Auxiliar 2 (Prim '09)

P1

$$C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \longrightarrow 6CO_2 + 6H_2O$$

a) Lo primero será encontrar la concentración de glucosa.

$$[G] = \frac{2\,mg}{250\,ml} = 8\,mg/l$$

La reacción ocurre entre 1 mol de glucosa con 6 moles de oxigeno.

Las preguntas que hay que hacerse entonces son:

1. ¿A Cuantos moles de glucosa equivalen 8 mg/l?
2. ¿Cuantos moles de O_2 necesito para que reaccionen con ella
3. ¿A cuantos mg/l equivalen esa cantidad de moles/lt?

$\Rightarrow$ Las respuestas tienen relacion con los pesos molares

$$PM_G = 6\cdot 12 + 1\cdot 12 + 6\cdot 16 = 180\ gr/mol$$

1. $\Rightarrow$ 8mg/l equivalen a $4{,}44\times 10^{-5}\ \frac{mol}{lt}$

2. Luego para hacer reaccionar $4{,}44\times 10^{-5}\ \frac{mol}{lt}$ de G se necesitan 6 veces mas de moles de $O_2 \Rightarrow 2{,}66\times 10^{-4}\ \frac{mol}{lt}$

$$PM_{O_2} = 2\cdot 16 = 32\ gr/mol$$

3. $\Rightarrow$ Para consumir 8mg/l de G se necesitan 8,52 mg/l de O_2

$\Rightarrow$ La concentración inicial de O_2 es suficiente.

En general si se busca la relación másica entre un compuesto A y otro B donde reaccionan "a" moles de A con "b" moles de B. La relación viene dada por.

$$* \boxed{[A]\cdot \underbrace{\frac{bPM_B}{aPM_A}}_{r_{BA}} = [B]}$$

Donde la reacción ocurre

$$aA + bB \longrightarrow cC + dD$$

Concentración de A en mg/l

Conc. de B en mg/l

* Verificar con lo calculado anteriormente.

b)

Si la reacción de G es de la forma

$$\frac{d[G]}{dt} = -K_1[G] = r_G \Longrightarrow \boxed{[G] = [G]_0\, e^{-K_1 \cdot t}}$$

$$(I)\quad \frac{d[O_2]}{dt} = r_{O_2} \overset{\text{con }(*)}{=} \frac{d(r_{O_2G}\cdot[G])}{dt} = r_{O_2G}\,\frac{d[G]}{dt} = r_{O_2G}\cdot(-K_1[G])$$

Es claro que $r_{O_2} = r_{O_2G} * r_G$.

De (I) se puede despejar

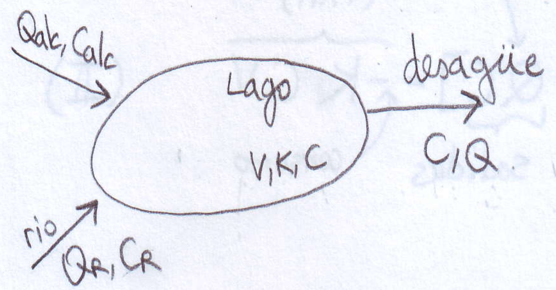
$$[O_2] - [O_2]_0 = \int_0^t -r_{O_2G}\cdot K_1 [G]_0\, e^{-K_1 t}\, dt.$$

$$\boxed{[O_2] = [O_2]_0 - r_{O_2G}\,[G]_0\,(1 - e^{-K_1 t})}$$

c) A las 8 horas se han consumido: 0,26 mg/lt de G

0,28 mg/lt de O_2

P2)



Datos

$V = 10\times10^6\ m^3$	$K = 0.2\ 1/d$
$Q_R = 5\ m^3/s$	$Q_{ALC} = 0.5\ m^3/s$
$C_R = 10\ mg/l$	$C_{ALC} = 200\ mg/l$

Solución general a problemas de balances

→ Balance Volumétrico

$$\frac{dV}{dt} = \sum_{entran} Q_i - \sum_{salen} Q_i$$

→ Balance másico

$$\frac{d(V\cdot C)}{dt} = (rxn)^* = \frac{\partial (V\cdot C)}{\partial t} - \left\{ \sum_{entran} Q_i C_i - \sum_{salen} Q_i C_i \right\}$$

→ $|(rxn)| = r(C)\cdot V$

Donde $r(C)$ puede ser de orden cero, uno, dos, etc...

$$\left.\begin{aligned} r(C)\big|_{cero} &= K_0\cdot C^0 = K_0 \\ r(C)\big|_{uno} &= K_1\cdot C^1 = K_1 C \\ &\vdots \\ r(C)\big|_{n} &= K_n\cdot C^n \end{aligned}\right\}$$ Conociendo las unidades de las constantes K_i se puede deducir el orden de la reacción.

* (rxn) Puede ser de producción o consumo

→ Producción : $(rxn) > 0$

→ Consumo : $(rxn) < 0$.

Solución aplicada a este problema:

a)

$\rightarrow$ Balance masa:

$$\frac{\partial}{\partial t}(V\cdot C) - [\underbrace{Q_{alc}\cdot C_{alc} + Q_R\cdot C_R}_{\text{entradas}} - \underbrace{QC}_{\text{salidas}}] = \overbrace{-K_1 CV}^{(rxn)} \quad (II)$$

$Q_R + Q_{alc}$: Balance volumen.

consumo

Regimen permanente $\frac{\partial}{\partial t} = 0$.

(II)

$$Q_{alc}\cdot C_{alc} + Q_R\cdot C_R = (K_1 V + Q)\cdot C$$

$$\Rightarrow C = \frac{Q_R\cdot C_R + Q_{alc} C_{alc}}{K_1 V + Q} = \frac{5\left[\frac{m^3}{s}\right]\cdot 10\left[\frac{mg}{l}\right] + 0.5\left[\frac{m^3}{s}\right]\cdot 200\left[mg/l\right]}{5{,}5\left[\frac{m^3}{s}\right] + 0.2\left[\frac{1}{d}\right]\cdot\left[\frac{1d}{24hrs}\right]\left[\frac{1hr}{3600s}\right]\times 10^{7}(m^3)}$$

$$\boxed{C = 5{,}24\ mg/l}$$

b) Regimen impermanente.

$$\frac{\partial(CV)}{\partial t} - [Q_R\cdot C_R - QC] = -KCV \longrightarrow V\frac{\partial C}{\partial t} - Q_R C_R + QC + KC\cdot V = 0.$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \left(\frac{Q}{V} + K\right)\cdot C = \frac{Q_R\cdot C_R}{V}.$$

Solución:

Homogénea $\quad \frac{\partial C}{\partial t} = -\left(\frac{Q}{V}+K\right)C \Rightarrow C_H = C_0 e^{-\left(\frac{Q}{V}+K\right)t}$

Particular $\quad C_P = \frac{Q_R\cdot C_R}{V}\cdot\frac{1}{\left(\frac{Q}{V}+K\right)}$

Solución General

$$\boxed{C(t) = C_0 e^{-\left(\frac{Q}{V}+K\right)\cdot t} + \frac{Q_R\cdot C_R}{V}\cdot\frac{1}{\left(\frac{Q}{V}+K\right)}}$$

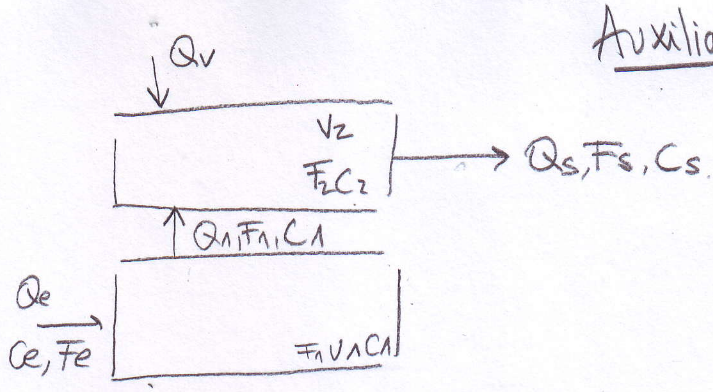
C.I $\quad C(t=0) = 5{,}24 \Rightarrow C_0 = 3{,}49\ [mg/lt.]$

De esta forma $\quad C(t = 7\,dias) = 2{,}42\ [mg/l]$

$C_{equilibrio} = C(t\rightarrow\infty) = 1{,}75\ [mg/l]$

Auxiliar 3

P1)



$m = 4$ [cig/hora/persona]

$\mu = 1{,}4$ [mgF/cig].

$K_1 = 0{,}4$ [1/hr].

a) • Continuidad de Volumen.

$$Q_e = Q_1$$

$$Q_1 + Q_v = Q_s$$

• Continuidad de F.

Disco: $\frac{D}{Dt}(F_1 V_1) = -K_1 F_1 \cdot V_1 + N_1(t) \cdot m \cdot \mu.$

$$\rightarrow \boxed{V_1 \frac{\partial F_1}{\partial t} + Q_1 F_1 = -K_1 F_1 \cdot V_1 + N_1(t) \cdot m \cdot \mu.}$$

Karaoke:

$$\boxed{V_2 \frac{\partial F_2}{\partial t} - \left[Q_1 F_1 - Q_s F_2\right] = -K_1 V_2 F_2 + N_2(t) \cdot m \cdot \mu.}$$

• Continuidad de C

Disco: $\boxed{V_1 \frac{\partial C_1}{\partial t} + Q_1 C_1 = K^* V_1 F_1}$ Donde $K^* = r_{CF} K_1$

Karaoke: $\boxed{V_2 \frac{\partial C_2}{\partial t} - \left[Q_1 C_1 - Q_s C_2\right] = K^* V_2 F_2}$

b) Evaluando la ecuacion anterior.

$$\frac{\partial F_1}{\partial t} + \left(\frac{Q_1}{V_1} + K_1\right) F_1 = \frac{N_1 n u}{V_1}$$

Solución general

→ Solución Homogenea : $F_{1H} = F_0 \, e^{-\left(\frac{Q_1}{V_1} + K_1\right) \cdot t}$.

→ Solución Particular : $F_{1P} = \dfrac{N_1 \cdot n \cdot u}{\left(\frac{Q_1}{V_1} + K_1\right)}$.

$$\Rightarrow \boxed{F_1 = F_{1H} + F_{1P}}$$

Condición inicial.

$$F_1(t=0) = 0 \Longrightarrow F_0 = -\frac{N_1 n u}{Q_1 + K_1 V_1}.$$

$$F_1(t=7\text{hrs}) \approx 0.6 \ \frac{mg}{m^3} = \boxed{0.0006 \left[\frac{mg}{\ell}\right] \approx \text{ppm}}$$

No se irritan los ojos.

c) Regimen Permanente.

Disco: $Q_1 F_1 = -K_1 V_1 F_1 + N_1 n u$

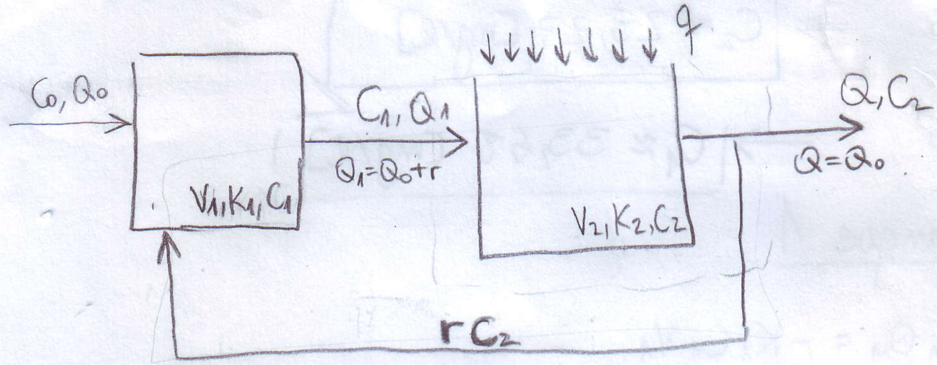
$$F_1 = \frac{N_1 \cdot n \cdot u}{Q_1 + K_1 V_1} = 0.6 \ mg/m^3$$

Karaoke: $-Q_1 F_1 + Q_2 F_2 = -K_1 V_2 F_2 + N_2 \cdot m \cdot u$

$$F_2 = \frac{N_2 \cdot m \cdot u + Q_1 F_1}{Q_2 + K_1 V_2} = 0.51 \ mg/m^3.$$

→ Eligiría el Karaoke.

P2)



Datos

$Q_0 = 200$ l/s
$C_0 = 100$ mg/l
$K_1 = 1$ 1/hora
$K_2 = 50$ g/m³/dia
$r = 20$ l/s
$V_1 = 1400$ m³
$V_2 = 1000$ m³
$q = 0.016$ m/s
$D = 2$ m

a) Balance Másico

Estanque 1

$$\underbrace{\frac{d(V_1 C_1)}{dt}}_{0} - (C_0 Q_0 + rC_2 - C_1 Q_1) = -K_1 C_1 V_1$$

$$C_0 Q_0 + rC_2 = C_1 (K_1 V_1 + Q_1)$$

$$\boxed{C_1 = \frac{C_0 Q_0 + rC_2}{(K_1 V_1 + Q_1)}}$$

Estanque 2

$$\underbrace{\frac{d(V_2 C_2)}{dt}}_{0} + (C_1 Q_1 + \underbrace{q \cdot A \cdot C_{Lluvia}}_{0} - Q C_2 - rC_2) = -K_2 V_2$$

$$C_1 Q_1 - K_2 V_2 = (Q + r) C_2$$

$$\frac{C_0 Q_0 \cdot Q_1}{(K_1 V_1 + Q_1)} + \frac{r Q_1 C_2}{(K_1 V_1 + Q_1)} - K_2 V_2 = (Q + r) C_2$$

$$\frac{C_0 Q_0}{\alpha} + \frac{rC_2}{\alpha} - K_2 V_2 = (Q + r) C_2 \text{, Donde } \alpha = \left(\frac{K_1 V_1}{Q_1} + 1\right)$$

$$\frac{C_0 Q_0}{\alpha} - K_2 V_2 = C_2 \cdot \left\{ Q + r\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \right\}$$

$$\Rightarrow \quad C_2 = \left[\frac{C_0 Q_0}{\alpha} - K_2 V_2 \right] \Big/ \left(Q + r\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) \right)$$

Evaluando numéricamente

$$\alpha = 1{,}7676\ldots \Rightarrow \boxed{C_2 \approx 25{,}27\ [mg/l]}$$

$$\rightarrow \boxed{C_1 \approx 33{,}68\ [mg/l]}$$

b) Transiente: Estanque 1.

$$V_1 \cdot \frac{dC_1}{dt} - C_0 \cdot Q_0 + C_1 \cdot Q_1 = -K_1 C_1 V_1$$

$$\frac{dC_1}{dt} + C_1\left(\frac{Q_1}{V_1} + K_1\right) = \frac{C_0 \cdot Q_0}{V_1}$$

$$C_1(t) = C_{10} \cdot e^{-\left(\frac{Q_1}{V_1}+K_1\right)t} + \frac{C_0 \cdot Q_0}{V_1} \cdot \frac{1}{\left(\frac{Q_1}{V_1}+K_1\right)}$$

→ Cond. Inicial

$$C_1(t=0) = \underbrace{\frac{C_0 Q_0 + r C_2}{(K_1 V_1 + Q_1)}}_{C_1 = 33{,}68} = C_{10} + \underbrace{\frac{C_0 Q_0}{V_1} \cdot \frac{1}{\left(\frac{Q_1}{V_1}+K_1\right)}}_{77{,}25}$$

$$\rightarrow \boxed{C_{10} = -43.57}$$

Estanque 2

$$V_2 \frac{dC_2}{dt} - \left(C_1 \cdot Q_1 + q \cdot A \cdot \underset{0}{\cancel{C_{lluvia}}} - C_2 Q_2\right) = -K_2 V_2$$

$$\frac{dC_2}{dt} + C_2 \frac{Q_2}{V_2} - C_1 \frac{Q_1}{V_2} + K_2 = 0$$

$$\boxed{\frac{dC_2}{dt} + C_2 \cdot \frac{Q_2}{V_2} - C_{10}' \cdot e^{-\left(\frac{Q_1}{V_1}+K_1\right) \cdot t} + A = 0} \quad \mathrm{I}$$

Esta ecuación diferencial es de la forma

$$\frac{dy}{dx} + P(x)\cdot y = Q(x) \quad (II)$$

Donde la solución se encuentra con una función auxiliar de la forma

$$\mu = e^{\int P(x)\cdot dx}$$

Pues así la ecuación se puede escribir como

$$\frac{d}{dx}(\mu\cdot y) = \mu Q$$

Y La solución será: $y\mu = \int \mu Q\, dx + c$

$$\boxed{y(x) = \left[\int Q e^{\int p\, dx} + C\right] \cdot e^{-\int p\, dx}}$$

(Revisar esta metodologia)

→ De esta forma la ecuación (I).

$$P(t) = \frac{Q_2}{V_2} \qquad Q(t) = C_{10}' e^{-\left(\frac{Q_1}{V_1}+K_1\right)\cdot t} - A$$

$$\frac{dC_2}{dt} + P(t)\cdot C_2 = Q(t)$$

$$\mu = e^{\int \frac{Q_2}{V_2}\cdot dt} = e^{\frac{Q_2}{V_2}\cdot t}$$

$$C_2(t)\cdot e^{\frac{Q_2}{V_2}\cdot t} = \int C_{10}' e^{-\left(\frac{Q_1}{V_1}-\frac{Q_2}{V_2}+K_1\right)\cdot t} - A e^{\frac{Q_2}{V_2}\cdot t}\, dt$$

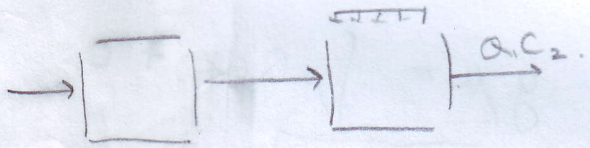
$$\boxed{C_2(t) = \left\{\frac{C_{10}'\left(1 - e^{-\left(\frac{Q_1}{V_1}-\frac{Q_2}{V_2}+K_1\right)t}\right)}{\left(\frac{Q_1}{V_1}-\frac{Q_2}{V_2}+K_1\right)} - A\cdot\frac{\left(e^{\frac{Q_2}{V_2}\cdot t}-1\right)}{\frac{Q_2}{V_2}}\right\} \cdot e^{-\frac{Q_2}{V_2}\cdot t}}$$

$$C_2(t=5\ \text{hrs}) = 31{,}19\ (mg/l)$$ ← Revisar no estoy segura.

$$C_2(t\to\infty) = -\frac{A}{Q_2}\cdot V_2 \quad (*)$$

Donde $$A = K_2 - \overbrace{\frac{C_0\cdot Q_0}{V_1}\cdot\frac{1}{\left(\frac{Q_1}{V_1}+K_1\right)}}^{C_1}\cdot\frac{Q_1}{V_2}.$$

Condición final.



Est. 1

$$C_1 = \frac{C_0\cdot Q_0}{V_1}\cdot\frac{1}{\left(\frac{Q_1}{V_1}+K_1\right)}$$

Est. 2

$$C_2 = \frac{\left(+C_1\cdot Q_1 - K_2\cdot V_2\right)}{Q_2} = \frac{(C_1 Q_1 - K_2 V_2)}{Q_2} = 59{,}42$$ ✓

coincide con (*).