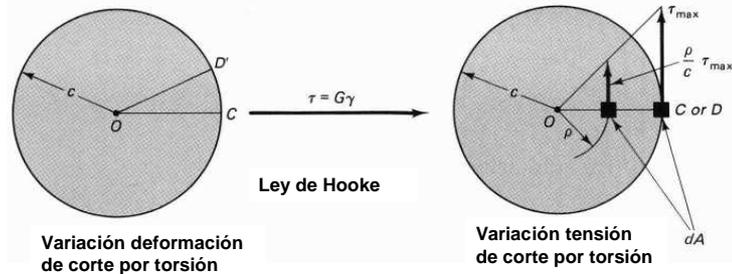


Torsión

– Barra circular elástica



$$\tau_{\max} = \frac{Tc}{J}$$

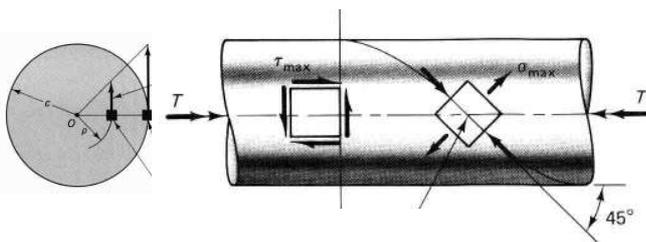
$$J = \int_A \rho^2 dA = \frac{\pi c^4}{2}$$

τ_{\max} = tensión máxima de corte por torsión
T = esfuerzo torsor
c = radio de la barra
J = momento polar



Engineering mechanics of solids (E. Popov, 1990)

Torsión



acero



arenisca

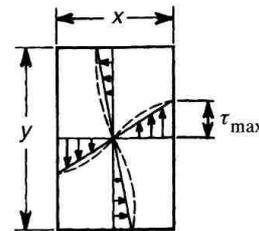
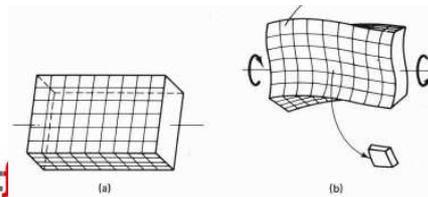
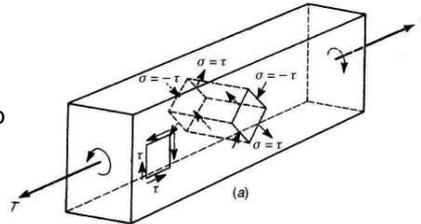


Engineering mechanics of solids (E. Popov, 1990)

Torsión

– Elemento No Circular

- Alabeo de la sección (complejo matemáticamente)
- Mayores tensiones en lado largo (para radio equivalente menor)
- Cero tensión de corte en esquinas
- Concentración de tensiones de corte en periferia de la sección (para comportamiento inelástico)



Engineering mechanics of solids (E. Popov, 1990)
Nilson (1999)



Torsión

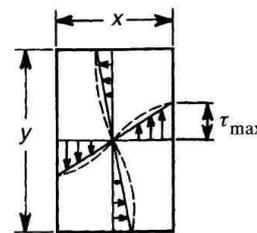
– Tensiones de corte

- Simplificación de la distribución no-lineal de tensiones de corte por torsión en sección no circular

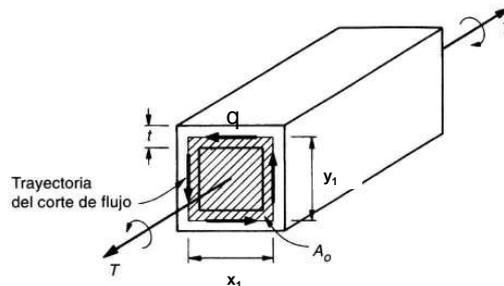
$$\tau = \frac{q}{t}$$

$$A_o \equiv x_1 y_1$$

$$T = 2qx_1 y_1 / 2 + 2qy_1 x_1 / 2 = 2qx_1 y_1 = \tau 2A_o t$$



- τ = tensión de corte por torsión
- T = esfuerzo torsor
- q = flujo de corte por torsión
- x_1 = distancia horizontal entre centros del flujo de corte
- y_1 = distancia vertical entre centros del flujo de corte
- t = espesor de la sección donde se concentran los esfuerzos de corte



Nilson (1999)

Torsión

- Torsión de agrietamiento

- Tensión de fisuración por corte estimada

$$\tau \approx 0.33\sqrt{f'_c} [MPa] \quad \text{relacionada con tensión de fisuración por tracción}$$

$$A_o \approx \frac{2}{3} A_{cp} \quad t \approx \frac{1}{4} b \approx \frac{3}{4} \frac{A_{cp}}{P_{cp}}$$

A_{cp} = área encerrada por el perímetro de la sección transversal

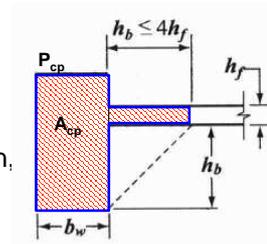
P_{cp} = perímetro de la sección transversal

$$T_{cr} = \tau 2A_o t = 0.33\sqrt{f'_c} \frac{(A_{cp})^2}{P_{cp}}$$

- Se puede incluir la contribución de losa (con limitaciones) para determinar el parámetro $(A_{cp})^2/P_{cp}$

- Torsión crítica (no requiere análisis de torsión, S.11.6.1)

$$T_u \leq T_{crítica} = \phi 0.25 T_{cr} = \phi 0.083\sqrt{f'_c} \frac{(A_{cp})^2}{P_{cp}}$$



$$T_{crítica} = \phi 0.083\sqrt{f'_c} \frac{(A_{cp})^2}{P_{cp}} \sqrt{1 + \frac{N_u}{0.33A_g\sqrt{f'_c}}}$$

ACI318-05 incluye además el aumento/disminución de capacidad al corte por torsión en elementos con carga axial

Torsión de Diseño (T_u)

- Torsión mayorada (T_u) (S.11.6.2)

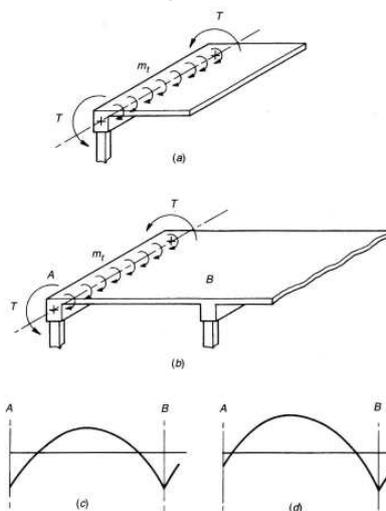
- Debe diseñarse a torsión si $T_u > T_{crítica} = \phi 0.083\sqrt{f'_c} \frac{(A_{cp})^2}{P_{cp}}$

- Torsión primaria o de equilibrio: estáticamente determinada en una estructura

- Debe diseñarse para los valores de T_u determinados por cálculo

- Torsión secundaria o de compatibilidad: estáticamente indeterminada en una estructura

- Se permite disminuir los valores de la sollicitación (T_u) hasta la torsión de agrietamiento por re-distribución inelástica de la torsión



$$T_u = \phi T_{cr} = \phi 0.33\sqrt{f'_c} \frac{(A_{cp})^2}{P_{cp}} \sqrt{1 + \frac{N_u}{0.33A_g\sqrt{f'_c}}}$$

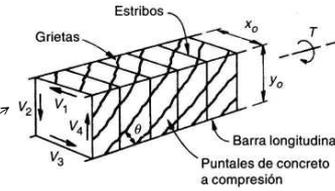
ACI318-05 incluye además el aumento/disminución de capacidad al corte por torsión en elementos con carga axial

Resistencia a la Torsión (T_n)

– Contribución de los estribos en las 4 caras del elemento (S.11.6.3.6)

$$T_n = \sum_{i=1}^4 V_i l_i = \frac{2A_o A_t f_{yt}}{s} \cot \theta$$

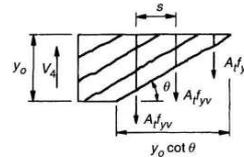
$l_i = x_o/2 \text{ ó } y_o/2$



$A_{oh} = x_o y_o$ Área encerrada por el eje de los estribos

$A_o = 0.85 A_{oh}$ A_o reemplaza A_{oh} en ACI 318-05 (S.11.6.3.6)

- A_t = área de 1 rama de estribo a torsión
- f_{vt} = tensión de fluencia de acero de estribos a torsión
- A_o = área encerrada por el eje del flujo de corte
- A_{oh} = área encerrada por el eje de los estribos
- x_o = distancia horizontal entre ejes de estribos a torsión
- y_o = distancia vertical entre ejes de estribos a torsión
- θ = ángulo de inclinación de fisuras por torsión
- s = espaciamiento de estribo a torsión



$$V_4 = \frac{y_o \cot \theta A_t f_{yt}}{s}$$

$$l_4 = \frac{x_o}{2}$$

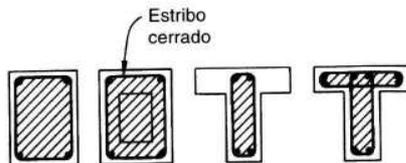


Resistencia a la Torsión (T_n)

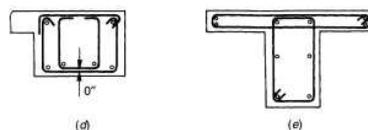
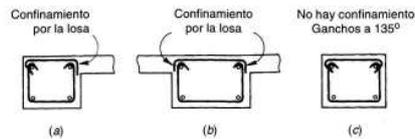
– Resistencia a la Torsión, consideraciones:

- Criterio de Diseño $T_u \leq \phi T_n$ $\phi = 0.85$ (ACI 318-95)
- A_{oh} se basa en área encerrada por estribos $\phi = 0.75$ (ACI 318-05)
- Estribos cerrados (contribución 4 caras)
- Confinamiento de estribos (S.11.6.4)
 - Gancho 135°
 - Gancho 90° si existe confinamiento de losa
- $30 \leq \theta \leq 60$. Se puede tomar $\theta = 45^\circ$

$$T_n = \sum_{i=1}^4 V_i l_i = \frac{2A_o A_t f_{yt}}{s} \cot \theta$$



A_{oh} = área sombreada
= Área encerrada por el eje de los estribos



Torsión

– Limitación por agrietamiento (S.11.6.3.1) $A_o = 0.85A_{oh}$

• Tensiones de corte por torsión

$$t \approx \frac{A_{oh}}{P_h} \quad (\text{para sección fisurada})$$

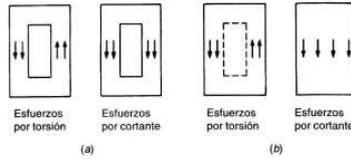
$$T = \tau 2A_o t \Rightarrow \tau_{torsión} = \frac{T}{2A_o t} = \frac{TP_h}{1.7(A_{oh})^2}$$

P_h = perímetro del área encerrada por el eje de los estribos ($A_{oh}=2(x_o+y_o)$)

• Superposición de tensiones de corte por corte directo y torsión

$$\tau = \tau_{corte} + \tau_{torsión} = \frac{V}{b_w d} + \frac{TP_h}{1.7(A_{oh})^2}$$

(sección hueca)



• Limitación de dimensiones

$$\frac{V_u}{b_w d} + \frac{T_u P_h}{1.7(A_{oh})^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 0.66\sqrt{f'_c} \right) \quad (\text{sección hueca})$$

Si $t < A_{oh}/P_h$ entonces usar el valor real de t , tal que $\frac{T_u P_h}{1.7(A_{oh})^2} \rightarrow \frac{T_u}{1.7A_{oh} t}$

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d} \right)^2 + \left(\frac{T_u P_h}{1.7(A_{oh})^2} \right)^2} \leq \phi \left(\frac{V_c}{b_w d} + 0.66\sqrt{f'_c} \right) \quad (\text{sección sólida})$$

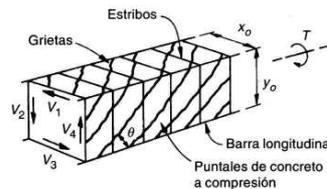
Menor tensiones de corte en sección sólida por distribución de tensiones de corte directo en toda la sección



Armadura longitudinal por Torsión (A_l)

– Contribución al aumento de la tensión de tracción en el refuerzo longitudinal en las 4 caras del elemento (S.11.6.3.7)

$$\Delta N = \sum_{i=1}^4 \Delta N_i = \frac{A_l f_{yt} P_h}{s} \cot^2 \theta$$



– Refuerzo adicional longitudinal por torsión

$$A_l f_{yt} = \frac{A_t f_{yt} P_h}{s} \cot^2 \theta$$

A_l = área total de refuerzo longitudinal adicional por torsión

f_{yt} = tensión de fluencia de acero de refuerzo longitudinal

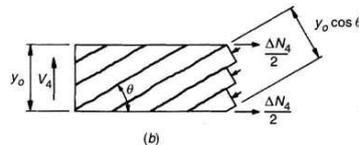
A_t = área de 1 rama de estribo a torsión

f_{yt} = tensión de fluencia de acero de estribos a torsión

P_{oh} = perímetro del área encerrada por el eje de los estribos ($A_{oh}=2(x_o+y_o)$)

θ = ángulo de inclinación de fisuras por torsión

s = espaciamiento de estribo a torsión



$$V_4 = \frac{y_o \cot \theta A_t f_{yt}}{s} = f_4 \sin \theta$$

$$\Delta N_4 = f_4 \cos \theta = \frac{y_o \cot^2 \theta A_t f_{yt}}{s}$$



Torsión

– Otros requisitos

- Limitación para f_{yt} , $f_{yt} \leq 420 \text{ MPa}$
 - Control de fisuras (S.11.6.3.4)
- Armadura corte
 - mínima por torsión $(A_v + 2A_t)_{\min} = 0.062\sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}} \geq 0.35 \frac{b_w s}{f_{yt}}$
 - Espaciamiento máximo $s \leq \begin{cases} P_h/8 \\ 300\text{mm} \end{cases}$
- Armadura longitudinal
 - Mínima adicional por torsión $A_t \geq 0.42 \frac{\sqrt{f'_c} A_{cp}}{f_{yt}} - \frac{A_t f_{yt} P_h}{s f_{yt}}$
 Con A_t de cálculo (no el mínimo) tal que, $\frac{A_t}{s} \geq 0.175 \frac{b_w}{f_{yt}}$
 - Espaciamiento máximo = 300mm
 - Diámetro de barra $d_{b,\text{longitudinal}} \geq \begin{cases} 10\text{mm} \\ 0.042s_{\text{estribos}} \end{cases}$
 - Se permite la reducción (limitada) del refuerzo longitudinal en zona en compresión
- Diseño por torsión a “d” del apoyo (a menos que exista un momento torsor concentrado dentro de “d” → diseño en la cara del apoyo)

Notar el factor 2 que considera 2 ramas que superponen la armadura de corte por torsión (A_t) y corte directo (A_v).
Ecuación adicional en ACI 318-05 al igual que para corte.

