CI41A – Hidráulica – Ejercicio 5
Martes 3 de Noviembre 2009

Problema N°1

El canal de sección rectangular de la figura, es alimentado desde un embalse que se mantiene con un nivel constante, Δh (medido con respecto al nivel de entrada al canal). El canal tiene dos tramos, muy largos, de distinta pendiente pero de igual ancho y rugosidad. Las alturas normales en los tramos 1 y 3 son h_{n1} y h_{n2}, respectivamente. En el tramo 2, suficientemente cerca del cambio de pendiente, existe una compuerta, con un coeficiente de contracción μ, que controla el escurrimiento ya que se ha ido abriendo paulatinamente.

a) Para los datos indicados, determine la abertura a de la compuerta para que exista un resalto que comienza justo en el cambio de pendiente. Suponga que la compuerta se ubica de tal modo que el resalto se desarrolla completamente aguas arriba de ella.

b) Para la condición de la parte a), determine las alturas de escurrimiento en las secciones de entrada y salida del canal e inmediatamente aguas arriba y aguas abajo de la compuerta. Qué ocurriría con el resalto si la compuerta no controlara el escurrimiento?

c) Determine la fuerza neta por unidad de ancho actuando sobre la compuerta para el caso indicado en a).

Datos: Δh = 1 m; h_{n1} = 0.2 m; h_{n2} = 1.3 m; μ = 0.6; γ = 1000 kgf/m^3

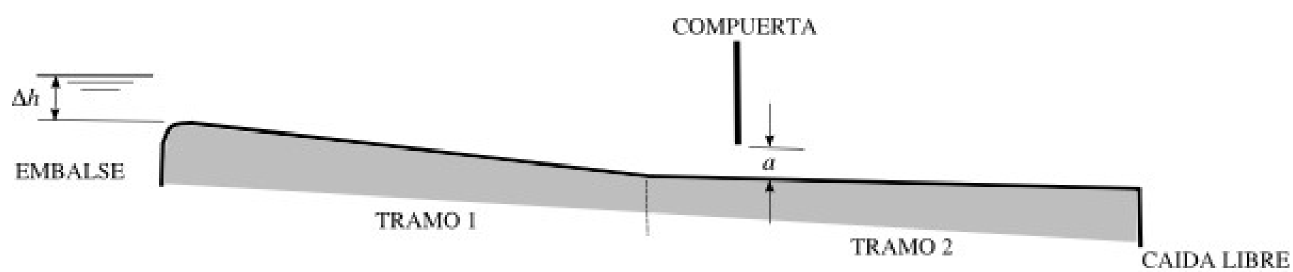

Figura 1: Esquema del Problema N°1.

Problema N°2

Se tiene un embalse que entrega aguas a un canal de regadío. El caudal que circula a través del canal, de sección rectangular, es controlado por una compuerta, con coeficiente de contracción μ. La carga del embalse es constante e igual a H_0.

El canal está compuesto por un tramo de pendiente i_1 y longitud L_1, seguido de un tramo con pendiente i_2 y longitud L_2, terminando con una grada. Aguas abajo de la grada el canal se extiende indefinidamente, y la altura normal en este tramo es h_{n3}.

A partir de los datos entregados en la Figura 2 se le solicita:

a) El caudal circulante en el sistema, para una abertura de compuerta a.

b) Caracterizar los tipos de pendiente para cada uno de los tramos considerando que sus alturas normales son h_{n1}, h_{n2} y h_{n3}, e indicar la posible existencia de resaltos en el sistema.

c) Calcular las alturas de escurrimiento en los puntos (1), (2), (3), (4) y (5), y determinar la altura c de la grada tal que el resalto, en caso de que exista, quede confinado entre las secciones (2) y (3).

<u>Indicación</u>: Considere que los tramos 1 y 2 son suficientemente cortos como para despreciar las pérdidas friccionales en ellos.

<u>Datos</u>: $H_0 = 1.8\,m$; $a = 1.1\,m$; $\mu = 0.6$; $b = 1\,m$; $d = 0.35\,m$; $L_1 = 20\,m$; $L_2 = 50\,m$; $i_1 = 0.015$; $i_2 = 0.001$; $i_3 = 0.001$, $h_{n1} = 0.83\,m$; $h_{n2} = h_{n3} = 1.76\,m$.

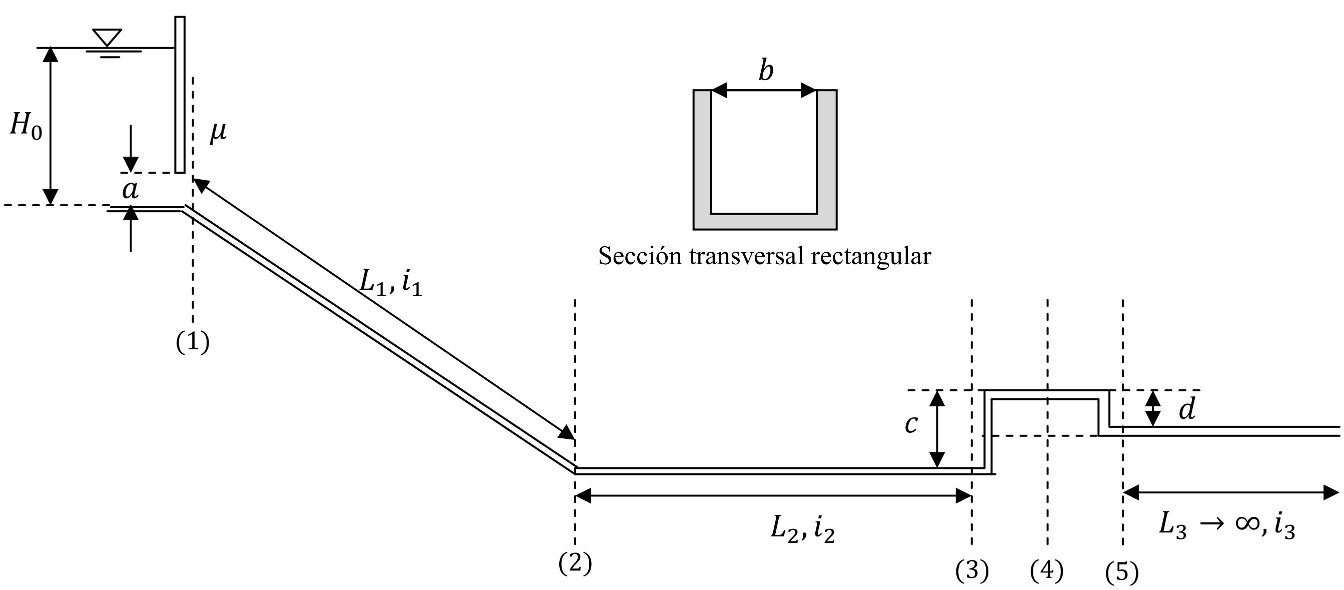

Figura 2: Esquema Problema N°2.

CI41A – Hidráulica – Pauta Ejercicio 5
Martes 3 de Noviembre 2009

Problema N°1

Se debe obtener el caudal que escurre a través del canal, para esto se deben tomar ciertas hipótesis y corroborarlas. En primera instancia se supondrá que la pendiente del primer tramo es fuerte, por lo que se tendría energía crítica en el embalse, luego, para corroborar esta hipótesis se debe comparar la altura crítica derivada a través de este supuesto con la altura normal del tramo en cuestión:

$$E_c = \Delta h = \frac{3}{2} h_c \rightarrow h_c = 0.67\ m > h_{n1} = 0.2\ m \tag{1.1}$$

Se obtiene que la pendiente del tramo 1 es fuerte y la pendiente del tramo 2 es suave, $h_{n2} > h_c$. El caudal de escurrimiento es el siguiente:

$$q = \sqrt{g h_c^3} = 1.70\ m \tag{1.2}$$

En el cambio de pendiente existe un cambio de régimen, por lo que se esperaría la existencia de un resalto. Si calculamos la altura conjugada de la momenta generada por h_{n1} se obtiene el siguiente resultado:

$$\frac{h_2}{h_{n1}} = \frac{1}{2}\left\{\sqrt{1 + +8Fr_{hn1}^2} - 1\right\} \rightarrow h_2 = 1.62\ m \tag{1.3}$$

Como estamos bajo el supuesto de que el tramo entre el cambio de sección y la compuerta es corto, pero lo suficientemente largo para albergar un resalto, podemos decir que h_2 es la altura del flujo aguas arriba de la compuerta, luego, podemos obtener la energía en este punto y luego, podemos determinar la abertura de la compuerta, a, que permite mantener el nivel de energía específica:

$$E_2^- = \frac{q^2}{2g h_2^2} + h_2 = 1.68\ m = E_2^+ = \frac{q^2}{2g(\mu a)^2} + \mu a \rightarrow a = 0.55\ m \tag{1.4}$$

Por otra parte, como el tramo 2 es pendiente suave y la contracción bajo la compuerta genera un flujo súper-crítico existirá un resalto. Debemos estudiar la posición del resalto a través de la comparación de la momenta aguas abajo de la compuerta y la momenta generada por la altura normal del tramo 2:

$$m_2^+ = \frac{q^2}{g(\mu a)} + \frac{(\mu a)^2}{2} = 0.95\ m^2 \tag{1.5}$$

$$m_{h_{n2}} = \frac{q^2}{g h_{n2}} + \frac{h_{n2}^2}{2} = 1.07\ m^2 \tag{1.6}$$

Esto muestra que $m_{h_{n2}} > m_2^+$, por lo que el resalto generado es ahogado sobre la compuerta. Esto genera que la energía aguas arriba de la compuerta se vea condicionada, y en consecuencia cambie la condición para el resalto al pie, en el cambio de pendiente. Se debe replantear las ecuaciones para determinar a, puesto que se tiene una segunda incognita que condiciona la posición del resalto, la altura de presión aguas arriba de la compuerta, h_2, la cual está condicionada por la altura de presión aguas abajo de la compuerta, h', la que se obtiene de la igualdad de momentas:

$$m_2^+ = \frac{q^2}{g(\mu a)} + \frac{(h')^2}{2} = m_{h_{n2}} = \frac{q^2}{g h_{n2}} + \frac{h_{n2}^2}{2} \rightarrow h' = 0.87\ m \tag{1.7}$$

$$m_{h_{n1}} = \frac{q^2}{g h_{n1}} + \frac{h_{n1}^2}{2} = m_2^- = \frac{q^2}{g h_2^2} + h_2 \tag{1.8}$$

$$E_2^+ = \frac{q^2}{2gh_2^2} + h_2 = E_2^- = \frac{q^2}{2g(\mu a)^2} + h' \tag{1.9}$$

Del sistema de ecuaciones (1.8) y (1.9) se obtiene que $a = 0.70\ m$ y $h_2 = 1.62\ m$. A partir de esta información podemos calcular las alturas de escurrimiento características del flujo:

$$h_0 = h_c = 0.67\ m \tag{1.10}$$

$$h_1 = h_{n1} = 0.20\ m \tag{1.11}$$

$$h_2^- = 1.62\ m \tag{1.12}$$

$$h_2^+ = \mu a = 0.43\ m \tag{1.13}$$

$$h' = 0.87\ m \tag{1.14}$$

$$h_{n2} = 1.30\ m \tag{1.15}$$

Si la compuerta no controla se tiene que $m_2(h_{n1}) = 1.5\ m^2 > m_3(h_{n2}) = 1.07\ m^2$, en consecuencia existiría un resalto rechazado.

Por otra parte, la fuerza neta por unidad de ancho sobre la compuerta se obtiene de la diferencia de momentas entre aguas arriba y aguas abajo de la compuerta:

$$f = |m(h_{n2}) - m(h_{n1})|\gamma = 442.18\ N/m \tag{1.16}$$

Problema N°2

a) El caudal circulante en el sistema, para una abertura de compuerta a.

Dado que se conoce el nivel del embalse y la apertura de la compuerta, se determina el caudal igualando energías entre el embalse y la sección (1), suponiendo que no hay un resalto ahogado:

$$H_0 = \mu a + \frac{q^2}{2g(\mu a)^2} \tag{2.1}$$

Reemplazando los datos, $q = 3.12\ m^3/s/m$.

b) Caracterizar los tipos de pendiente para cada uno de los tramos considerando que sus alturas normales son h_{n1}, h_{n2} y h_{n3}, e indicar la posible existencia de resaltos en el sistema.

Para el caudal de la parte a), la altura y energía crítica son:

$$h_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{\frac{1}{3}} = 0.998\ m \tag{2.2}$$

$$E_c = 1.497\ m \tag{2.3}$$

Comparando con las alturas normales ($h_{n1} = 0.83\ m$; $h_{n2} = h_{n3} = 1.76\ m$), el tramo 1 está en pendiente fuerte ($h_{n1} < h_c$) y el tramo 2 corresponde a pendiente suave ($h_{n2} > h_c$), al igual que el tramo 3. Luego, entre las secciones (1) y (3) debe existir un resalto, para compatibilizar los tipos de pendiente.

c) Calcular las alturas de escurrimiento en los puntos (1), (2), (3), (4) y (5), y determinar la altura c de la grada tal que el resalto, en caso de que exista, quede confinado entre las secciones (2) y (3).

Dado que los tramos son cortos, se desprecian las pérdidas friccionales. La altura de escurrimiento en la sección (1) es igual a $\mu a = 0.66\ m$. Para calcular la altura en (2), igualamos energía considerando el cambio en la cota de fondo:

$$E_2 = E_1 + iL \tag{2.4}$$

$$\mu a + \frac{q^2}{2g(\mu a)^2} = h_2 + \frac{q^2}{2gh_2^2} + iL \tag{2.5}$$

Tomando la solución supercrítica, tenemos $h_2 = 0.57\ m$. Como nos piden que el resalto esté confinado entre las secciones (2 y (3), las momentas entre ambas secciones deben ser iguales. De aquí despejamos la altura de escurrimiento de la sección (3):

$$\frac{h_2^2}{2} + \frac{q^2}{gh_2} = \frac{h_3^2}{2} + \frac{q^2}{gh_3} \tag{2.6}$$

Tomando la solución subcrítica, se tiene que $h_3 = 1.604\ m$.

Conocida la altura en (3), se conoce también la energía específica E_3. Para calcular la altura de la grada, tenemos que hacer dos igualdades de energía: entre las secciones (3) y (4), y entre (4) y (5). Para calcular la energía en la última sección, debemos considerar que el tramo 3 está en pendiente suave, por lo que está condicionado de aguas abajo y la altura en (5) es la altura normal. Esto es válido suponiendo que no hay crisis sobre la grada. Si existiera crisis sobre la grada, habría un resalto aguas abajo de ésta. Luego, $h_5 = 1.76\ m$.

Las igualdades de energía quedan:

$$E_3 = 1.797 = E_4 + c \tag{2.7}$$

$$E_5 = E_n = 1.920 = E_4 + d \tag{2.8}$$

Luego, tenemos un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas, E_4 y c. Resolviendo, tenemos que $E_4 = 1.570\ m$, $h_4 = 1.255\ m$ y $c = 0.227\ m$. h_4 corresponde a la solución sub crítica, pues el tramo es de río. La energía en la sección (4) es mayor a la crítica, por lo que no hay crisis y el supuesto está correcto.