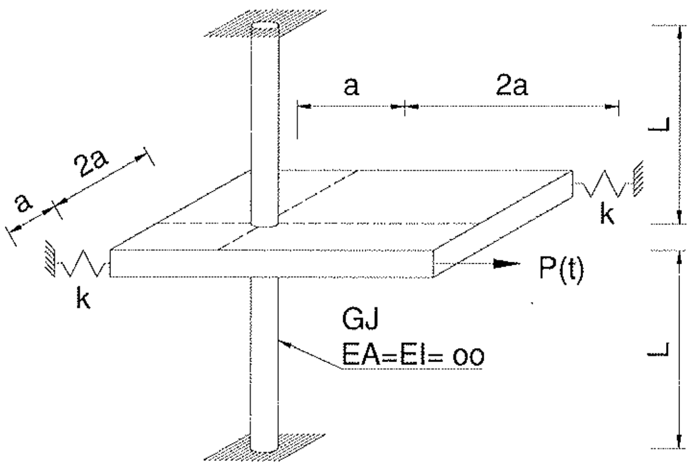
Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Civil
04 de Septiembre de 2009

CONTROL I
CI42G Dinámica de Estructuras
Prof: Rubén Boroschek Krauskopf

2 horas
Sin apuntes
Sin consultas
Hojas Separadas

Problema 1:



Se tiene una placa cuadrada de rigidez infinita en todas dimensiones, con lados $3a$, espesor e y densidad γ. La placa esta sujeta por dos barras sin masa de longitud L, flexible sólo en torsión, las cuales se encuentran empotradas en sus extremos. Se disponen además 2 resortes lineales de rigidez k, en el plano de la placa, y orientados de manera paralela a 2 de sus aristas. El sistema es sometido a una solicitación $P(t)$, también en el plano de la placa y paralela a una de sus aristas. De acuerdo a esto, se pide:

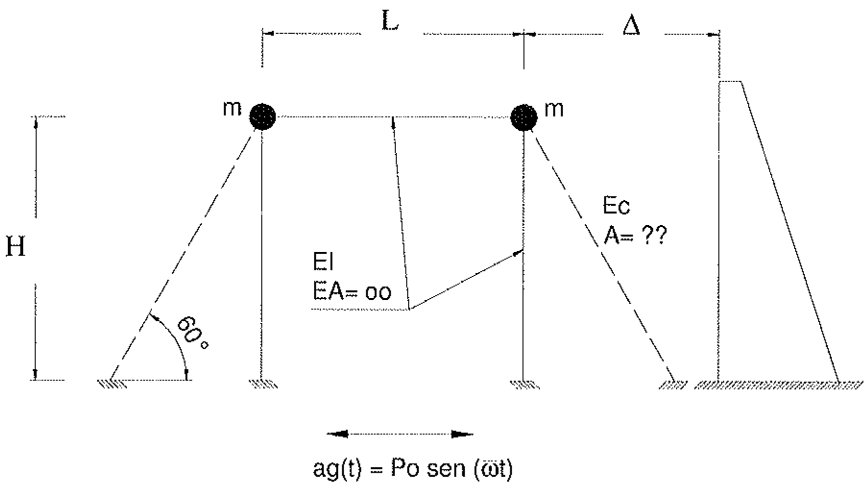
i) Determine la frecuencia natural de vibración del sistema.
ii) Asumiendo una razón de amortiguamiento $\beta = 30\%$, determine la ecuación de movimiento del sistema (expresar simbólicamente la ecuación completa).

Datos:

- a : 1 m
- e : 0,1 m
- γ : 7,85 tonf/m³
- L : 3 m
- k : 1000 tonf/m
- GJ : 1000 tonf·m²

Problema 2:

Considere el marco rígido de la siguiente figura (LOS CÍRCULOS NEGROS SON MASAS PUNTUALES, NO RÓTULAS):



Se pide:

i) Determinar la ecuación de movimiento del sistema sometido a una aceleración basal *ag(t)*. Escribir los parámetros en forma simbólica.

ii) Existe una gran estructura infinitamente rígida a una distancia horizontal Δ del marco analizado. A fin de evitar el choque entre ambos, usted decide poner cables tensores a cada lado de la estructura. Si la elasticidad del material del cable es *Ec*, determine la sección mínima del cable, requerida para evitar el choque.

Datos:

- L : 10 m
- H : 5 m
- m : 10 tonf·s²/m
- Δ : 50 cm
- EI : 1000 tonf·m²
- Ec : 2100 tonf/cm²
- Po : 5 m/s²
- ω : 28 RPM
- β : 0,05

Indicación:
Considerar sólo respuesta en régimen permanente.

Problema 3:

Suponga un oscilador de 1 GDL, de masa *m* y rigidez *k*. El oscilador se somete a una carga *P* constante durante un tiempo *To*, para posteriormente vibrar libremente. Se pide

i) Determine el desplazamiento y velocidad del sistema en el tiempo *To*.
ii) Determine la amplitud máxima de desplazamiento del sistema, y el tiempo en que se produce. ¿Esta amplitud máxima se produce en la fase con carga o en vibración libre?

Datos:

- m : 10 tonf·s²/m
- k : 1000 tonf/m
- Po : 100 tonf
- β : 0,30

Indicaciones:

- La solución de la ecuación de movimiento corresponde a una solución general en vibración libre, más una solución particular para la fuerza ejercida sobre el sistema.

$$u(t)_{general} = \exp(-\beta\omega_n t)\cdot(A\cos(\omega_d \cdot t) + B\sin(\omega_d \cdot t))$$
$$u(t)_{particular} = ?$$

- Resolver primero entre t = 0 y *To*, y considerar los resultados en *To* como condiciones iniciales de un problema de oscilación libre.

CI426 DINÁMICA DE ESTRUCTURAS - 2009/2

PAUTA CONTROL 1

PROBLEMA 1

- CÁLCULO DE RIGIDEZ

BARRAS: $\dfrac{2GJ}{L}$

RESORTES: $ka^2 + (2a)^2 k = 5a^2 k$

$$\boxed{k^* = \frac{2GJ}{L} + 5ka^2 = 11.000 \text{ tonf}\cdot\text{m}}$$

- CÁLCULO DE MASA EFECTIVA

$$m = \frac{3a \cdot 3a \cdot e \cdot \gamma}{g} = 0{,}72 \text{ tonf}\frac{s^2}{m}$$

$$I_g = \frac{m}{12}\left[(3a)^2 + (3a)^2\right] = \frac{m}{12}\cdot 18a^2 = \frac{3}{2}ma^2$$

$$I_o = I_g + mr^2 = \frac{3}{2}ma^2 + \left(\frac{a}{2}\sqrt{2}\right)^2$$

$$\boxed{m^* = 2ma^2 = 1{,}44 \text{ tonf}\cdot s^2\cdot m}$$

i) $\omega_n = \sqrt{\dfrac{k^*}{m^*}} = 87{,}39 \dfrac{rad}{s}$

ii) $c^* = 2m^*\omega_n\beta = 75{,}52 \text{ tonf}\cdot m\cdot s$

Ecuación

$$m^*\ddot{\theta} + c^*\dot{\theta} + k^*\theta = a\cdot P(t)$$

P2

i) MARCO: $k^* = \frac{96}{7}\frac{EI}{h^3} = 109{,}71 \ \frac{tonf}{m}$

(OBTENER $[K]_{33}$ Y CONDENSAR

$$m^* = 2m = 20 \ tonf \cdot \frac{s^2}{m}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}} = 2{,}34 \ \frac{rad}{s}$$

$$C^* = 2\, m^* \omega_n \beta = 4{,}68 \ tonf \cdot \frac{s}{m}$$

Ecuación:

$$m^* \ddot{x} + C^* \dot{x} + k^* x = -m^* \cdot P_0 \, sen(\bar{\omega} t)$$

ii) CALCULO DESPLAZAMIENTO EFECTIVO

$$P_0^* = m^* \cdot P_0 = 400 \ tonf$$

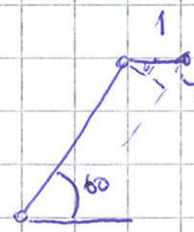
$$u_{max} = \frac{P_0^* / k^*}{\sqrt{(1-\gamma^2)^2 + (2\beta\gamma)^2}}$$

$$\bar{\omega} = \frac{RPM \cdot 2\pi}{60} = 2{,}93 \ \frac{rad}{s}$$

$$\gamma = 1{,}25$$

$$\boxed{u_{max} = 1{,}57 \ m}$$

- CONFIGURACIÓN CON CABLE (SE SUMA). LOS CABLES SOLO TOMAN TENSIÓN.



$$\delta = \cos(60) = 1/2$$

$$k_{cable} = \frac{EA}{L} \cdot \delta = E_c \cdot \frac{A \cdot \operatorname{sen} 60}{2h}$$

$$\boxed{k^{*g} = k^{*} + E_c \cdot \frac{A \cdot \operatorname{sen} 60}{2h}}$$

IMPONER $\cancel{\omega}^{g} = \omega_n{}^{g} = \sqrt{\frac{k^{*g}}{m}}$

$$\gamma^{g} = \frac{\omega}{\omega_n{}^{g}}$$

$$u_{max}{}^{g} = \Delta = \frac{P_0{}^{*} / k^{*g}}{\sqrt{(1-\gamma'^{2})^{2} + (2\beta\gamma')^{2}}}$$

DESPEJAR Δ NUMÉRICAMENTE.

P3

FASE 1/

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P_0 \qquad c = 2m\omega_n\beta$$

SOLUCIÓN =

$$u(t) = e^{-\beta\omega_n t} \cdot (A\cos(\omega_d \cdot t) + B\,\mathrm{sen}(\omega_d t)) + P_0/k$$

CONDICIONES INICIALES:

$$\begin{aligned} u(0) &= 0 \\ \dot{u}(0) &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} A &= -P_0/k \\ B &= -\frac{P_0}{k}\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{aligned}$$

↳ CALCULAR $u(T_0)$
$\dot{u}(t_0)$

FASE 2/ VIBRACIÓN LIBRE CON CONDICIONES INICIALES

$$u(t) = e^{-\beta\omega_n t}\left[u(t_0)\cos\omega_D t + \left(\frac{\dot{u}(t_0) + \beta\omega_n u(t_0)}{\omega_D}\right)\mathrm{sen}\,\omega_D t\right]$$

↳ t empieza de nuevo a partir de t_0.

- MÁXIMO EN FASE I y II → $\dot{u}(t) = 0$
- OBTENER Y COMPARAR