**CI41A – Auxiliar 9**
**Jueves 26 de Noviembre 2009**

## Pregunta N°1

En la figura se muestra un canal rectangular de coeficiente de Manning $n$ y pendiente $s$. El canal tiene dos tramos de distintos anchos, $b_0$ conocido y $b_1$ desconocido, separados por una grada de altura $a$, los cuales pueden considerarse suficientemente largos como para alcanzar alturas normales. En el segundo tramo existe un vertedero de pared delgada, de altura $d$, sobre el cual se tiene una carga $h$. Se pide lo siguiente:

a. Determinar el caudal por unidad de ancho que escurre por en canal. Considere el efecto de la velocidad de aproximación.
b. Determinar el mínimo ancho del tramo de aguas abajo para que no influencie el escurrimiento en el tramo de aguas arriba.
c. Explique qué ocurre si el ancho $b_1$ es mayor que el determinado en la parte  es mayor que el determinado en la parte $b$, ¿Y si es menor?
d. Verifique que el vertedero de pared delgada no esté influenciado por aguas abajo.

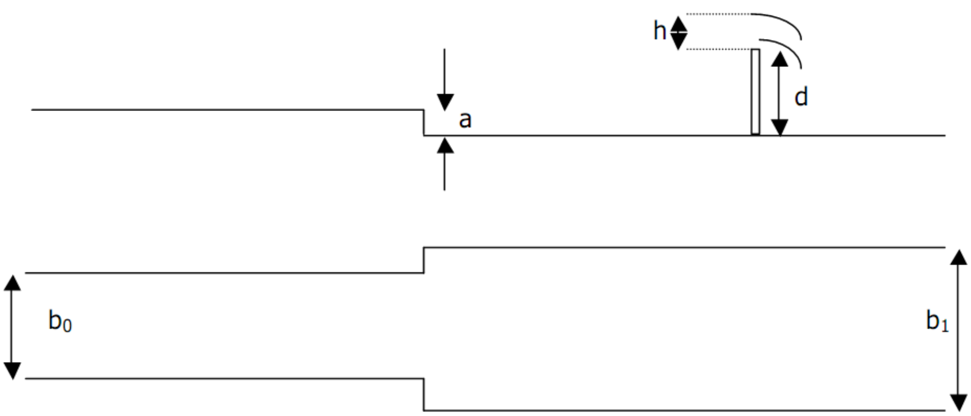



Figura N°1: Esquema del Problema N°1.

Datos: $a = 0.1\ [m]$ ; $d = 1.3\ [m]$ ; $h = 0.5\ [m]$ ; $b_0 = 1.5\ [m]$

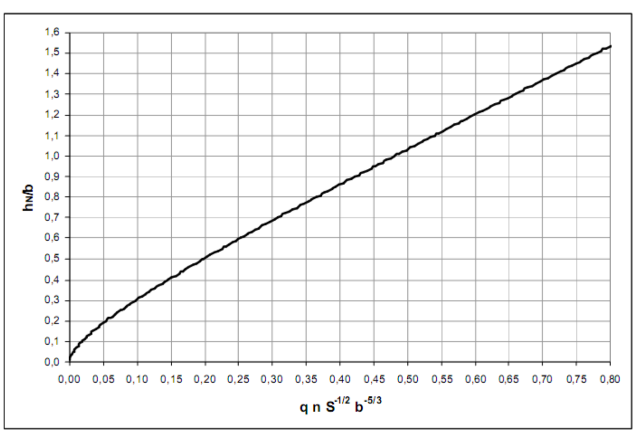



Figura N°2: Ábaco para el cálculo de altura normal en canal rectangular.

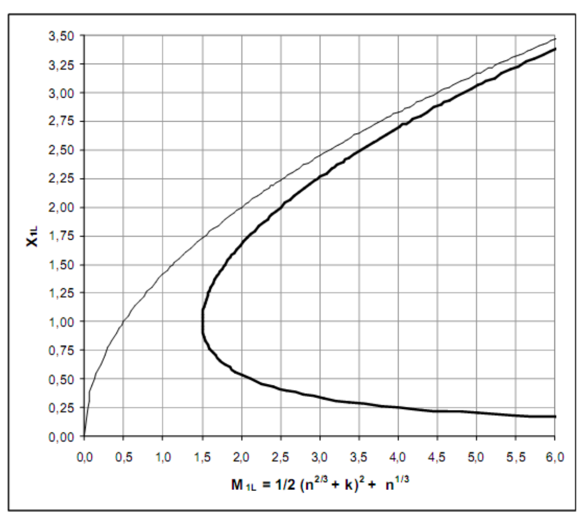
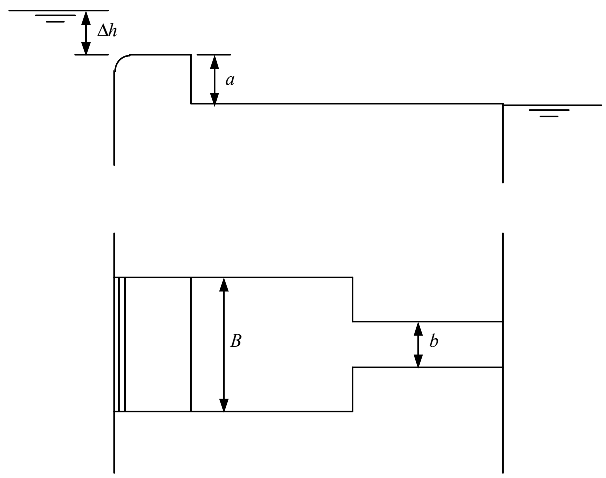



Figura N°3: Ábaco para el cálculo de alturas en ensanche con grada de bajada.

## Pregunta N°2

Para la situación de la figura determine el caudal que circula y las alturas de escurrimiento correspondientes en las secciones características. Suponga y verifique que el escurrimiento está controlado desde aguas abajo. Puede suponer despreciables las pérdidas friccionales pero no las singulares, excepto la de entrada, la cual si es despreciable dado que el vertedero de entrada es de arista redondeada.

<u>Datos</u>: $\Delta h = 1\,m \;;\; a = 0.5\,m \;;\; b = 1\,m \;;\; B = 2\,m$



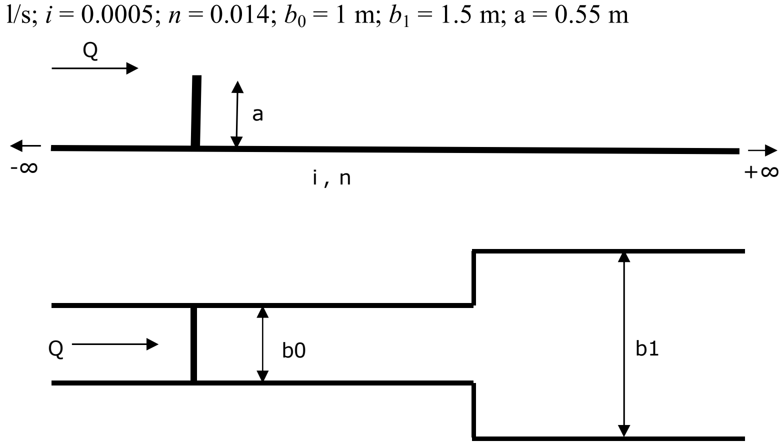

## Problema N°3

En el canal rectangular de la figura existen dos tramos de igual pendiente, $i$, y rugosidad, $n$, pero de distintos anchos, $b_0$ y $b_1 > b_0$. En el tramo de menor ancho existe un vertedero de pared delgada de altura a, ubicado a una distancia suficientemente grande del cambio de ancho como para que en el tramo se desarrolle completamente el eje hidráulico. Si se conoce el caudal $Q$ que circula por el sistema, se pide:

a. Determinar las alturas inmediatamente aguas arriba y aguas abajo del cambio de ancho.
b. Determinar las alturas inmediatamente aguas arriba y aguas abajo del vertedero.
c. Esquematizar y clasificar el eje hidráulico que se produce en el canal.
d. Diseñar la altura de las paredes del canal. Proponga sectores de distinta altura.

<u>Indicación</u>: Considere la pérdida de carga singular en el ensanche brusco y considere todas las correcciones relevantes para el coeficiente de gasto del vertedero de pared delgada. Si el vertedero está influido desde aguas abajo, entonces basta con utilizar el gráfico de la Fig. 6.2 de las tablas de singularidades.

<u>Datos</u>: $Q$ = 350 l/s; $i$ = 0.0005; $n$ = 0.014; $b_0$ = 1 m; $b_1$ = 1.5 m; a = 0.55 m

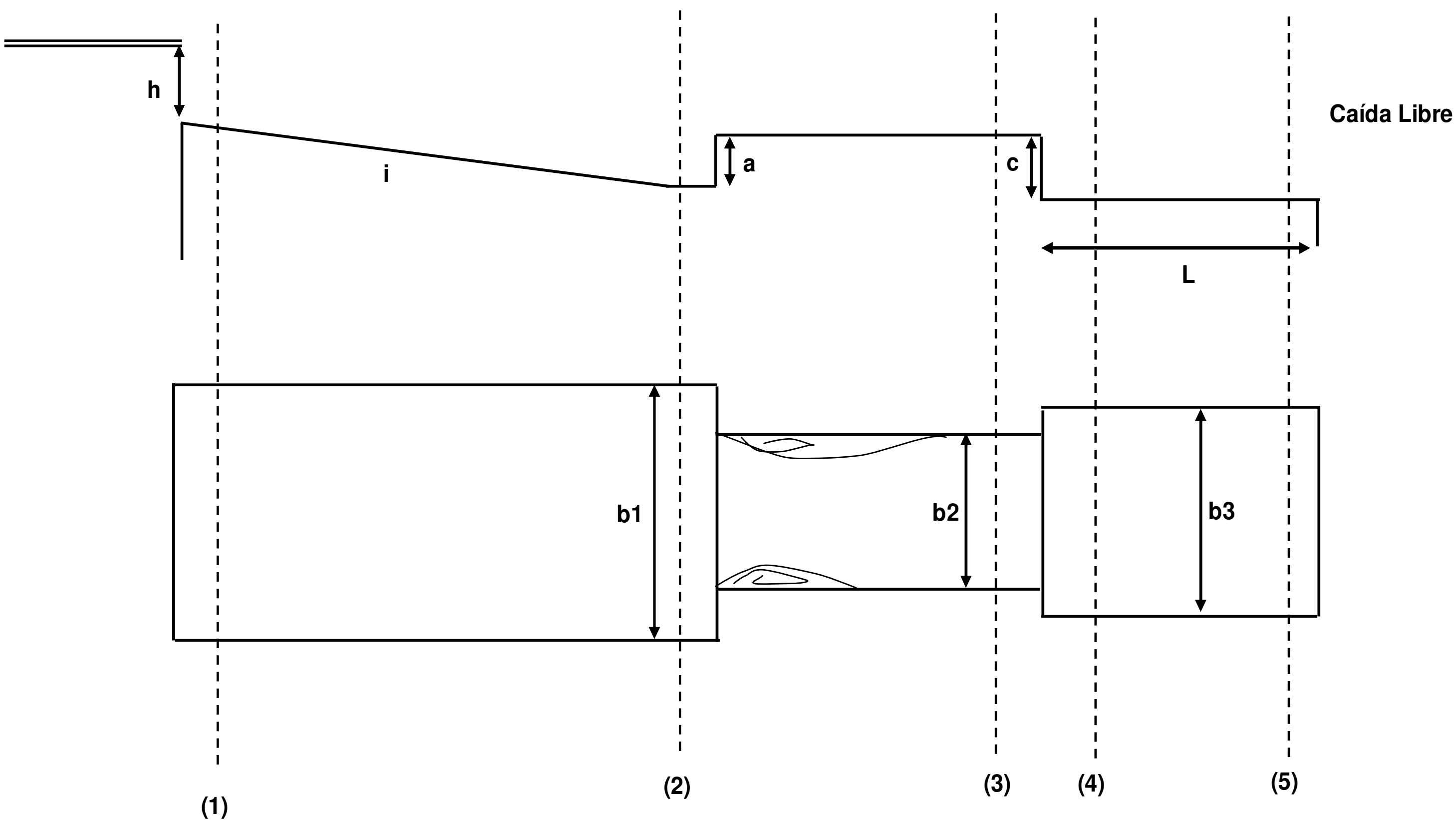


**Problema N°4**

Se tiene un canal como el de la figura, con un primer tramo de pendiente $i$ y el resto de los tramos de pendiente nula $i_2 = 0$. Aguas arriba del canal existe un embalse de grandes dimensiones con altura de agua constante. La carga desde el embalse es igual a $h$. El tramo con pendiente se puede considerar suficientemente largo para que se desarrollen completamente los ejes.

Tras el tramo con pendiente se tiene una grada de subida de altura $a$ con angostamiento. Tras esta zona se tiene una grada de bajada de altura $c$ con ensanche.
Del último tramo no se conoce la longitud, pero conoce que tiene una caída libre en su extremo inferior. Se le pide calcular:

a. El caudal que escurre por el canal.
b. Las alturas de escurrimiento en las secciones indicadas.
c. Las alturas de él o los resaltos si ellos existieran.
d. El largo del último tramo, el cual es indicado como L.




**Datos:** $b_1 = 4,5$ [m]; $b_2 = 3$ [m]; $b_3 = 3,5$ [m]; $h = 3,0$ [m]; $a = 0,4$ [m]; $c = 0,5$ [m]; $i_1 = 0,00025$; $n = 0,018$

**Indicaciones:**

- El tramo de pendiente $i_1$ es muy largo.
- El tramo final es suficientemente largo para el desarrollo del o los ejes correspondientes.
- Para el cálculo de pérdidas singulares utilizar ecuaciones desarrolladas en cátedra y/o gráficos correspondientes.

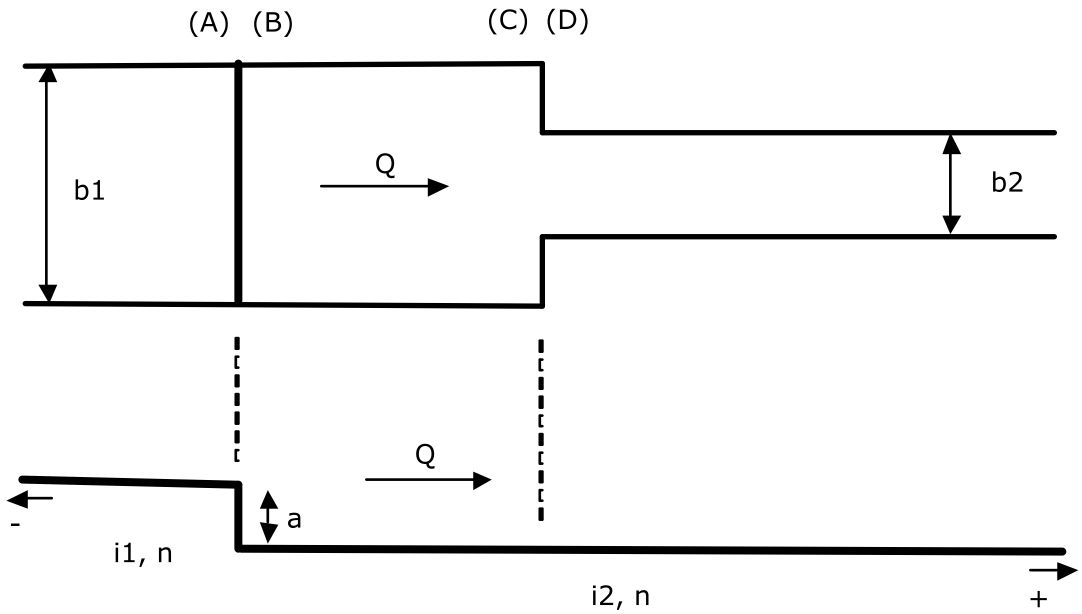
**Problema N°5.**

El canal de la figura tiene un cambio de pendiente coincidente con una grada de bajada y luego un cambio de ancho. Para los datos indicados se pide:

a. Determinar las alturas en las secciones (A), (B), (C) y (D). Suponga que el tramo entre (B) y (C) es relativamente corto. No desprecie las pérdidas singulares.

b. Esquematizar y clasificar el eje hidráulico en el canal, indicando todas las alturas relevantes.

Datos: $Q$ = 0.5 m$^3$/s; $b_1$ = 1.5 m; $b_2$ = 1 m; $i_1$ = 0.01; $i_2$ = 0.0005; $n$ = 0.014; $a$ = 0.25 m




Considere un canal rectangular de alta pendiente que conduce un caudal por unidad de ancho $q$, en régimen turbulento y con una distribución de velocidades suficientemente uniforme. Si $h_c$ es la altura que minimiza la energía específica, indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas justificando su respuesta:

i) El parámetro adimensional $q^2/(g\, h_c^3)$ es menor que 1, donde $g$ es la aceleración de gravedad.

ii) La momenta asociada a $h_c$ no es mínima.

iii) El máximo caudal que puede circular por el canal para una energía específica dada cumple

$$q_{max} = (g\, h_c^3)^{1/2}.$$

iv) La distribución de presión en la sección donde ocurre la altura $h_c$ no es hidrostática.

¿Suficiente? ■

**CI41A – Pauta Auxiliar 9**
**Jueves 26 de Noviembre 2009**

## Problema N°1

a. El caudal se obtiene con la expresión del vertedero de pared delgada, considerando la corrección por velocidad de aproximación: $m = m_0\left(1 + 0.486\left(\frac{h}{d+h}\right)^2\right)$

$$q = mh\sqrt{2gh} = m_0\left(1 + 0.486\left(\frac{h}{d+h}\right)^2\right)h\sqrt{2gh} = 0.71\ \left[\frac{m^2}{s}\right] \tag{1.1}$$

b. Este análisis se puede resolver a través de dos diferentes enfoques: Ecuaciones o Ábacos.

Desarrollo a través de ecuaciones: Considerando un ensanche brusco con grada de bajada:

$$\frac{X'}{2}(X_0 + K) + \frac{n}{X_0} = \frac{X_1^2}{2} + \frac{1}{X_1} \tag{1.2}$$

donde $X' = (1-\epsilon)X_1 + \epsilon(X_0 + K)$. En esta situación se tiene que $\epsilon = 1$ (ver apunte), por lo que la ecuación (1.2) se transforma en:

$$\frac{1}{2}(X_0 + K)^2 + \frac{n}{X_0} = \frac{X_1^2}{2} + \frac{1}{X_1} \tag{1.3}$$

donde $n = b_1/b_0$ ; $X_0 = h_0/h_{c1}$ ; $X_1 = h_1/h_{c1}$ ; $K = a/h_{c1}$. Pero, para que no influenciar, $h_0 = h_{c0}$. Por otra parte, como el tramo es muy largo $h_1$: Altura normal. Además:

$$h_{c1} = \left(\frac{q_1^2}{g}\right)^{1/3} = 0.37\ [m] \quad ; \quad K = \frac{a}{h_{c1}} = 0.27 \tag{1.4}$$

Reemplazando estos resultados en la ecuación (1.3) se obtiene el siguiente resultado:

$$\frac{1}{2}(X_0 + K)^2 + \frac{n}{X_0} = \frac{X_1^2}{2} + \frac{1}{X_1} \rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{h_{c0}}{h_{c1}} + K\right)^2 + \frac{h_{c1}}{h_{c0}}\left(\frac{b_1}{b_0}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{h_{n1}}{h_{c1}}\right)^2 + \frac{h_{c1}}{h_{n1}} \tag{1.5}$$

Por otra parte, la altura normal se puede obtener de la ecuación de Manning:

$$\frac{Qn}{\sqrt{s}} = b_1 h_{n1}\left(\frac{b_1 h_{n1}}{b + 2h_{n1}}\right)^{2/3} \tag{1.6}$$

Además, la altura crítica podemos determinarla a través a partir de una ecuación de continuidad:

$$Q = q_0 b_0 = q_1 b_1 \rightarrow \sqrt{g h_{c0}^3}\, b_0 = \sqrt{g h_{c1}^3}\, b_1 \rightarrow h_{c0} = h_{c1}\left(\frac{b_1}{b_0}\right)^{2/3} \tag{1.7}$$

Para resolver el sistema hay que darse un valor de $b_1$, luego, se encuentra $h_{n1}$ y $h_{c0}$ a través de (1.6) y (1.7) y verificamos la ecuación (1.5).

| $b_1$ | (1.5) Iz | (1.5) Der |
|---|---|---|
| 2.0 | 2.199 | 5.696 |
| 3.0 | 2.985 | 4.771 |
| 4.0 | 3.794 | 4.349 |
| **4.5** | **4.206** | **4.212** |

Para un $b_1 = 4.5\ m$, se tiene $h_{n1} = 1.03\ [m]$ y $h_{c0} = 0.77\ [m]$.

Desarrollo a través de Ábacos. Hay que darse un valor de $b$ y calcular $h_n$ con los ábacos de la Figura 2 y 3, hasta obtener el mismo resultado (o convergencia)

| $b$ | $qhs^{1/3}b^{5/3}$ | $h_n/b$ | $h_n$ | $M_{1L}$ | $X_{1L}$ | $h_1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.00 | 0.256 | 0.610 | 1.220 | 2.198 | 1.750 | 0.648 |
| 3.00 | 0.130 | 0.360 | 1.080 | 2.984 | 2.250 | 0.833 |
| 4.00 | 0.081 | 0.260 | 1.040 | 3.791 | 2.650 | 0.981 |
| **4.50** | **0.066** | **0.230** | **1.035** | **4.204** | **2.750** | **1.018** |

c. Si $b_1 > 4.5\ [m] \rightarrow b_1 >$ ancho mínimo, entonces no hay influencia de aguas arriba. Por otra parte, si $b_1 < 4.5\ [m]$, entonces si existe influencia, el escurrimiento se ahoga hacia el tramo de aguas arriba.

d. Para que no haya influencia de aguas abajo, se debe tener que la altura aguas abajo del vertedero debe ser menor a la del vertedero, $h_n = 1.027\ [m] < 1.3\ [m]$

## Problema N°2

El sistema se dice controlado desde aguas abajo , $i.e.$ la sección estrecha (ancho $b$). Entonces ahí habrá crisis, y hacia aguas arriba hay escurrimiento subcrítico.

La ecuación para la grada de bajada sin cambio de ancho:

$$\frac{x'}{2}(x_0^e + k) + \frac{n}{x_0^e} = \frac{1}{x_1^e} + \frac{(x_1^e)^2}{2} \tag{2.1}$$

Como no hay cambio de ancho $n = 1$, $x_0^e = h_0^e/h_{c1}^e$ ; $x_1^e = h_1^e/h_{c1}^e$ ; $k = a/h_{c1}^e$

Como se tiene régimen de río-río, $\epsilon = 1$, entonces $x' = x_0^e + k$, luego:

$$\frac{(x_0^e + k)^2}{2} + \frac{1}{x_0^e} = \frac{1}{x_1^e} + \frac{(x_1^e)^2}{2} \tag{2.2}$$

Ecuación para el angostamiento sin cambio de cota de fondo:

$$\frac{1}{nx_0^a} + \frac{(x_1^a)^2}{2} = \frac{1}{x_1^a} + \frac{(x_1^a)^2}{2} \tag{2.3}$$

con $n = l_0/l_1 > 1$ $(l_0/l_1 = B/b = 2)$, $x_0^a = h_0^a/h_{c1}^a$ ; $x_1^a = h_1^a/h_{c1}^a$ , luego:

$$\frac{1}{2x_0^a} + \frac{(x_1^a)^2}{2} = \frac{1}{x_1^a} + \frac{(x_1^a)^2}{2} \tag{2.4}$$

Pero en la sección estrecha hay crisis, o sea $h_1^a = h_{c1}^a \rightarrow x_1^a = 1$, luego:

$$\frac{1}{2x_0^a} + \frac{(x_1^a)^2}{2} = \frac{3}{2} \rightarrow x_0^a = \begin{cases} 1.532 \\ 0.347 \end{cases} \tag{2.5}$$

Aguas arriba debemos elegir la altura subcrítica $x_0^a = 1.532\ [m]$. Por otra parte, se debe enlazar la ecuación de la grada con la del angostamiento:

$$x_0^a = \frac{h_0^a}{h_{c1}^a} = \frac{h_1^e}{h_{c1}^a} = \frac{h_1^e}{h_{c1}^e}\frac{h_{c1}^e}{h_{c1}^a} = x_1^e\left(\frac{b}{Q}\right)^{2/3} \rightarrow x_1^e = x^a\left(\frac{B}{b}\right)^{2/3} = 2.432 \tag{2.6}$$

Entonces, el lado derecho de la ecuación (2.1) es conocido:

$$\frac{1}{x_0^e}+\frac{(x_0^e+k)^2}{2}=3.369 \tag{2.7}$$

Aun hay dos incógnitas, puesto que no se conoce $x_0^e$ y $k$ (no se conoce $h_{c1}^e$). Finalmente, se analiza la entrada al canal; se tiene una entrada con arista redondeada, luego:

$$\Delta h=E_0^e=h_0^e+\frac{q_0^2}{2g{h_0^e}^2} \tag{2.8}$$

Pero, $q_0^2/g=(h_{c0}^e)^3=(h_{c1}^e)^3$

$$\frac{\Delta h}{h_{c1}^e}=\frac{h_0^e}{h_{c1}^e}+\frac{1}{2}\left(\frac{h_{c1}^e}{h_0^e}\right)^2=x_0^e+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x_0^e}\right)^2 \tag{2.9}$$

Con esto se tienen dos ecuaciones, (2.7) y (2.9) y dos incognitas, $x_0^e$ y $h_{c1}^e$. Para resolver este sistems se propone el siguiente método iterativo.

1. Suponer un cierto valor de $x_0^e$.
2. Calcular $h_{c1}^e$ en la ecuación (2.9).
3. Calcular $k=a/h_{c1}^e$.
4. Verificar igualdad en (2.7). Si no se cumple igualdad volver a 1.

Los valores obtenidos de la iteración son los siguientes:

$$x_0^e=1.468\ ;\ h_{c1}^e=0.588\,[m]\,;\ Q=B\sqrt{g(h_{c1}^e)^3}=2.824\left[\frac{m^3}{s}\right];\ h_{c1}^a=h_{c1}^e\left(\frac{B}{b}\right)^{2/3}=0.934\,[m] \tag{3.0}$$

$$h_0^e=x_0^e h_{c1}^e=0.864\,[m]\,;\ h_1^e=h_0^e=x_0^e h_{c1}^e=1.430\,[m]\,;h_1^a=h_{c1}^a=0.934\,[m] \tag{3.1}$$

Observación: la existencia de solución para la ecuación (2.1) garantiza que no hay crisis sobre la grada sino en el estrechamiento, verificando el control en la grada existente desde aguas abajo.