

CI42A: ANALISIS ESTRUCTURAL

Prof.: Ricardo Herrera M.



Programa CI42A

NUMERO	NOMBRE DE LA UNIDAD	OBJETIVOS
3	Método de Flexibilidad	Calcular esfuerzos en una estructura hiperestática usando el método de flexibilidad.
DURACIÓN		
3 semanas		
CONTENIDOS		BIBLIOGRAFÍA
3.1.	Ecuaciones de compatibilidad de desplazamiento, cálculo de los coeficientes de flexibilidad y desplazamientos producto de acciones externas.	[Belluzi, Pág. 20] [Hibbeler, Pág. 9] [Hidalgo, Pág. 6]
3.2.	Cálculo de desplazamientos en estructuras hiperestáticas.	[Laible, Pág. 8] [Leet, Pág. 10]
3.3.	Elección de sistema isostático fundamental, aplicaciones a estructuras simétricas y antisimétricas, vigas continuas (teorema de los tres momentos).	[Luthe, Pág. 3, 4] [Popov, Pág. 12]
3.4.	Líneas de influencia en sistemas indeterminados.	[Rosenberg, Pág. 4]



Capítulo 3: Método de flexibilidad

3.1. Ecuaciones de compatibilidad de desplazamiento, cálculo de los coeficientes de flexibilidad y desplazamientos producto de acciones externas



Método de flexibilidad

- El método de flexibilidad (o de las fuerzas) consiste en transformar la estructura hiperestática original en otra estructura isostática, llamada Estructura Isostática Fundamental, la cual recibe la totalidad de la sollicitación original más la acción de fuerzas en los vínculos que han sido liberados para transformar la estructura en isostática.



Método de flexibilidad

- Estas fuerzas, denominadas fuerzas redundantes, son las incógnitas del problema y se evalúan imponiendo a los desplazamientos de los vínculos liberados la condición de restaurar la situación cinemática original de la estructura (compatibilidad de deformaciones)

Método de flexibilidad

- El método consiste en resolver la EIF para las acciones externas y cada una de las fuerzas redundantes por separado, para luego superponer los valores de desplazamiento en los vínculos liberados e igualar el resultado al valor de ese desplazamiento en la estructura original.

Método de flexibilidad

■ Notas:

- La EIF no es única para cada problema.
- Una inadecuada elección de la EIF puede conducir a una superposición incierta debido a que alguno de los desplazamientos puede tener un orden de magnitud varias veces superior a los otros.

Método de flexibilidad

- ### ■ Asentamientos de apoyo, defectos de construcción y cambios de temperatura:

$$r_i = r_i(R) + \sum_{j=1}^N f_{ij} \cdot X_j + r_i(\delta) + r_i(\Delta L) + r_i(\Delta T)$$

Asentamiento de
apoyo

Defecto de
construcción

Cambio de
temperatura

Método de flexibilidad

- Esquema del método de flexibilidad
 1. Determinar GIE.
 2. Definir EIF.
 3. Resolver EIF para:
 - Acciones reales
 - Fuerzas redundantes
 4. Imponer condiciones de compatibilidad en los g. de l. liberados => sistema de ecuaciones.
 5. Resolver el sistema de ecuaciones para obtener las fuerzas redundantes.
 6. Obtener diagramas por superposición.
 7. Encontrar desplazamientos en puntos de interés

Capítulo 3: Método de flexibilidad

3.2. Cálculo de desplazamientos en estructuras hiperestáticas

Cálculo de desplazamientos en estructuras hiperestáticas

- Ecuaciones de Bresse
- Clapeyron
- Castigliano
- TTVC
- Carga unitaria
- Condiciones particulares de la estructura

Capítulo 3: Método de flexibilidad

3.3. Elección de sistema isostático fundamental, aplicaciones a estructuras simétricas y antimétricas, vigas continuas (teorema de los tres momentos)

3.3.1. Simetría

- Para poder aplicar consideraciones de simetría, se debe tener
 - Simetría estructural
 - Simetría de las acciones

3.3.1. Simetría

- Simetría estructural
 - Simetría planar: la estructura es simétrica respecto a un plano que la atraviesa
 - Simetría axial: la estructura es simétrica respecto a un eje
 - Simetría puntual (solo 3D): la estructura es simétrica respecto a un punto

3.3.1. Simetría

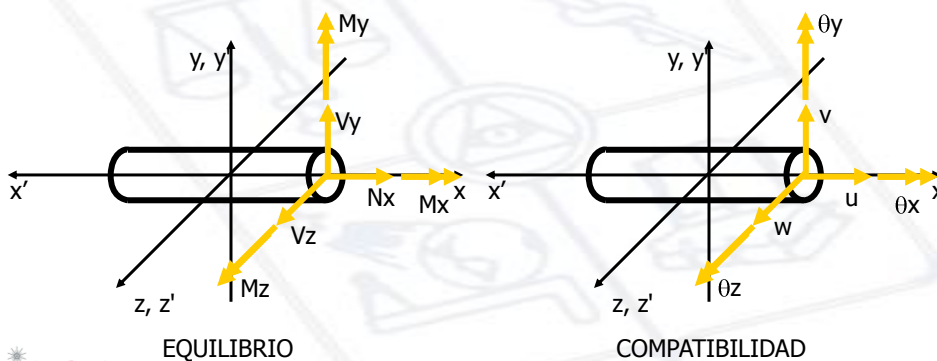
- Simetría de las acciones

La definición depende del tipo de simetría estructural

- Cargas simétricas
- Cargas antisimétricas
- Cargas asimétricas

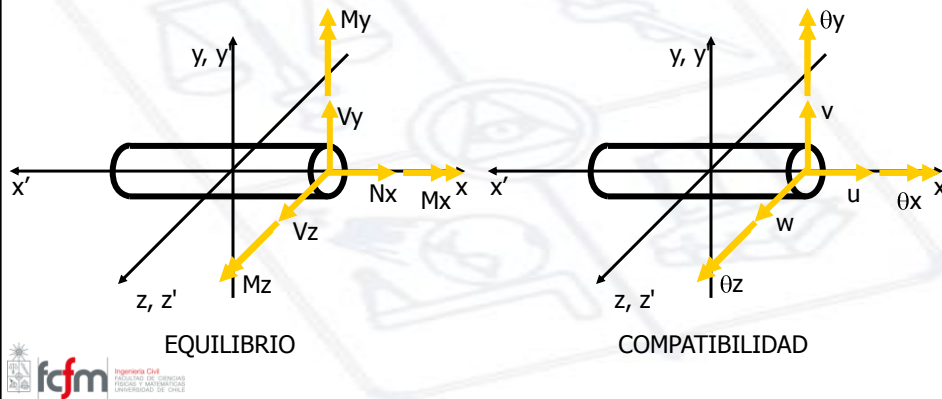
3.3.1. Simetría

- Estructura con simetría planar, acciones simétricas



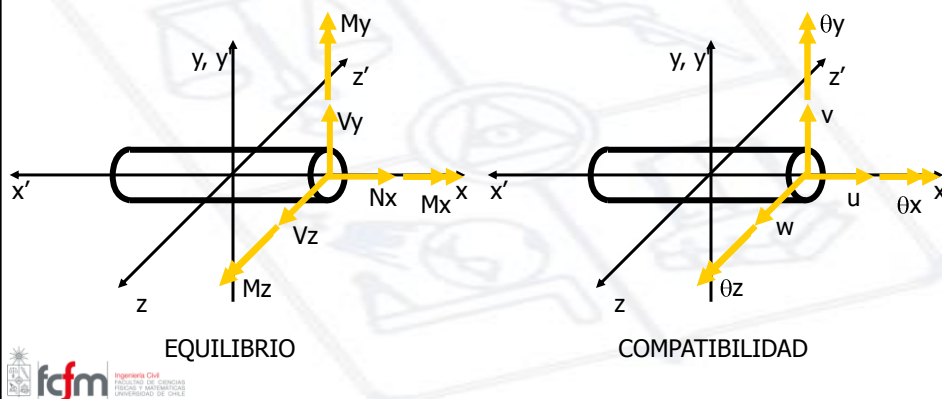
3.3.1. Simetría

- Estructura con simetría planar, acciones antisimétricas



3.3.1. Simetría

- Estructura con simetría axial, acciones simétricas



3.3.1. Simetría

■ Tabla

	Planar		Axial		Puntual	
	S	A	S	A	S	A
N_x	?	0	?	0		
V_y	0	?	0	?		
V_z	0	?	?	0		
M_x	0	?	?	0		
M_y	?	0	0	?		
M_z	?	0	?	0		

3.3.1. Simetría

■ Tabla

	Planar		Axial		Puntual	
	S	A	S	A	S	A
u	0	?	0	?		
v	?	0	?	0		
w	?	0	0	?		
θ_x	?	0	0	?		
θ_y	0	?	?	0		
θ_z	0	?	0	?		

3.3.1. Simetría

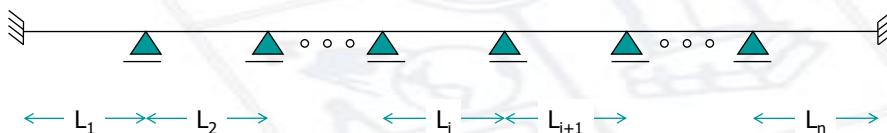
- Por qué usar simetría
 - La estructura equivalente puede tener menor grado de indeterminación que la original
 - Puede convenir elegir una EIF simétrica, ya que acciones simétricas no producen deformaciones antisimétricas y viceversa

3.3.2. Estructuras repetitivas

- En estructuras repetitivas, se puede aplicar subestructuración (ver clase)

3.3.3. Método de los 3 momentos

- Aplicado a vigas continuas



3.3.3. Método de los 3 momentos

- Definiendo

$$\lambda_i = \frac{L_i}{EI_i}$$

$$\theta_i(P) = \frac{\omega_i a_i \lambda_i}{L_i^2} + \frac{\omega_{i+1} b_{i+1} \lambda_{i+1}}{L_{i+1}^2}$$

$$\frac{1}{6} \begin{bmatrix} 2\lambda_1 & \lambda_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \lambda_1 & 2(\lambda_1 + \lambda_2) & \lambda_2 & 0 & & & & \vdots \\ 0 & \lambda_2 & 2(\lambda_2 + \lambda_3) & \lambda_3 & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & 0 & \lambda_i & 2(\lambda_i + \lambda_{i+1}) & \lambda_{i+1} & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & \lambda_{n-1} & 2(\lambda_{n-1} + \lambda_n) & \lambda_n \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \lambda_n & 2\lambda_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_0 \\ X_1 \\ \vdots \\ X_{i-1} \\ X_i \\ X_{i+1} \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \theta_0(P) \\ \theta_1(P) \\ \vdots \\ \theta_{i-1}(P) \\ \theta_i(P) \\ \theta_{i+1}(P) \\ \vdots \\ \theta_n(P) \end{Bmatrix} = \{\vec{0}\}$$

Capítulo 3: Método de flexibilidad

3.4. Líneas de influencia en
estructuras hiperestáticas

Ver Capítulo 1 y Leet