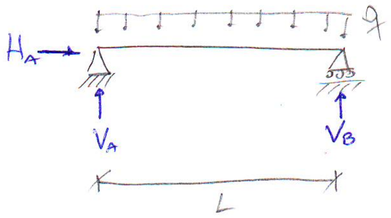
Pauta Ejercicio 5
CI42A - Analisis Estructural

Pregunta 2

Para la viga simplemente apoyada con una carga Distribuida "q" se tiene:

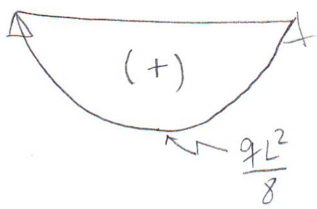


$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow H_A = 0$

$\Sigma F_y = q \Rightarrow V_A + V_B = qL$

$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow V_A = V_B = \frac{qL}{2}$

Diagrama de momento para carga distribuida.

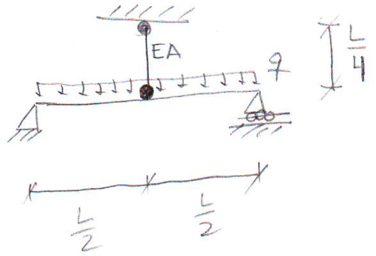


$M_q(x) = \frac{qL}{2}x - \frac{qx^2}{2}$; $x \in [0, L]$

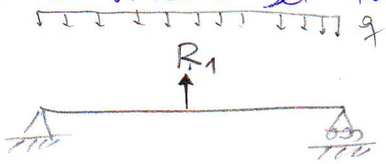
$\therefore$ Maximo momento $M_{max} = \frac{qL^2}{8}$

Para la situacion con refuerzo tenemos:

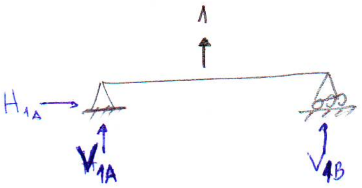
$GIE = 1$



$\Rightarrow$ Liberando el vinculo del tensor



Cálculo de esfuerzos provocados por ~~...~~ Carga unitaria

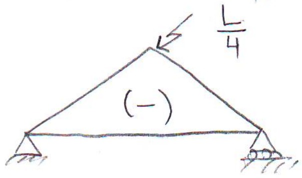


$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow H_{1A} = 0$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow V_{1A} + V_{1B} = -1$

$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow \frac{L}{2} \cdot 1 + V_{1B} \cdot L = 0 \Rightarrow V_{1B} = -\frac{1}{2} \Rightarrow V_{1A} = -\frac{1}{2}$

Momento para carga unitaria.



$$M_1(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} & ; x \in [0, \frac{L}{2}) \\ -\frac{x}{2} - 1(x - \frac{L}{2}) & ; x \in [\frac{L}{2}, L] \end{cases}$$

De la ecuación de compatibilidad se tiene.

$$\Delta = f_{11} \cdot R_1 + \Delta_{1q}$$

DONDE
Δ = Desplazamiento Real
f_{11} = coef. de flexibilidad
Δ_{1q} = Desplazamiento provocado por q en la dirección de la carga unitaria.

$$\Delta_{1q} = \int_0^L \frac{M_1 \cdot M_q}{EI} dx = \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{\left(-\frac{x}{2}\right)\cdot\left(\frac{qL}{2}x - \frac{qx^2}{2}\right)dx}{EI} + \int_{\frac{L}{2}}^{L} \frac{\left(-\frac{x}{2}-(x-L/2)\right)\left(\frac{qL}{2}x - \frac{qx^2}{2}\right)dx}{EI}$$

(Se puede desarrollar la integral o bien usar la multiplicación de las Tablas)

Desarrollando ... $\Delta_{1q} = -\frac{5}{384}\frac{qL^4}{EI}$

$$f_{11} = \underbrace{\int_0^L \frac{M_1 \cdot M_1}{EI} dx}_{\text{VIGA}} + \underbrace{\int_0^{\frac{L}{4}} \frac{1 \cdot 1}{AE} dx}_{\text{BIELA}} = \underbrace{\int_0^{\frac{L}{2}} \frac{\left(-\frac{x}{2}\right)^2 dx}{EI} + \int_{\frac{L}{2}}^{L} \frac{\left(\frac{qL}{2}x - \frac{qx^2}{2}\right)^2}{EI}}_{\text{Viga}} + \underbrace{\frac{1 \cdot \frac{L}{4}}{AE}}_{\text{Biela}}$$

2 veces la multiplicación de $\Delta \cdot \Delta$

este es el largo de cada Δ

Desarrollando ... $f_{11} = \frac{2}{3}\frac{\left(\frac{L}{2}\right)}{EI}\left(\frac{L}{4}\right)^2 + \frac{L}{4AE} = \frac{L^3}{48EI} + \frac{L}{4AE}$

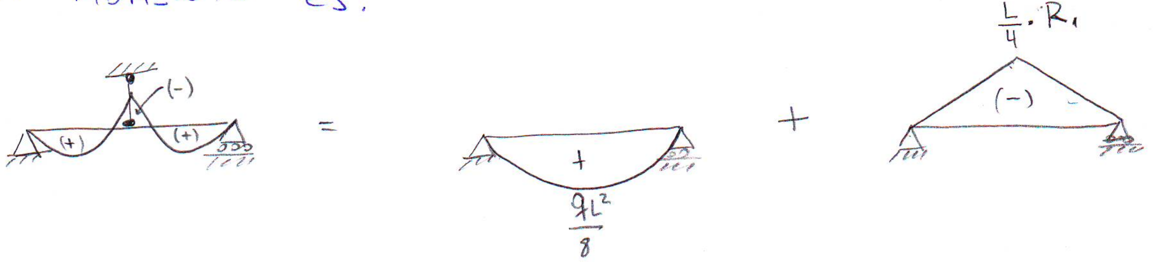
Reemplazando en la ecuación de compatibilidad. Con $\Delta = 0$

$$0 = \left(\frac{L^3}{48EI} + \frac{L}{4AE}\right) \cdot R_1 + \left(-\frac{5}{384}\frac{qL^4}{EI}\right)$$

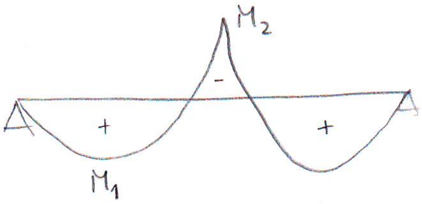
$$\Rightarrow R_1 = \frac{\frac{5}{384}\frac{qL^4}{EI}}{\frac{L^3}{48EI} + \frac{L}{4AE}} = \frac{5}{8}\frac{A q L^3}{(A \cdot L^2 + 12I)}$$

Basta encontrar "A", para ello calculo el momento máximo en la estructura con refuerzo.

El momento es:



$$M(x) = M_q(x) + M_1(x)\cdot R_1 = \begin{cases} \dfrac{qL}{2}x - \dfrac{qx^2}{2} - \dfrac{5}{16}\dfrac{A\,qL^3}{(AL^2+12I)}\,x & ; \quad x \in [0, \frac{L}{2}) \\ \dfrac{qL}{2}x - \dfrac{qx^2}{2} - \left(\dfrac{3}{2}x + \dfrac{L}{2}\right)\dfrac{5}{8}\dfrac{A\,qL^3}{(AL^2+12I)} & ; \quad x \in [\frac{L}{2}, L] \end{cases}$$



NO se sabe si $|M_1|$ o $|M_2|$ es maximo a simple vista.

Asumo $|M_2| > |M_1|$

$\therefore$ impongo $|M_2| = \left(\dfrac{qL^2}{8}\right)\cdot\dfrac{1}{2} \Rightarrow \left|M\left(\frac{L}{2}\right)\right| = \dfrac{qL^2}{16}$

$$\Rightarrow \frac{qL^2}{8} - \frac{5}{64}\frac{A\,qL^4}{(AL^2+6I)} = \frac{qL^2}{16}$$

$$\Rightarrow A = \frac{8\,I}{L^2}$$

Verifico (solo evaluo el primer tramo ya que es simetrico), reemplazo A.

$M(x) = \dfrac{3}{8}qLx - \dfrac{q}{2}x^2 \quad ; x \in [0, \frac{L}{2})$

Busco M_2, $\dfrac{dM(x)}{dx} = 0 \Rightarrow x = \dfrac{3}{8}L \Rightarrow M(x) = |M_2| = \dfrac{9}{128}\,qL^2 \approx 0{,}70\,qL^2$

$|M_1| = \dfrac{1}{16}\,qL^2 \approx 0{,}063\,qL^2$

$\therefore$ se cumple la hipotesis.

Luego $A = 8\,\dfrac{I}{L^2}$