calcular la capacidad de carga de las fundaciones, en arcilla ($\varphi = 0^\circ$) y en arena ($c = 0$) respectivamente. En el primer caso la fórmula fue una extensión de la de Skempton [2], considerando que en el caso más reciente la fórmula era nueva pero basada, por supuesto, en la fórmula original de Terzaghi [3]. Las fórmulas abarcan los casos generales de carga excéntrica e inclinadas sobre áreas de fundación de cualquier forma y profundidad.

En su Informe General de Fundaciones [4] en la Conferencia de Londres en 1957 el autor citó estas dos fórmulas pero sin entrar en detalles.

En 1958 [5] el autor extendió sus fórmulas para el caso de fricción y cohesión simultánea, para que la capacidad de carga a largo plazo de las arcillas pudiera ser calculada. En 1959 [6] y 1960 [7] notó que era necesario revisar la expresión para el factor de inclinación en el caso de $\varphi = 0^\circ$.

Últimamente – y parcialmente debido a un pedido del Profesor E. Schultze en Aachen – el autor y el Instituto Geotécnico Danés han realizado más investigaciones,

especialmente considerando los factores de inclinación. Como resultado, las fórmulas originales fueron revisadas y descriptas a continuación.

2. La fórmula general.

Terzaghi [3] propuso como la primera la siguiente sencilla fórmula para la capacidad de carga Q de una fundación continua sobre una superficie de tierra horizontal cargada central y verticalmente:

$$\frac{Q}{B} = \frac{1}{2} \bar{\gamma} B N_\gamma + \bar{q} N_q + c N_c \quad (1)$$

B es el ancho de la fundación, $\bar{\gamma}$ el peso efectivo unitario del suelo y c su cohesión. \bar{q} es la carga unitaria efectiva sobre la superficie afuera de la fundación, considerando que las N son función del ángulo de fricción φ del suelo.

En el caso especial de $\varphi = 0^\circ$ (arcilla) un primer cálculo exacto fue realizado por Prandtl [8], dando $N_\gamma^\circ = 1$, $N_q^\circ = 1$ y $N_c^\circ = \pi + 2 = 5.14 \sim 5$ Por eso en este caso:

$$\frac{Q^\circ}{B} = 5 \cdot c + \bar{q} \quad (2)$$

c es el esfuerzo de corte no drenado de la arcilla y Q° es la capacidad de carga a corto plazo.

Skempton [2] ha extendido esta fórmula para abarcar el caso general de una fundación de un largo L finito ($\geq B$), ubicada a una profundidad D por debajo de la superficie:

$$\frac{Q^\circ}{BL} = 5c \left(1 + 0.2 \frac{B}{L}\right) \left(1 + 0.2 \frac{D}{B}\right) + \bar{q} \quad (3)$$

La relación D/B para ser insertada en esta fórmula está limitada a 2.5, y \bar{q} deberá ser interpretado como la presión efectiva de sobrecarga al nivel de fundación.

Skempton ha multiplicado el término c en la fórmula de Terzaghi por un factor de forma y un factor de profundidad. El presente autor mostró [1] que las cargas inclinadas en fundaciones podrían ser tratadas multiplicándolas por un factor de inclinación. Las cargas excéntricas son tratadas por medio de la llamada "área de fundación efectiva" (ver más adelante).

Indicando con s a los factores de forma, con d a los factores de profundidad y con i a los factores de inclinación, la fórmula original de Terzaghi (1) puede ser fácilmente generalizada multiplicando cada uno de sus términos por un set de los factores recientemente mencionados:

$$\frac{Q}{BL} = \frac{1}{2} \bar{\gamma} B N_\gamma s_\gamma d_\gamma i_\gamma + \bar{q} N_q s_q d_q i_q + c N_c s_c d_c i_c \quad (4)$$

Sin embargo, los factores q y c están interrelacionados. Si hemos encontrado una solución para el caso especial de ($\bar{\gamma} = 0$, $\bar{q} = 1$, $c = 0$), se puede demostrar [9], que la solución para el caso más general de ($\bar{\gamma} = 0$, $\bar{q} \neq 0$, $c \neq 0$) se obtiene multiplicando primero todas las cargas y fuerzas por $(q + c \cot \phi)$ y después restando $c \cot \phi$ de todas las cargas y fuerzas normales (pero no de las tangenciales). Esto significa que en el lugar de (4) podemos escribir:

$$\frac{Q}{BL} = \frac{1}{2} \bar{\gamma} B N_\gamma s_\gamma d_\gamma i_\gamma + (\bar{q} + c \cot \phi) N_q s_q d_q i_q - c \cot \phi \quad (5)$$

Comparando (4) y (5) encontramos la siguiente relación entre los factores q y c :

$$N_c s_c d_c i_c = (N_q s_q d_q i_q - 1) \cot \phi \quad (6)$$

Podemos, por supuesto, también usar (6) para eliminar los factores q de (4), si así se desea:

$$\frac{Q}{BL} = \frac{1}{2} \bar{\gamma} B N_\gamma s_\gamma d_\gamma i_\gamma + (\bar{q} + \tan \phi) N_c s_c d_c i_c + \bar{q} \quad (7)$$

En principio cualquiera de estas tres ecuaciones (4), (5) y (7) pueden ser usadas como nuestras fórmulas generales. Sin embargo, (4) debe ser considerada

impráctica, ya que contiene un gran número innecesario de factores. De las restantes dos, (5) es evidentemente más práctica para $c = 0$ (arena), considerando (7) más conveniente para $\phi = 0^\circ$ (arcilla en el estado no drenado).

De (6), se verá, que en el caso de $\phi = 0^\circ$ debemos tener $N_q^\circ = s_q^\circ = d_q^\circ = i_q^\circ = 1$, lo que hace que la fórmula (5) inaplicable en este caso. Consecuentemente, si queremos una sola fórmula que abarque todos estos casos, esta fórmula deberá ser (7).

3. Factores de capacidad de carga.

Como fueron primero mostrados por Prandtl [8], N_q y N_c pueden ser calculados considerando el caso simple teórico de suelo sin peso ($\bar{\gamma} = 0$). El resultado es:

$$N_q = e^{\pi \tan \phi} \cdot \tan^2 \left(45^\circ + \frac{1}{2} \phi\right) \quad (8)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi \quad (9)$$

La Fig.1 muestra las curvas para N_q y N_c como funciones del ángulo de fricción interna ϕ . La escala N es logarítmica.

En principio, debería ser posible calcular N_γ considerando el caso especial de suelo sin cohesión y descargado ($c = 0$, $\bar{q} = 0$). Sin embargo, según los

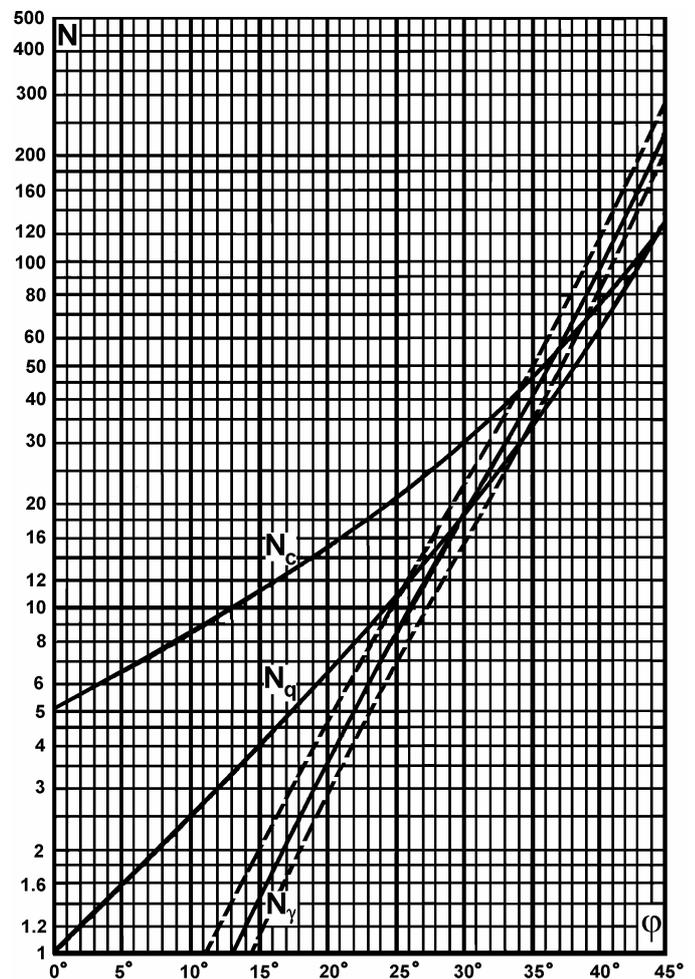


Fig. 1. Factores de capacidad de carga.

conocimientos del autor nadie ha logrado indicar un diagrama de ruptura que sea tanto cinemáticamente como estáticamente posible.

En cambio, varios autores han usado diagramas de rupturas aproximados del tipo que usualmente dan valores muy elevados de N_γ . Meyerhof [14] ha obtenido por medio de procedimientos semejantes, valores de N_γ correspondientes a la línea entrecortada superior en la Fig. 1.

Lundgren y Mortensen [10] indicaron en 1953 un diagrama de ruptura, que es estáticamente pero no cinemáticamente posible, y realizaron los cálculos para $\varphi = 30^\circ$ (ver Fig. 2). Es sabido que este procedimiento da valores muy bajos de N_γ . Recientemente, D. Odgaard ha realizado los correspondientes cálculos para $\varphi = 20^\circ$ y $\varphi = 40^\circ$ en el Instituto Geotécnico Danés. Los valores encontrados corresponden a la línea punteada más baja de la Fig. 1.

En 1955, cuando solo se conocía el valor de $\varphi = 30^\circ$ de Lundgren y Mortensen, el autor del presente informe propuso como fórmula empírica: $N_\gamma \sim N_q - 1$, siendo esto exacto para $\varphi = 0^\circ$ y aproximadamente correcto para $\varphi = 30^\circ$ (donde $N_q = 18.4$, y $15 \angle N_\gamma \angle 22$).

Sin embargo, como la curva correcta de N_γ debe estar entre las dos líneas entrecortadas de la Fig. 1, una mejor aproximación se podrá obtener por medio de la siguiente relación:

$$N_\gamma \sim 1.8 N_c \tan^2 \varphi = 1.8 (N_q - 1) \tan \varphi \quad (10)$$

Esta relación está indicada por la línea continua N_γ en la Fig. 1, y se propone utilizar esta hasta que sea disponible evidencias más exactas.

Usando una figura de ruptura similar a la de Lundgren y Mortensen, Meyerhof encontró en 1955 [20] valores cercanos a la línea llena de Fig. 1.

Los valores numéricos de N_γ , N_q y N_c – correspondientes a las fórmulas (10), (8) y (9) – se muestran en la Tabla 1.

4. Factores de inclinación.

Cuando se usa la fórmula general de capacidad de carga con los factores de

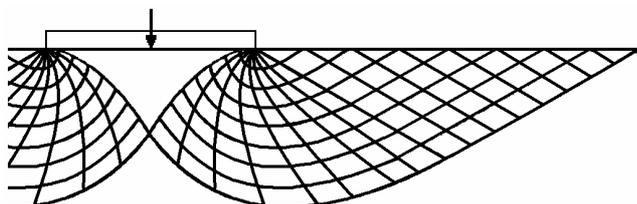


Fig. 2. Carga vertical sobre suelo con peso.

Tabla 1

| φ | N_γ | N_q | N_c |
|-----------|------------|-------|-------|
| 0.0° | 0.0000 | 1.000 | 5.14 |
| 2.5° | 0.0198 | 1.252 | 5.76 |
| 5.0° | 0.0894 | 1.568 | 6.49 |
| 7.5° | 0.229 | 1.966 | 7.34 |
| 10.0° | 0.467 | 2.471 | 8.34 |
| 12.5° | 0.844 | 3.11 | 9.54 |
| 15.0° | 1.419 | 3.94 | 10.98 |
| 17.5° | 2.275 | 5.01 | 12.71 |
| 20.0° | 3.54 | 6.40 | 14.83 |
| 22.5° | 5.39 | 8.23 | 17.45 |
| 25.0° | 8.11 | 10.66 | 20.72 |
| 27.5° | 12.12 | 13.94 | 24.85 |
| 30.0° | 18.08 | 18.40 | 30.1 |
| 32.5° | 27.04 | 24.58 | 37.0 |
| 35.0° | 40.7 | 33.3 | 46.1 |
| 37.5° | 61.9 | 45.8 | 58.4 |
| 40.0° | 95.4 | 64.2 | 75.3 |
| 42.5° | 149.9 | 91.9 | 99.2 |
| 45.0° | 241.0 | 134.9 | 133.9 |

inclinación, a Q se la define mejor como el componente vertical (normal) de la capacidad de carga. La carga de fundación tiene un componente vertical V y uno horizontal H .

i_q e i_c pueden ser calculados considerando el caso teórico de suelo sin peso y sin cohesión ($\bar{\gamma} = 0$, $c = 0$). Esto fue realizado por Schultze [11], Meyerhof [12] y el autor [1]. El diagrama correcto de ruptura para tal caso se muestra en la Fig. 3, y los resultados pueden expresarse como se verá a continuación. Para cualquier valor dado de $H/V = \tan \varphi$ el ángulo α se determina mediante la ecuación:

$$\tan(\alpha - \frac{1}{2}\varphi) = \frac{\sqrt{1 - (\tan \delta \cot \varphi)^2} - \tan \delta}{1 + \frac{\tan \delta}{\sin \varphi}} \quad (11)$$

A continuación se calculan i_q y i_c mediante las ecuaciones:

$$i_q = \frac{1 + \sin \varphi \sin(2\alpha - \varphi)}{1 + \sin \varphi} e^{-(0.5\pi + \varphi - 2\alpha) \tan \delta} \quad (12)$$

$$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_c \tan \varphi} = i_q - \frac{1 - i_q}{N_q - 1} \quad (13)$$

Ecuaciones análogas a la (13) – de acuerdo con (6) – se aplicarán a los factores de profundidad d y a los factores de forma s .

En el caso especial $\varphi = 0^\circ$ se puede realizar un cálculo similar, obteniendo resultados exactos:

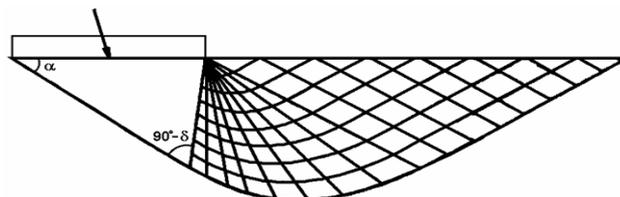


Fig. 3. Carga inclinada sobre suelo sin peso.

$$\cos 2\alpha^\circ = \frac{H}{B c} \quad (14)$$

$$i_c^\circ = \frac{1}{2} + \frac{2\alpha^\circ + \text{sen } 2\alpha^\circ}{\pi + 2} \quad (15)$$

Una fórmula más simple dando aproximadamente los mismos resultados es la siguiente, en la cual se introdujo el área efectiva de fundación $A (= BL)$ en vez del ancho B de una fundación continua para generalizar la fórmula:

$$i_c^\circ \sim \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{H}{A c}} \quad (16)$$

Una fórmula más simple aún fue introducida por el autor en 1959 [6]: $i_c^\circ \sim 1 - H/2Ac$, siendo esta muy inexacta, aunque del lado de la seguridad.

De las fórmulas anteriores se podrá ver que en el caso que $c = 0$, i_q es una función de H/V , mientras que en el caso de $\varphi = 0^\circ$ i_c es una función de H/Ac . Por medio de los principios usados para desarrollar la ecuación (5) podemos ver que si H_1 y V_1 corresponden al caso especial de ($\bar{\gamma} = 0$, $\bar{q} = 1$, $c = 0$), los valores H y V correspondientes al caso más general de ($\bar{\gamma} = 0$, $\bar{q} \neq 0$, $c \neq 0$) deberán ser:

$$H = (\bar{q} + c \cot \varphi) H_1 \quad (17)$$

$$V = (\bar{q} + c \cot \varphi) V_1 - A c \cot \varphi \quad (18)$$

Por eso, la relación que determina los factores de inclinación deberá ser:

$$\frac{H_1}{V_1} = \frac{H}{V + A c \cot \varphi} = \frac{H}{A c + V \tan \varphi} \tan \varphi \quad (19)$$

La relación $H / (A c + V \tan \varphi)$ deberá ser considerada especialmente apropiada, ya que esta relación llega al valor 1 cuando la fundación (rugosa) comienza a deslizarse

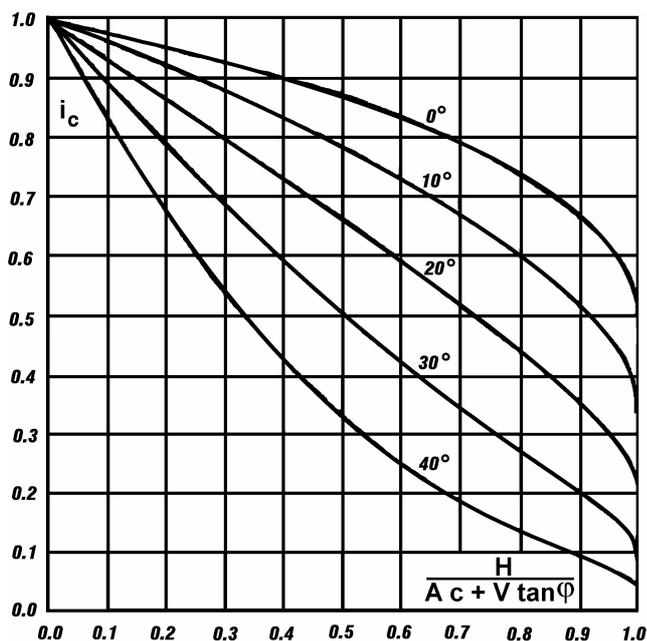


Fig. 4. Factores de inclinación para términos c .

sobre la superficie. Usando esta relación como referencia la Fig. 4 muestra los valores exactos de i_c como los encontrados de las fórmulas (11) - (15).

Un resultado muy interesante se ve al graficar i_q como función de la relación $H / (A c + V \tan \varphi)$. Esto se ha realizado en la Fig. 5, y se verá, que es entonces prácticamente independiente de φ . La siguiente fórmula aproximada será suficiente para cálculos prácticos:

$$i_q \sim \left[1 - \frac{H}{V + A c \cot \varphi} \right]^2 \quad (20)$$

La fórmula más simple originalmente propuesta por el autor [1] para $\varphi = 30^\circ$ y $c = 0$: $i_q \sim 1 - 1.5 H/V$ se ve como una buena aproximación para este ángulo de fricción, pero (20) es tan adecuada como esta última y tiene la ventaja de poder usarse para cualquier ángulo de fricción.

El valor de i_c se calcula usando (13), excepto en el caso de $\varphi = 0^\circ$ donde se deberá usar (16).

Cuando queremos calcular i_q nos encontramos con la misma dificultad que en el cálculo de N_r , es decir que aún se desconoce la correcta configuración de ruptura. Sin embargo podemos realizar un cálculo aproximado usando líneas de rupturas circulares. Los cálculos se hacen por medio del "método de equilibrio" propuesto por el autor [9, 5, 7] y las tablas publicadas por el Instituto Geotécnico Danés [13]. Los resultados de estos cálculos están indicados por medio de la línea continua en la Fig. 6, donde se usa como referencia la relación $H / (A c + V \tan \varphi)$.

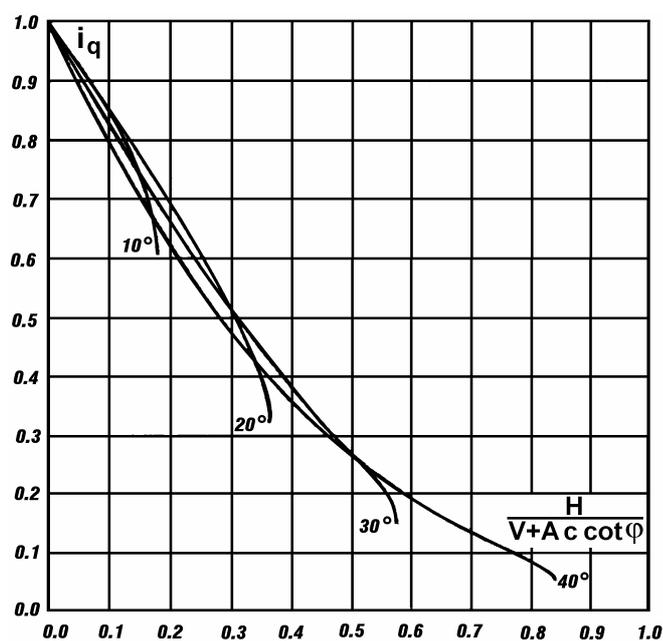


Fig. 5. Factores de inclinación para términos q .

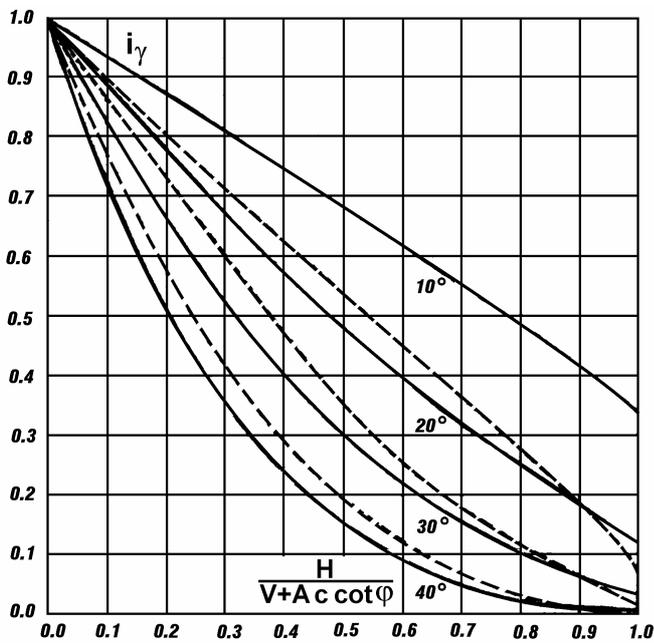


Fig. 6. Factores de inclinación para términos γ .

Otra forma, pero mucho más complicada, es usando un diagrama de ruptura más probable como el que se muestra en la Fig. 7 (propuesto por primera vez por el autor). En la zona plástica se usan los resultados propuestos por Lundgren y Mortensen [10]. Estos cálculos fueron realizados por D. Odgaard para $\phi = 20^\circ, 30^\circ$ y 40° , y la curva de línea punteada en la Fig. 6 indica los resultados.

Como se verá, las desviaciones entre estos dos métodos muy diferentes son sorprendentemente pequeñas. Graficando los resultados del primer método – que son los inferiores – como función de la relación $H/(V + A c \cot \phi)$, obtenemos el gráfico que se ve en la Fig. 8. Se verá que también i_γ es prácticamente independiente de ϕ y puede – con bastante certeza – ser calculado con la siguiente fórmula:

$$i_\gamma \sim i_q^2 \sim \left[1 - \frac{H}{V + A c \cot \phi} \right]^4 \quad (21)$$

La relación $i_\gamma \sim i_q^2$ ya había sido propuesta por el autor en 1955 [1].

5. Factores de profundidad.

En la práctica el nivel de fundación siempre está a una profundidad D por

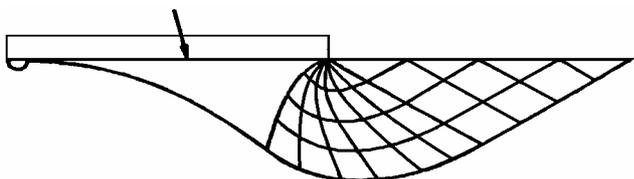


Fig. 7. Carga inclinada sobre suelo con peso.

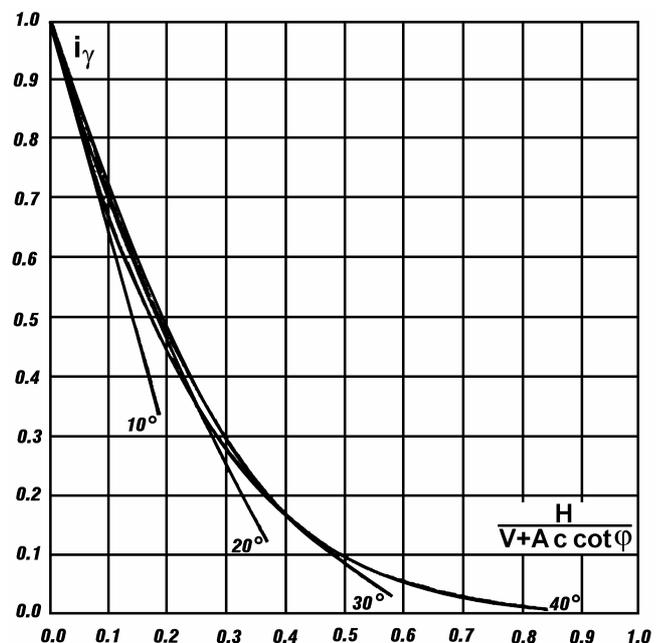


Fig. 8. Factores de inclinación para términos γ .

debajo de la superficie. Esto influye en la capacidad de carga de dos formas. Primero \bar{q} deberá ahora interpretarse como la presión efectiva de sobrecarga en el nivel de fundación y, segundo, se deberán introducir los factores de profundidad d .

En cuanto a d_γ deberá ser calculado asumiendo $c = 0$ y $\bar{q} = 0$. Pero esto significa que el suelo sobre el nivel de fundación deberá considerarse sin cohesión, sin peso y descargado. Evidentemente no contribuirá en nada a la capacidad de carga, entonces debemos tener:

$$d_\gamma = 1 \quad (22)$$

Para calcular d_q , debemos considerar el caso especial de ($\bar{\gamma} = 0, \bar{q} = 1, c = 0$). Para $D > 0$ el diagrama correcto de ruptura aún no se conoce, a pesar que Bent Hansen ha realizado importante sugerencias. Meyerhof [14] realizó cálculos aproximados asumiendo una superficie de suelo inclinada cargada triangularmente, pero sus resultados son un poco difíciles de interpretar porque combina los términos γ y q .

Una aproximación bastante precisa para profundidades razonablemente pequeñas se puede obtener usando líneas de rupturas circulares, en combinación con el método de equilibrio del autor. Las fuerzas actuantes sobre la cara vertical del suelo se asumen que corresponden a la ecuación de Kötter para una línea de ruptura vertical ($K = \cos^2 \phi$), pero para profundidades comparativamente más pequeñas no influyen mucho en el resultado.

Cálculos como esos se han hecho para $\varphi = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ y 40° . El resultado es que, para valores de $D/B < 1$, d_c puede ser expresado mediante la siguiente fórmula aproximada, válida para todos los ángulos de fricción investigados.

$$d_c \sim 1 + 0.35 \frac{D}{B} \quad (D < B) \quad (23)$$

Esta fórmula es, por lo tanto, una buena aproximación para fundaciones poco profundas, pero no puede ser utilizada para pilotes y cajones de fundación.

Para grandes valores de D/B es evidente que d_c debe aproximarse asintóticamente a un valor final, el cual se esperará que sea función del ángulo de fricción. De acuerdo con Skempton [2] este valor final debería ser 1.5 para $\varphi = 0^\circ$. De la Fig. 19 de Meyerhof en [14] se puede deducir que el valor final de d_q (que para arena es aproximadamente igual a d_c) debería ser menor a 2 para arenas sueltas y más de 4 para arenas densas.

La fórmula más simple que contempla todos los requisitos antes mencionados, es la siguiente:

$$d_c \sim 1 + \frac{0.35}{\frac{B}{D} + \frac{0.6}{1 + 7 \tan^4 \varphi}} \quad (24)$$

La Fig. 9 muestra los valores de d_c de acuerdo con esta fórmula. Los valores en las flechas indican el valor final de d_c (para $D = \infty$).

Cuando se halla d_c , d_q se puede calcular con (13), la cual es válida para i , d y s :

$$d_q = d_c - \frac{d_c - 1}{N_c \tan \varphi + 1} = d_c - \frac{d_c - 1}{N_q} \quad (25)$$

Para ángulos de fricción de 25° o mayores ($N_q > 11$) en la práctica será suficientemente correcto asumir $d_q \sim d_c$. El error será menor al 4%. Para $\varphi = 0^\circ$ tenemos, por supuesto, $d_q = 1$.

Es evidente que calculando el factor de profundidad d , D deberá tomarse como la profundidad de las capas de igual o mayor resistencia que la capa inmediatamente por debajo del nivel de fundación. Capas blandas sobre este nivel contribuyen con el peso efectivo a \bar{q} , pero no a d .

Cuando la carga de fundación está inclinada, una de dos cosas pueden hacerse. O se usan los factores de profundidad, o se considera un empuje pasivo de suelo sobre un lado de la fundación (calculada para una pared lisa) incluyéndola en H . Sin embargo no está

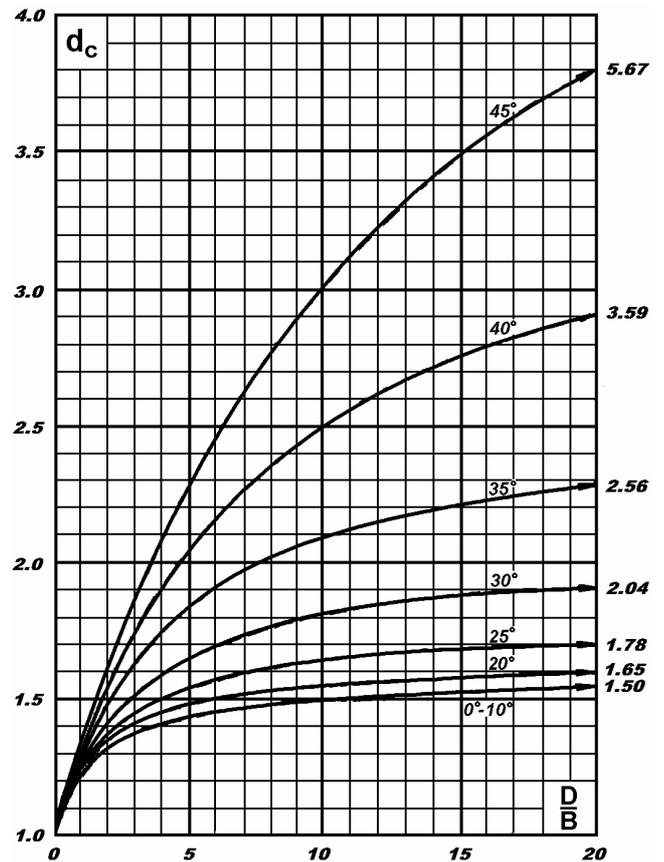


Fig. 9. Factores de profundidad para términos c .

permitido realizar ambas cosas al mismo tiempo, ya que ambas son causadas por el esfuerzo de corte del suelo sobre el nivel de fundación.

6. Factores de forma.

Si en lugar de una fundación infinitamente continua de ancho B , tenemos una fundación rectangular con un ancho B y un largo L ($L \geq B$), los factores de forma s deberán introducirse en las fórmulas de capacidad de carga.

Desgraciadamente, los cálculos teóricos son extremadamente difíciles en este caso de 3 dimensiones. Sin embargo, un cierto número de información empírica se puede derivar de modelos y ensayos en escala.

De acuerdo con Skempton [2], la siguiente fórmula empírica debería usarse para $\varphi = 0^\circ$:

$$s_c \sim 1 + 0.2 \frac{B}{L} \quad (26)$$

De la Fig. 19 de Meyerhof en [14], se ve que para una fundación circular s_q (que para arenas es aproximadamente igual a s_c) no deberá ser mayor a 1.2 para arenas sueltas, debiendo superar a 2 para arenas densas. De acuerdo a su Fig. 20 el factor de profundidad deberá variar, no solamente

con el ángulo de fricción, sino además con la relación de profundidad D/B . Esto es debido a la combinación de los términos γ y q de Meyerhof. En realidad, se obtienen resultados bastante similares usando factores de forma constantes pero diferentes para los términos γ y q .

La fórmula más sencilla que abarca lo mencionado recientemente, es la siguiente:

$$s_c \sim 1 + (0.2 + \tan^6 \phi) \frac{B}{L} \quad (27)$$

La parte inferior de la Fig. 10 muestra los valores de s_c de acuerdo con esta fórmula.

Cuando se halla s_c , se puede calcular s_q por medio de una fórmula análoga a la (25). Sin embargo, para $\phi \geq 25^\circ$ será suficientemente correcto asumir $s_q \sim s_c$. Para $\phi = 0^\circ$ tenemos $s_q = 1$.

De acuerdo con la Fig. 20 de Meyerhof su factor de forma combinado debería ser igual a 1 en $D/B \sim 0.25$ para cualquier forma de fundación y todos los ángulos de fricción. Esta condición estaría casi totalmente considerada si asumimos:

$$s_\gamma \sim 1 - \frac{1}{2}(0.2 + \tan^6 \phi) \frac{B}{L} \quad (28)$$

La parte inferior de la Fig. 10 muestra los valores de s_γ de acuerdo a esta fórmula. Se verá que, para $\phi \sim 37^\circ$, tenemos $s_\gamma = 0.8$ para $B = L$. Esto concuerda con las indicaciones de Terzaghi de $s_\gamma = 0.8$ para una fundación cuadrada sobre arena [3].

7. Resistencia de punta de pilotes.

El mejor control de las fórmulas indicadas arriba para el cálculo de los factores de profundidad y forma se obtiene usándolas para calcular la resistencia de punta de pilotes.

Para pilotes los términos γ pueden ser obviados y el último término en la ecuación (7) eliminado. Para la mayoría de los pilotes tendremos $B \sim L$. Si llamamos al área de punta A_p , la ecuación (7) nos da la resistencia de punta:

$$\begin{aligned} \frac{Q_p}{A_p} &\sim (c + \bar{q} \tan \phi) N_c s_c d_c \\ &\sim (c N_c + \bar{q} N_q) s_c d_c \end{aligned} \quad (29)$$

La Fig. 11 nos muestra los factores de resistencia de punta $s_c d_c$. Los valores en las flechas indican el valor final (para $D = \infty$). Como los pilotes tienen por lo general $D/B = 10 - 20$, encontramos para $\phi = 0^\circ$ un producto $s_c d_c \sim 1.8$ el cual, como $N_c \sim 5$, da el tan conocido factor de

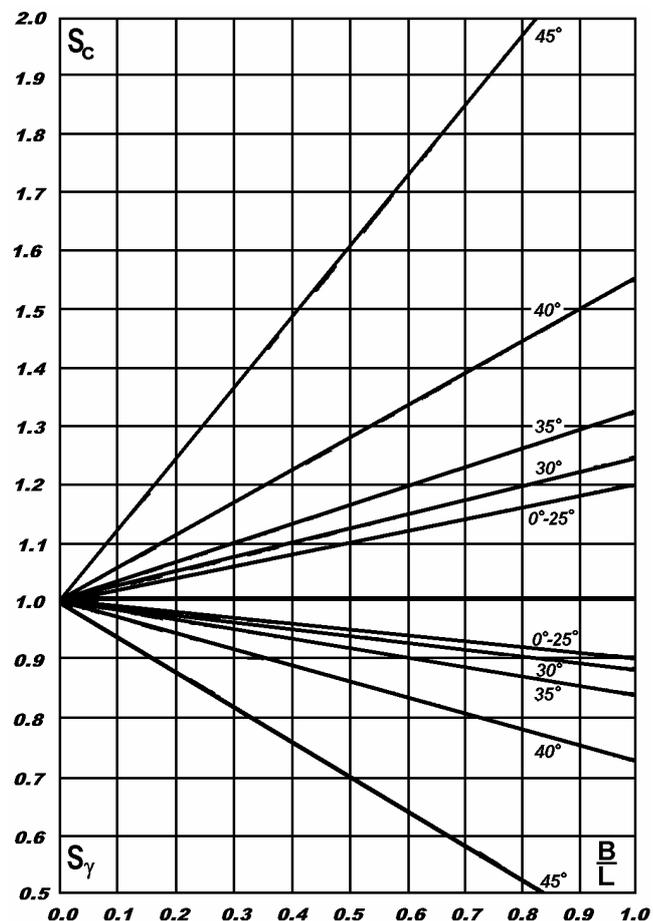


Fig. 10. Factores de forma.

resistencia de punta de 9 para arcilla. Esto es debido a que hemos utilizado los resultados de Skempton [2] para $\phi = 0^\circ$.

Para $\phi = 35^\circ$ tenemos $s_q d_q \sim 3$ en concordancia con la teoría previa del autor para la resistencia de punta de pilotes en arena [15, 16]. De acuerdo con la Fig. 1 en [16] esto deberá ser aproximadamente correcto para $\phi = 35^\circ$, y para $\phi = 40^\circ$ el factor puede haber aumentado un 50% y para $\phi = 30^\circ$ disminuido otro tanto. Se verá

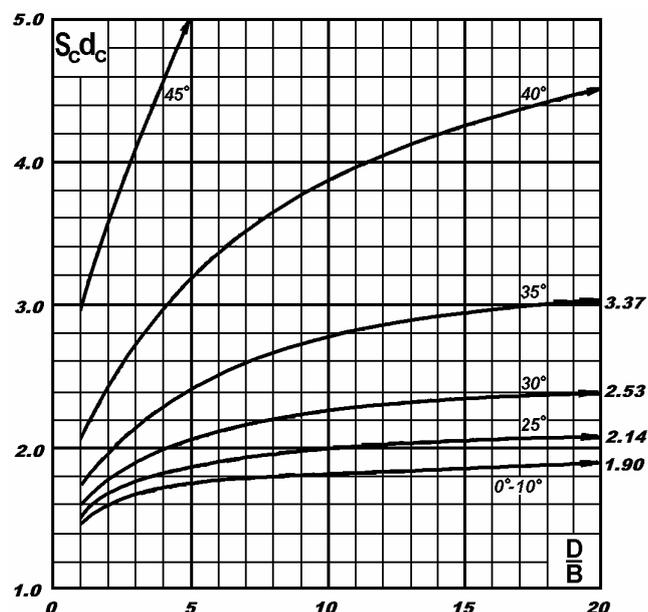


Fig. 11. Factores para resistencia de punta de pilotes.

que los resultados en la Fig. 11 concuerdan con lo mencionado.

8. Áreas de fundación equivalentes y efectivas.

Hasta ahora hemos tratado solamente con áreas de fundación rectangulares, con cargas centradas. Si un área de fundación con carga centrada tiene alguna otra forma, primero deberá ser transformada en un rectángulo equivalente para que nos permita utilizar las fórmulas ya desarrolladas. La posición y la longitud de los lados (B y L) de este rectángulo estarán determinadas por las siguientes condiciones:

1. Los centros de gravedad deberán coincidir.
2. Los ejes principales deberán coincidir.
3. El área deberá ser igual ($= BL$)
4. La relación de máximo a mínimo en la sección de módulo plástico deberá ser igual ($= L/B$).

Si un área de fundación (de cualquier forma) está cargada excéntricamente, primero deberemos determinar un área de fundación efectiva, como la propuesta en 1953 por Meyerhof [12] quien asumió su contorno interno como una línea recta. Deberemos determinarla por medio de las siguientes condiciones:

1. El área efectiva estará cargada céntricamente.
2. Su contorno interno deberá determinarse por el principio de simetría radial.

A pesar que de esta forma determinar un área efectiva puede ser cinemáticamente imposible, es por lo general más simple de determinar y nos lleva a resultados aproximados a los de Meyerhof.

Si fuera necesario, el área efectiva se transformaría en un rectángulo equivalente. Es decir, el rectángulo efectivo equivalente de ancho B , longitud L y área $A=BL$ debe emplearse para los cálculos de capacidad de carga.

Algunos ejemplos típicos se muestran en la Fig. 12. Se observará que B y L podrán ser estimados habitualmente con suficiente seguridad sin el cálculo verdadero.

9. Cargas de fundación con doble excentricidad.

Los efectos de la fuerza H sobre la capacidad de carga se expresa por medio de los factores de inclinación i , pero estos

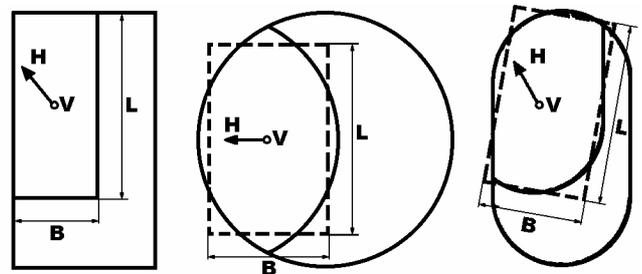


Fig. 12. Áreas de fundación equivalentes y efectivas.

fueron desarrollados para un caso especial de una fundación continua con la fuerza H actuando perpendicularmente al eje longitudinal.

En el caso más general de un área efectiva de fundación A finita, en la que actúa una fuerza horizontal H que podrá no ser paralela a ninguno de sus ejes principales (Fig. 12), hasta el presente es imposible realizar algún cálculo real. De todas formas, estaremos del lado de la seguridad usando las fórmulas ya indicadas para los factores de inclinación, siempre que se tome a H como la fuerza resultante horizontal y a A como el área efectiva de fundación.

10. Distribución de presión de contacto.

Asumiendo que la falla se produce en el suelo por debajo de la fundación, es fácil demostrar que – en el caso de una fundación continua cargada céntricamente en la superficie – la presión de contacto que corresponde a los términos \bar{q} y c en las fórmulas de capacidad de carga deberá ser uniformemente distribuida. Lo mismo probablemente será aproximadamente correcto para áreas de fundación de otras formas a una profundidad finita. En el caso de cargas excéntricas también será suficientemente correcto asumir una distribución uniforme sobre el área de fundación efectiva.

En lo que respecta a la distribución de presión de contacto correspondiente al término γ , esto no puede ser determinado exactamente, ni siquiera en el caso más simple de una fundación continua cargada céntricamente en la superficie. Solamente se conoce que en este caso la presión tendrá un valor mínimo de 0 en los bordes y llega a un máximo en el centro. Consecuentemente se asume para el término $\bar{\gamma}$ una distribución parabólica o triangular. Es evidente que para cargas excéntricas o inclinadas la distribución será alterada. Por lo tanto no será real asumir, por ejemplo,

una distribución triangular para el término $\bar{\gamma}$ sobre el ancho efectivo de fundación, como lo ha propuesto el autor previamente.

Otra cosa es que, al diseñar una fundación, se tiene en cuenta un cierto factor de seguridad, por lo que en realidad el suelo por debajo de la fundación no se encuentra en el estado (último) de falla. Esto significa que la presión real estará relativamente más concentrada cerca de los bordes que de acuerdo con la teoría de plasticidad.

Tomando en consideración todos los factores – y especialmente el de la ignorancia sobre la distribución de presión de contacto tanto en el estado de falla como en el de servicio – el autor se inclina por hacer la suposición más simple posible: una distribución de contacto uniforme de la presión de contacto sobre el área efectiva de fundación.

Es evidente que en el caso de una fundación bastante extensa, como losas de fundación, será necesario hacer una investigación más detallada sobre la distribución de presión de contacto.

11. Factores de seguridad.

Es posible emplear el concepto de un factor de seguridad total F . En ese caso la capacidad de carga final deberá ser dividida por F para que nos de la capacidad de carga admisible. En Dinamarca $F = 2$ es considerado un valor aceptable.

El autor prefiere el uso de los denominados factores de seguridad “parciales” [18, 19]. Los principios serán recapitulados acá.

La fundación se diseña para un equilibrio en un estado de falla “nominal”. Cargas muertas y presión de agua se usan inalteradamente, pero las cargas vivas p son multiplicadas por un factor de seguridad f_p . La correspondiente carga nominal de fundación tiene los componentes V_n y H_n (para usarse en el cálculo de los factores de inclinación).

Para calcular la capacidad de carga nominal Q_n (componente vertical) no usamos los parámetros reales de resistencia al corte de suelos (c y φ) sino valores nominales definidos por:

$$c_n = \frac{c}{f_c} \quad \tan \varphi_n = \frac{\tan \varphi}{f_\varphi} \quad (30)$$

Para calcular la capacidad de carga a corto plazo deberán usarse los parámetros “no drenados” $c = c_u$ y φ_u (0° para arcillas totalmente saturadas), y para la capacidad

de carga a largo plazo los parámetros efectivos \bar{c} y $\bar{\varphi}$.

En principio se deberá dar a la fundación dimensiones como $Q_n = V_n$.

Finalmente, se diseña la propia fundación para los momentos nominales M_n etc. Con esfuerzos nominales $\sigma_n = \sigma_f / f_m$, donde σ_f es la resistencia última del material.

En Dinamarca, los siguientes valores para los diferentes coeficientes parciales para fundaciones fueron propuestos [6]:

$$f_p = 1.5 \quad f_c = 1.75 \quad f_\varphi = 1.2$$

$$f_m = 1.4 \text{ (acero) o } 2.8 \text{ (hormigón)}$$

La razón de poner f_φ mucho menor que f_c es, primero porque φ mostrará menor variación que c y segundo porque $f_\varphi = 1.2$ para arenas corresponde aproximadamente a un factor de seguridad total de $F = 2$.

12. Cálculos.

En el diseño de una fundación siguiendo los principios mencionados en este informe, generalmente se procederá como a continuación.

Después de haber estimado la profundidad y dimensiones principales de la fundación, primero calculamos la carga de fundación nominal (componentes V_n y H_n) usando los coeficientes parciales de seguridad indicados en la sección 11.

La carga nominal resultante intercepta la parte inferior de la fundación en un punto, que por definición, es el centro del área efectiva de fundación. Por medio de los principios indicados en la sección 8 determinamos entonces el área efectiva, equivalente, nominal de la fundación (ancho B_n , largo L_n y área $A_n = B_n L_n$).

Luego se calculan los parámetros nominales de resistencia al corte (c_n y q_n) como lo indicado en la sección 11. Se usarán para determinar los factores de capacidad de carga N_γ , N_q y N_c (Fig. 1), como también los factores de inclinación i_γ , i_q , i_c – por medio de las fórmulas (20), (21) y (13) – y los factores de profundidad d_γ ($=1$) y d_c (Fig. 9) y los factores de forma s_γ y s_c (Fig. 10). Todos los valores de V , H , B , L y A que se usarán para estos motivos serán los nominales.

La capacidad de carga nominal se halla usando la ecuación (7) o – en el caso de $c = 0$ (arena) – más sencillamente la ecuación (5). Luego se deberá corroborar que $Q_n \sim V_n$; si así no fuera, algunas de las dimensiones principales deberán cambiarse y los cálculos deberán repetirse hasta que se logre una buena aproximación.

Los momentos nominales, etc. de las secciones pertinentes de la fundación podrán ahora calcularse, asumiendo una distribución uniforme de la total presión de contacto nominal sobre el área de fundación efectiva. El diseño de estas secciones se realiza, finalmente, con las resistencias nominales de los materiales como se indica en la sección 11.

13. Ejemplo.

Una torre de transmisión de TV de hormigón armado deberá fundarse sobre una platea circular. El peso total de la torre es de 3000 t (incluyendo la fundación y el suelo por encima de la misma), y la fuerza del viento fue calculada en 150 t, estando su resultante localizada a una altura de 35 m sobre el nivel de fundación.

El suelo es una arcilla glaciaria danesa con un peso unitario de 2.2 t/m³. El nivel (teórico) de la napa freática se asume que coincide con el nivel de fundación a $D = 2$ m por debajo de la superficie. La arcilla tiene una resistencia al corte no drenada de $c_u = 18$ t/m² ($\phi_u = 0^\circ$) y los parámetros efectivos de resistencia al corte son $\bar{c} = 3$ t/m² y $\bar{\phi} = 35^\circ$.

Usando el sistema de coeficientes parciales hallamos:

$$\begin{aligned} V_n &= 3000t \\ H_n &= 150 \cdot 1.5 = 225 t \\ \bar{q}_n &= 2.2 \cdot 2.0 = 4.4 \text{ t/m}^2 \\ c_n &= 18/1.75 = 10.3 \text{ t/m}^2 \\ \bar{c}_n &= 3/1.75 = 1.7 \text{ t/m}^2 \\ \tan \bar{\phi}_n &= (\tan 35^\circ)/1.2 = 0.582 \\ \bar{\phi}_n &\sim 30^\circ \end{aligned}$$

La excentricidad de la carga de fundación es $225 \cdot 35 / 3000 = 2.63$ m. Estimando el diámetro de la fundación en 12m el área de fundación efectiva y equivalente será como se indica en el medio de la Fig. 12. Aquí tenemos aproximadamente $B = 5.5$ m y $L = 9.0$ m.

Primero debemos calcular la capacidad de carga a corto plazo, correspondiente a $\phi = 0^\circ$. En este caso tenemos:

$$N_\gamma^\circ = 0 \quad N_q^\circ = 1 \quad N_c^\circ = 5.1$$

Como $D/B = 2.0/5.5 = 0.36$ y $B/L = 5.5/9.0 = 0.61$, las fórmulas (23) y (26) dan para $\phi = 0^\circ$:

$$\begin{aligned} d_c^\circ &= 1 + 0.35 \cdot 0.36 = 1.13 \\ s_c^\circ &= 1 + 0.2 \cdot 0.61 = 1.12 \end{aligned}$$

Para el factor de inclinación la fórmula (16) nos da:

$$i_c^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{225}{5.5 \cdot 9.0 \cdot 10.3}} = 0.87$$

Ecuación (7) nos da ahora la capacidad de carga nominal a corto plazo:

$$\begin{aligned} \frac{Q_n}{BL} &= 10.3 \cdot 5.1 \cdot 1.12 \cdot 1.13 \cdot 0.87 + 4.4 = 62 \text{ t/m}^2 \\ Q_n &= 62 \cdot 5.5 \cdot 9.0 = 3070 \text{ t} \sim V_n = 3000 \text{ t} \end{aligned}$$

En cuanto a lo que concierne a la estabilidad a corto plazo, aparentemente el diámetro fue estimado correctamente. Ahora investigamos la capacidad de carga a largo plazo, correspondiente a $\phi_n = 30^\circ$. En este caso tenemos (Fig. 1):

$$N_\gamma = 18 \quad N_q = 18.5 \quad N_c = 30$$

Para $D/B = 0.36$ la fórmula (23) nos da como antes $d_c = 1.13$, y la Fig. 10 para $B/L = 0.61$ nos da los siguientes factores:

$$s_\gamma = 0.92 \quad s_c = 1.15$$

Para los factores de inclinación las fórmulas (20), (21) y (13) nos dan:

$$i_q = \left[1 - \frac{225}{3000 + 5.5 \cdot 9.0 \cdot 1.7 \cdot 1.73} \right]^2 = 0.86$$

$$i_\gamma = 0.86^2 = 0.74$$

$$i_c = 0.86 - \frac{1 - 0.86}{18.5 - 1} = 0.85$$

La ecuación (7) nos da ahora la capacidad de carga nominal a largo plazo:

$$\begin{aligned} \frac{Q_n}{BL} &= \frac{1}{2} (2.2 - 1) \cdot 5.5 \cdot 18 \cdot 0.92 \cdot 1.074 \\ &+ (1.7 + 4.4 + 0.58) \cdot 30 \cdot 1.15 \cdot 1.13 \cdot 0.85 \\ &+ 4.4 = 185 \text{ t/m}^2 > 62 \end{aligned}$$

La estabilidad a largo plazo verifica ampliamente, aun cuando se considera en su totalidad el esfuerzo del viento. Esto es, por supuesto, innecesario en un análisis a largo plazo.

14. Resumen.

La fórmula simple de Terzaghi para la capacidad de carga de fundaciones puede ser generalizada por medio de factores de forma, profundidad e inclinación. La forma más sencilla de esta fórmula general es (7).

Los valores exactos de los factores de capacidad de carga N_q y N_c se calculan primero (8 y 9). Para N_γ se indica una curva con límite inferior y superior y se da una sencilla fórmula empírica (10).

Ahora se investigan los factores de inclinación, y se demuestra que para i_q y i_γ se pueden indicar dos fórmulas empíricas sencillas (20 y 21).

Para los factores de profundidad y de forma, también se desarrollaron fórmulas empíricas (24, 27 y 28), correspondiendo con la evidencia disponible (Meyerhof), y se muestra que nos conducen a valores reales

de los factores de resistencia de punta para pilotes.

Las cargas excéntricas se tratan por medio del área de fundación efectiva, la cual, por definición, está céntricamente cargada.

Después de una discusión sobre la distribución de presión de contacto y los factores de seguridad finalmente se calcula un ejemplo (una torre de TV) por medio de las nuevas fórmulas y los factores mejorados, usando los coeficientes parciales de seguridad.

15. Referencias.

- [1] J. Brinch Hansen: Simple beregning af fundamenters bæreevne. Ingeniøren, 22-01-1955
- [2] A. W. Skempton: The bearing capacity of clays. Proc. Build. Res. Congr., London 1951.
- [3] K. Terzaghi: Theoretical soil mechanics. Wiley, New York 1943.
- [4] J. Brinch Hansen and Bent Hansen: Foundations of structures. General report, Proc. Fourth Int. Conf. Soil Mech., Vol. II, London 1957.
- [5] H. Lundgren and J. Brinch Hansen: Geoteknik. Teknisk Forlag, Copenhagen 1958.
- [6] J. Brinch Hansen and J. Hessner: Geotekniske beregninger. Teknisk Forlag, Copenhagen 1959.
- [7] J. Brinch Hansen and H. Lundgren: Hauptprobleme der Bodenmechanik. Springer, Berlin 1960.
- [8] L. Prandtl: Über die Härte plastischer Körper. Nachr. des Ges. der Wiss., Göttingen 1920.
- [9] J. Brinch Hansen: Earth pressure calculation. Teknisk Forlag, Copenhagen 1953.
- [10] H. Lundgren and K. Mortensen: Determination by the theory of plasticity of the bearing capacity of continuous footings on sand. Proc. Third Int. Conf. Soil Mech., Vol. I, Zürich 1953.
- [11] E. Schultze: Der Widerstand des Baugrundes gegen schräge Sohlpressungen. Bautechnik 1952, Heft 12.
- [12] G.G. Meyerhof: The bearing capacity of foundations under eccentric and inclined loads. Proc. Third Int. Conf. Soil Mech., Vol. I, Zürich 1953.
- [13] J. Brinch Hansen: The internal forces in a circle of rupture. Geoteknisk Institut, Bulletin No. 2, Copenhagen 1857.
- [14] G.G. Meyerhof: The ultimate bearing capacity of foundations. Geotechnique, Dec. 1951.
- [15] J. Brinch Hansen: Simple statical computation of permissible pileloads. CN-Post No. 13, Copenhagen, May 1951.
- [16] A. W. Skempton, A. A. Yassin and R. E. Gibson: Theorie de la force portante des pieux dans le sable. Ann. de l'Inst. Techn. du Bat. et des Trav. Publ., Paris, Mars-Avril 1953.
- [17] J. Brinch Hansen: Direkte findering. In "Fundering", Teknisk Forlag, Copenhagen 1960.
- [18] J. Brinch Hansen: Brudstadieberegning og partialsikkerheder I geoteknikken. Ingeniøren, 11-05-1956 and Geoteknisk Institut, Bulletin No. 1, Copenhagen 1956.
- [19] J. Brinch Hansen: Definition und Grösse des Sicherheitsgrades im Erd- und Grundbau. Bauingenieur 1959, Heft 3.
- [20] G.G. Meyerhof: Influence of roughness of base and groundwater conditions on the ultimate bearing capacity of foundations. Geotechnique, Sept. 1955.