

CI42A: ANALISIS ESTRUCTURAL

Prof.: Ricardo Herrera M.



Programa CI42A

NÚMERO	NOMBRE DE LA UNIDAD	OBJETIVOS
1	Principio de los trabajos virtuales y teoremas de Energía	Manejar definiciones de trabajo y energía. Calcular desplazamientos en sistemas isostáticos.
DURACIÓN		
4 semanas		
	CONTENIDOS	BIBLIOGRAFÍA
1.1.	Definición de trabajo externo, trabajo externo complementario, energía de deformación complementaria, evaluación de la energía de deformación en un segmento de viga, evaluación del trabajo externo (teorema de Clapeyron).	[Belluzi, Cáp. 15, 16] [Gere&Timoshenko, Cáp. 10] [Hibbeler, Cáp. 8] [Laible, Cáp. 7] [Leet, Cáp. 8, 9]
1.2.	Principio de los trabajos virtuales.	[Luthe, Cáp. 1]
1.3.	Teorema de los trabajos virtuales complementarios.	[Popov, Cáp. 15]
1.4.	Principio de la Energía potencial total estacionaria, determinación de funciones de desplazamientos.	[Rosenberg, Cáp. 2] [Timoshenko, Cáp. 10]
1.5.	Teorema de Castigliano I y II.	
1.6.	Método de la carga unitaria para evaluar desplazamiento ante cargas externas, movimiento de apoyo, cambios de temperatura, errores de fabricación.	
1.7.	Teorema de Menabrea, análisis de estructuras hiperestáticas.	
1.8.	Alternativas para elegir los sistemas de fuerzas y desplazamientos, aplicaciones a sistemas con grandes desplazamientos y materiales no lineales.	
1.9.	Teorema de Betti.	
1.10.	Teorema de Maxwell, coeficientes de flexibilidad.	



Programa CI42A

NÚMERO	NOMBRE DE LA UNIDAD	OBJETIVOS
2	Indeterminación estática	Reconocer cuán hiperestática es una estructura.
DURACIÓN		
2 semanas		
CONTENIDOS		BIBLIOGRAFÍA
2.1.	Características de las estructuras hiperestáticas.	[Belluzi, Cáp. 20]
2.2.	Métodos de análisis: flexibilidad y rigidez.	[Hidalgo, Cáp 5] [Laible, Cáp. 2] [Rosenberg, Cáp 3]

NÚMERO	NOMBRE DE LA UNIDAD	OBJETIVOS
3	Método de Flexibilidad	Calcular esfuerzos en una estructura hiperestática usando el método de flexibilidad.
DURACIÓN		
3 semanas		
CONTENIDOS		BIBLIOGRAFÍA
3.1.	Ecuaciones de compatibilidad de desplazamiento, cálculo de los coeficientes de flexibilidad y desplazamientos producto de acciones externas.	[Belluzi, Cáp. 20] [Hibbeler, Cáp. 9] [Hidalgo, Cáp. 6]
3.2.	Elección de sistema isostático fundamental, aplicaciones a estructuras simétricas y antimétricas, vigas continuas (teorema de los tres momentos).	[Laible, Cáp. 8] [Leet, Cáp. 10] [Luthe, Cáp. 3, 4]
3.3.	Cálculo de desplazamientos en estructuras hiperestáticas.	[Popov, Cáp. 12]
3.4.	Líneas de influencia en sistemas indeterminados.	[Rosenberg, Cáp. 4]



Programa CI42A

NÚMERO	NOMBRE DE LA UNIDAD	OBJETIVOS
4	Método de Rigidez	Calcular esfuerzos en una estructura hipertestática usando el método de rigidez.
DURACIÓN		
3 semanas		
CONTENIDOS		BIBLIOGRAFÍA
4.1.	Indeterminación geométrica, barras axialmente indeformables, barras infinitamente rígidas, condensaciones estáticas y geométricas.	[Belluzi, Cáp. 20] [Hibbeler, Cáp. 10, 11, 14, 15] [Hidalgo, Cáp. 7]
4.2.	Determinación de la matriz de rigidez de una barra en coordenadas locales.	[Laible, Cáp. 8, 9] [Leet, Cáp. 11, 12, 15, 16, 17]
4.3.	Método de Pendiente – Deformación	[Luthe, Cáp. 3, 5, Apéndice]
4.4.	Determinación directa de la matriz de rigidez de una estructura, matriz de rigidez horizontal, sistemas de resortes en serie y paralelo.	[Rosenberg, Cáp. 5]

NÚMERO	NOMBRE DE LA UNIDAD	OBJETIVOS
5	Método Iterativo (Cross)	Calcular esfuerzos en una estructura hiperestática usando el método de Cross.
DURACIÓN		
2 semanas		
CONTENIDOS		BIBLIOGRAFÍA
5.1.	Métodos de Cross, factor de distribución, modificaciones del factor de rigidez angular en casos de simetría y antimetría.	[Belluzi, Cáp. 20] [Gere, Cáp. 1,2] [Rosenberg, Cáp. 6]



Programa CI42A

NÚMERO	NOMBRE DE LA UNIDAD	OBJETIVOS
6	Métodos Aproximados	Calcular esfuerzos en una estructura hiperestática usando métodos aproximados.
DURACIÓN		
1 semana		
CONTENIDOS		BIBLIOGRAFÍA
6.1.	Enrejados	[Belluzi, Cáp. 20]
6.2.	Marcos con carga horizontal, método del portal y del voladizo.	[Hibbeler, Cáp. 7] [Leet, Cáp. 14]
6.3.	Marcos con cargas verticales.	

Evaluaciones: Ejercicios, Controles, Laboratorio

$$\text{Aprobación: } NC = \frac{C1 + C2 + C3 + 2 \cdot EX - \min(C1, C2, C3, EX)}{4}$$

$$NC = 4.0$$

$$NE = 4.0$$

$$NL = 4.0$$

Fechas tentativas de control:

Control 1: semana 6, 04/09/09

Control 2: semana 10, 16/10/09

Control 3: semana 14, 13/11/09



Capítulo 0: Introducción

0.1. Definiciones Básicas



Análisis estructural

Herramienta usada durante el proceso de diseño para determinar esfuerzos y deformaciones de una estructura sometida a ciertas acciones.

Requiere:

- Modelo del material (ley constitutiva)
- Modelo de la estructura
- Modelo de las acciones externas
- Cumplimiento de dos principios básicos:
 - equilibrio de fuerzas (compatibilidad estática)
 - compatibilidad geométrica

Estructura

Conjunto o sistema de elementos que transmiten las acciones desde el punto de aplicación de estas hasta los apoyos.

Se habla entonces de sistemas estructurales y elementos estructurales.

Elementos Estructurales

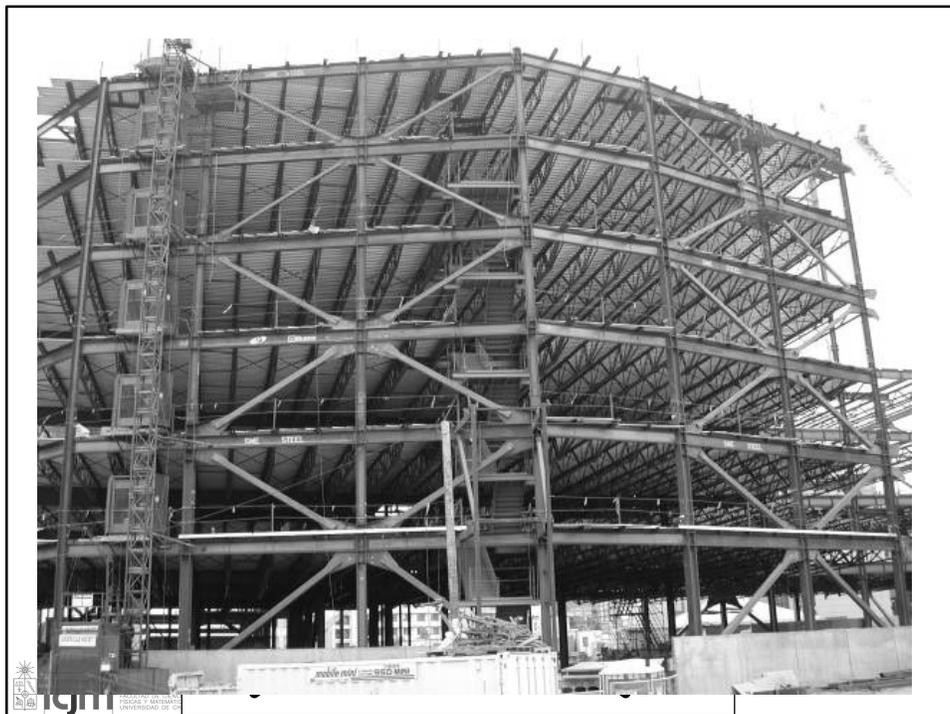
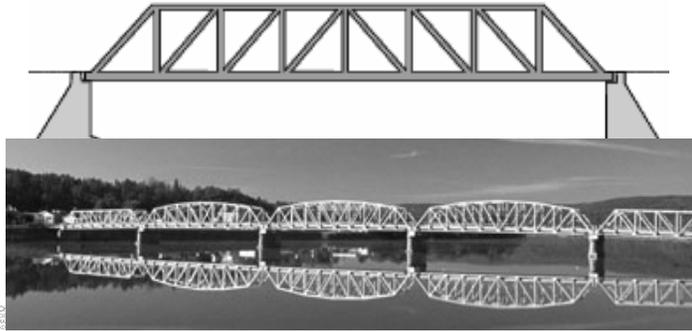
- Unidimensionales: una dimensión es mucho mayor que las otras
 - Elementos que resisten tracción (cables, elementos esbeltos)
 - Elementos que resisten compresión (puntales, suelo, aisladores no apernados)
 - Elementos que resisten tracción y compresión (bielas)
 - Elementos que resisten flexión y corte (vigas)
 - Elementos que resisten esfuerzo axial, flexión y corte (viga-columnas)

Elementos Estructurales

- Bidimensionales: dos dimensiones predominantes sobre la otra
 - Elementos que resisten acciones en el plano (muros)
 - Elementos que resisten acciones perpendiculares al plano (losas)
 - Elementos que resisten presiones (cáscaras, membranas)
- Tridimensionales: tres dimensiones igualmente importantes
 - Cuerpos sólidos (represa curva)

Sistemas Estructurales

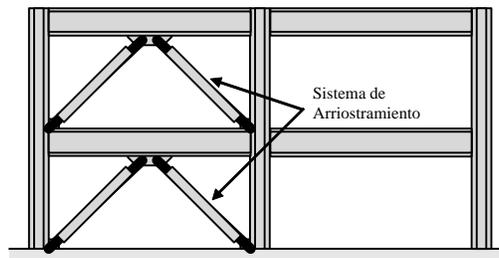
- Enrejados: formados exclusivamente por bielas, sólo resisten acciones aplicadas en los nudos, pueden ser planos o espaciales





Sistemas Estructurales

- Sistemas combinados: formados por enrejados, marcos, muros, cables y/o arcos trabajando en conjunto



Sistemas Estructurales

- Cáscaras y membranas: estanques, silos, calderas, cascos de barco.



Sistemas Estructurales

- Estructuras suspendidas: puentes, techos.



Acciones

- Cargas muertas.
- Cargas vivas estáticas.
- Cargas vivas móviles.
- Impacto.
- Nieve.
- Viento.
- Sismos.
- Otros

Acciones

- CHILE:
 - NCh 1537.of1986(2009?): Cargas permanentes y sobrecargas de uso.
 - NCh 431.of1977(2010?): Sobrecarga de nieve
 - NCh 432.of1971(2009?): Sobrecarga de viento
 - NCh 433.of1996(2009?): Diseño sísmico de edificios
 - NCh 2369.of2003: Diseño sísmico de estructuras e instalaciones industriales
 - NCh 3171 of2009?: Disposiciones generales y combinaciones de cargas
- USA:
 - SEI/ASCE 7-05: Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures

Capítulo 0: Introducción

0.2. Hipótesis Básicas

Hipótesis Básicas

1. El material es homogéneo, isótropo, elástico y lineal, es decir, las deformaciones son proporcionales a las tensiones (es válida la ley de Hooke)

$$\mathbf{s} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{e}$$

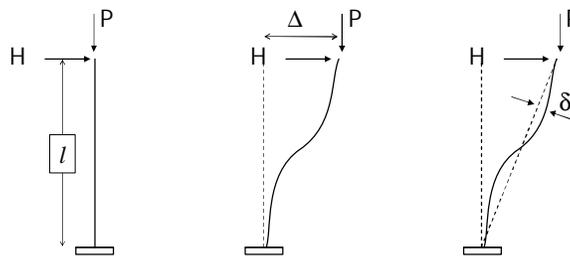
Hipótesis Básicas

1. En tres dimensiones

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \\ \mathbf{g}_{xy} \\ \mathbf{g}_{xz} \\ \mathbf{g}_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\mathbf{n}/E & -\mathbf{n}/E & 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{n}/E & 1/E & -\mathbf{n}/E & 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{n}/E & -\mathbf{n}/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{s}_x \\ \mathbf{s}_y \\ \mathbf{s}_z \\ \mathbf{t}_{xy} \\ \mathbf{t}_{xz} \\ \mathbf{t}_{yz} \end{Bmatrix}$$

Hipótesis Básicas

2. Las deformaciones son pequeñas, el equilibrio puede plantearse en la configuración no deformada sin incurrir en grandes errores



Hipótesis Básicas

1 y 2 implican que las estructuras consideradas tienen comportamiento Elástico y Lineal.

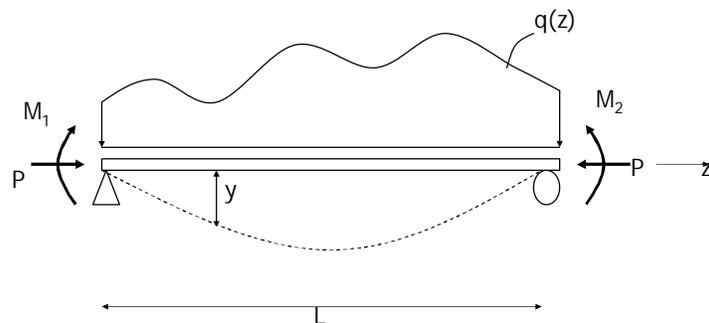
Entonces, es aplicable el principio de superposición: el efecto de varias acciones simultáneas sobre una estructura es equivalente a la suma de los efectos de cada una por separado

Capítulo 0: Introducción

0.3. Relación M-Q-q

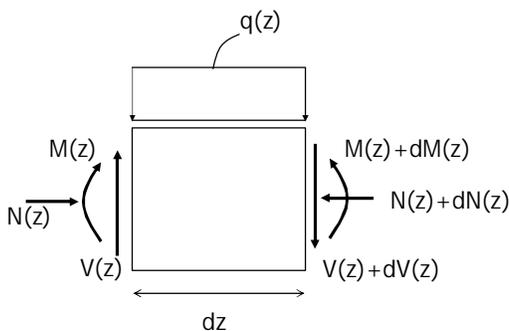
Relación M-Q-q

Consideremos la viga de la figura



Relación M-Q-q

Segmento de longitud dz



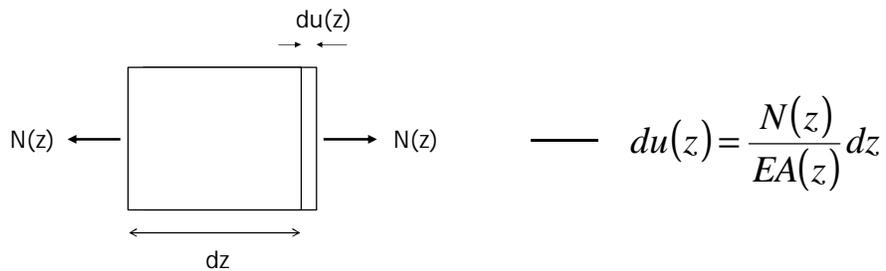
$$\begin{aligned} \frac{dV(z)}{dz} &= -q(z) \\ \frac{dM(z)}{dz} &= V(z) \\ \frac{dN(z)}{dz} &= 0 \end{aligned}$$

Capítulo 0: Introducción

0.4. Deformaciones en un segmento de elemento uniaxial (barra)

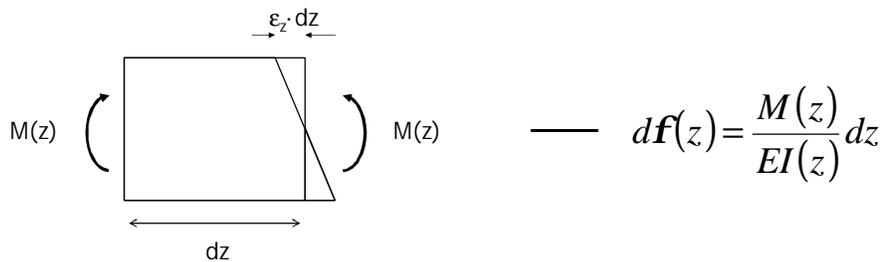
Deformaciones en un...

Deformación debido a esfuerzo axial



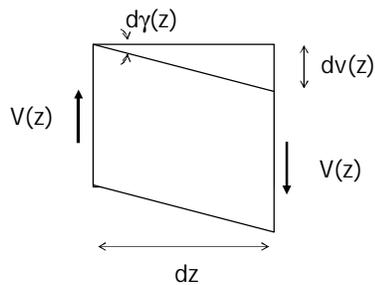
Deformaciones en un...

Deformación debido a flexión



Deformaciones en un...

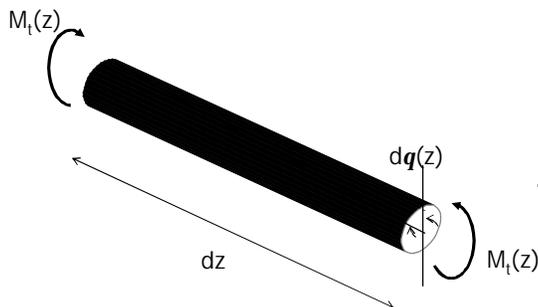
Deformación debido a corte



$$d\mathbf{g}(z) = \frac{dv}{dz} = \frac{V(z)\mathbf{k}}{GA(z)}$$

Deformaciones en un...

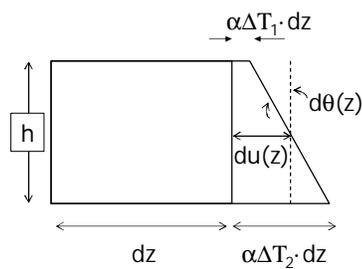
Deformación debido a torsión no restringida



$$d\mathbf{q}(z) = \frac{M_t(z)}{GJ(z)} dz$$

Deformaciones en un...

Deformación debido a temperatura



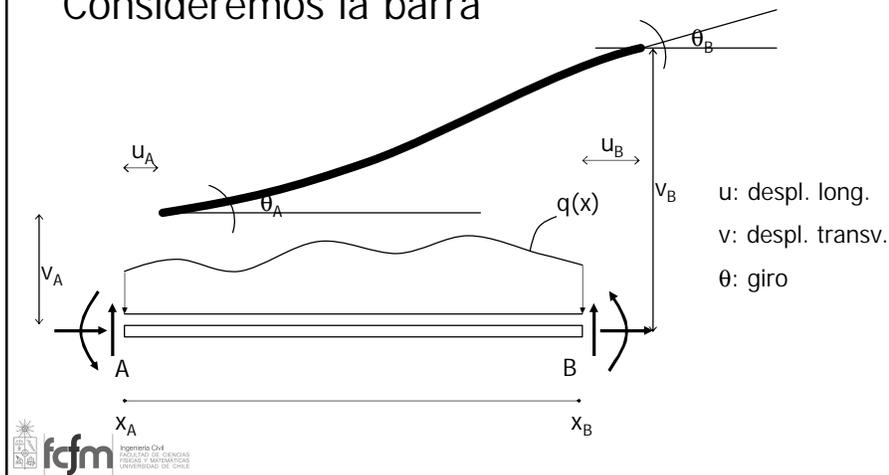
$$du(z) = \frac{\mathbf{a}(\Delta T_1 + \Delta T_2)}{2} dz$$
$$dq(z) = -\frac{\mathbf{a}(\Delta T_1 - \Delta T_2)}{h} dz$$

Capítulo 0: Introducción

0.5. Cálculo de desplazamientos en estructuras isostáticas

Cálculo de desplazamientos...

Consideremos la barra



0.5.1 Ecuaciones de Bresse

Desplazamiento longitudinal

$$u_B = u_A + \int_{x_A}^{x_B} \frac{N(x)}{EA(x)} dx + \int_{x_A}^{x_B} \alpha \Delta T dx$$

Giro

$$q_B = q_A + \int_{x_A}^{x_B} \frac{M(x)}{EI(x)} dx$$

Desplazamiento transversal

$$v_B = v_A + q_A L + \int_{x_A}^{x_B} \frac{M(x)}{EI(x)} (x_B - x) dx - \int_{x_A}^{x_B} \frac{V(x)k}{GA(x)} dx$$

0.5.2 Teoremas de Mohr

1^{er} teorema de Mohr: "La variación de la pendiente entre las tangentes trazadas a la elástica en dos puntos cualesquiera A y B es igual al producto de $1/EI$ por el área del diagrama de momento entre los dos puntos."

$$\Delta q = q_B - q_A = \frac{1}{EI} \int_{x_A}^{x_B} M(x) dx$$

2^o teorema de Mohr: "La desviación de un punto B respecto de la tangente trazada a la elástica en otro punto cualquiera A, medida en la dirección perpendicular a la inicial de la barra trazada por B es igual al producto de $1/EI$ por el momento respecto de B del área del diagrama de momento entre los puntos A y B."

$$v_{B/A} = \frac{1}{EI} \int_{x_A}^{x_B} M(x)(x_B - x) dx$$