Sem. Primavera 2009
Auxs.: Carlos Rozas
Hugo Ulloa

CI41A – Auxiliar 7
Viernes 13 de Noviembre 2009

Problema N°1.

En un canal rectangular muy largo de pendiente i, que conduce un caudal Q, un tramo intermedio ha sido protegido con bolones, tal como se muestra en la figura. Como usted ya sabe, ello significa que el número de Manning del tramo protegido es mayor que el original.

a. Determine todas las combinaciones de tipos de pendientes que podrían existir, dada la información anterior. Por simplicidad, no considere casos de pendiente(s) nula o crítica(s).
b. Dibuje e identifique todos los ejes hidráulicos que pueden generarse en cada una de las combinaciones encontradas en la parte a. Indique explícitamente la existencia de resaltos, crisis y alturas normales donde corresponda.

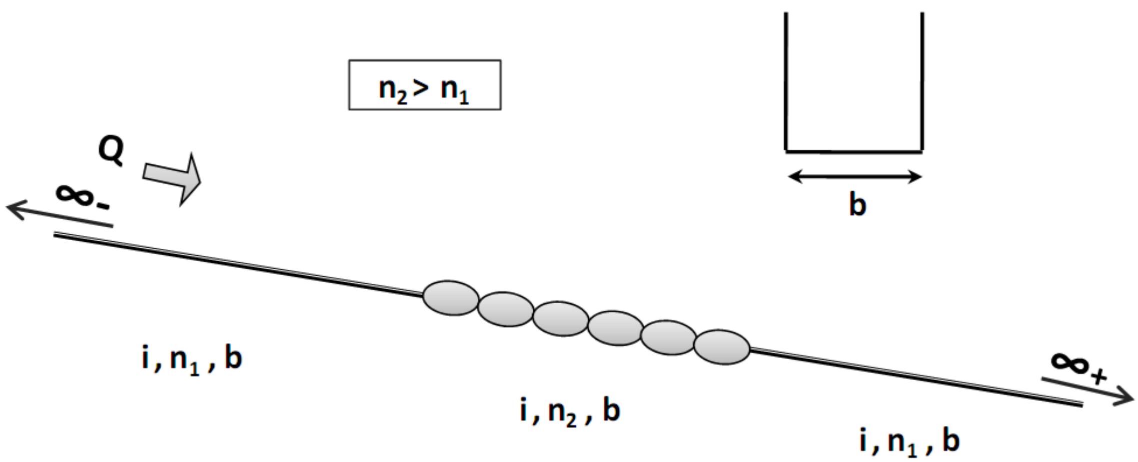


Figura 1: Problema N°1.

Problema N°2.

Se tiene un canal que se desea poner en funcionamiento después de largo tiempo sin uso; el canal se puede considerar muy ancho y con la geometría características de la Figura 2. Este canal posee tres tramos, de los cuales se conoce la pendiente y el coeficiente de rugosidad de Manning. Además se conocen las cotas del comienzo del canal en el fondo, y la de la superficie libre del embalse que alimenta en canal.

Además, Se cuenta con dos compuertas, que se ubican en los tramos 2 y 3, respectivamente. Todos los tramos pueden ser considerados como suficientemente largos (también, antes y después de las compuertas), como para que se desarrollen completamente los ejes hidráulicos. Pero, no se sabe a priori, si las compuertas controlan el escurrimiento, ni la clasificación de los tipos de pendiente.

Para todo lo señalado anteriormente, se pide:

a. Calcular el caudal por unidad de ancho que circula por el sistema.
b. Calcular las alturas características del sistema y clasifique el tipo de pendiente por tramo.
c. Esquematice y clasifique los ejes hidráulicos que se presentan en el sistema, en condiciones de equilibrio. De existir control por parte de alguna de las compuertas, calcule las alturas antes y después de la compuerta.
d. De existir algún resalto en el sistema, indique donde se produce, y el tipo al cual corresponde (e.g.:"al pie", "ahogado", "rechazado").

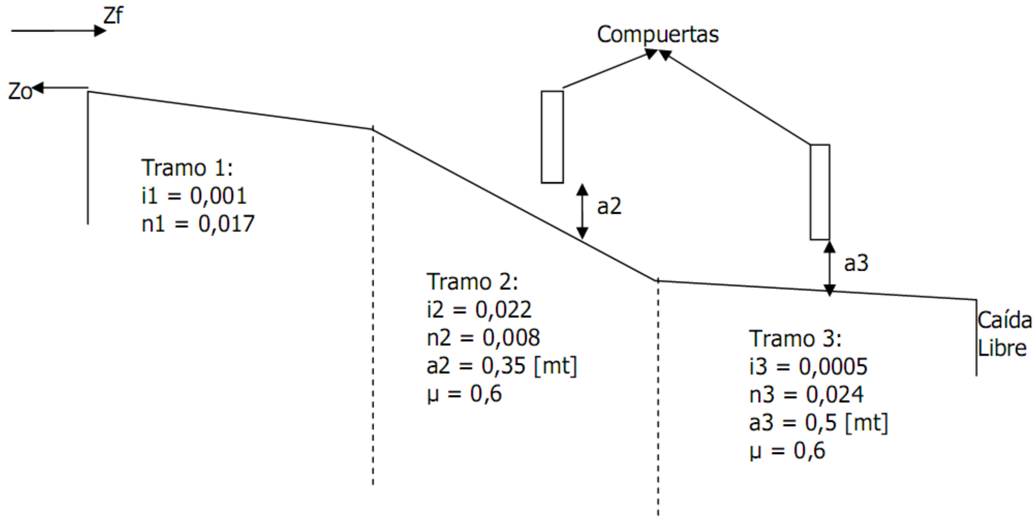


Figura 2: Problema N°2.

Problema N°3 (Propuesto)

Un embalse descarga sus excesos mediante un canal rectangular, de ancho b, pendiente i_1 y rugosidad n. Para controlar el escurrimiento, antes de llegar a un segundo tramo del canal, de pendiente i_2 e igual ancho y rugosidad, se instalará una compuerta en el punto señalado en la Figura 3. Suponga que la distancia entre el embalse y la compuerta, así como entre la compuerta y el cambio de pendiente, es suficientemente larga como para permitir el desarrollo de un eje hidráulico completo. Además esquematice el eje hidráulico para distintas aberturas de la compuerta, pero suponiendo que siempre actúa como control del escurrimiento.

Se pide analizar el escurrimiento en el sistema cuando la carga en el embalse es:

i) $\Delta h = 0.5\ m$
ii) $\Delta h = 2.0\ m$

En particular, se pide:

a. Determinar el caudal que circula por el sistema.
b. Calcular alturas normales y críticas en ambos tramos del canal, clasificando la pendiente hidráulica.
c. Esquematizar y clasificar el eje hidráulico que se verifica en el sistema.

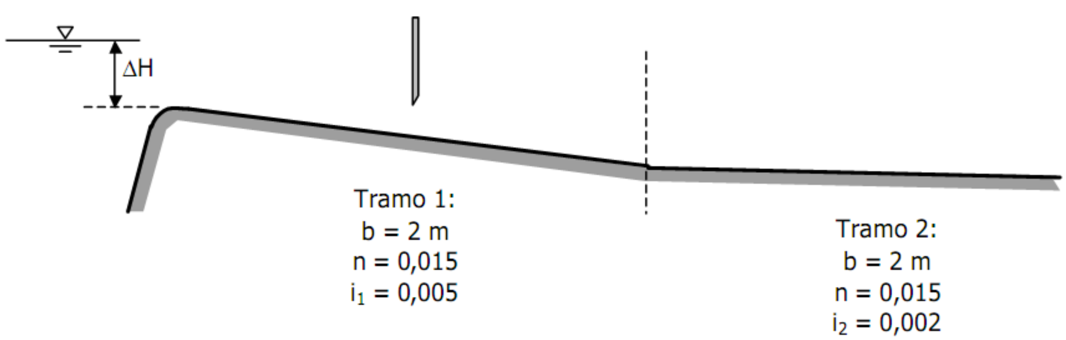


Figura 3: Problema N°3.

Referencias:

1. Control N°3, Problema N°2 – Primavera 2007. Prof. Y. Niño, Auxs. C. Godoy & S. Mordojovich.
2. Control N°3, Problema N°1 – Primavera 2005. Prof. Y. Niño, Auxs. W. Brevis & C. Godoy
3. Control N°3, Problema N°1 – Otoño 2002. Prof. Y. Niño, Aux. C. Reiher.

CI41A – Pauta Auxiliar 7
Viernes 13 de Noviembre 2009

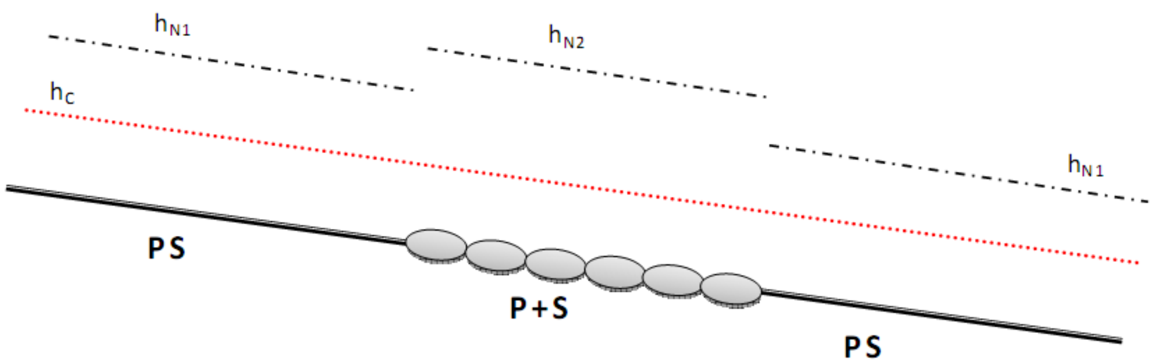
Problema N°1.

a. Como la geometría de la sección del canal no cambia, se tiene una sola altura crítica a lo largo de todo el canal, h_c. La ecuación de Manning para canales rectangulares es la siguiente:

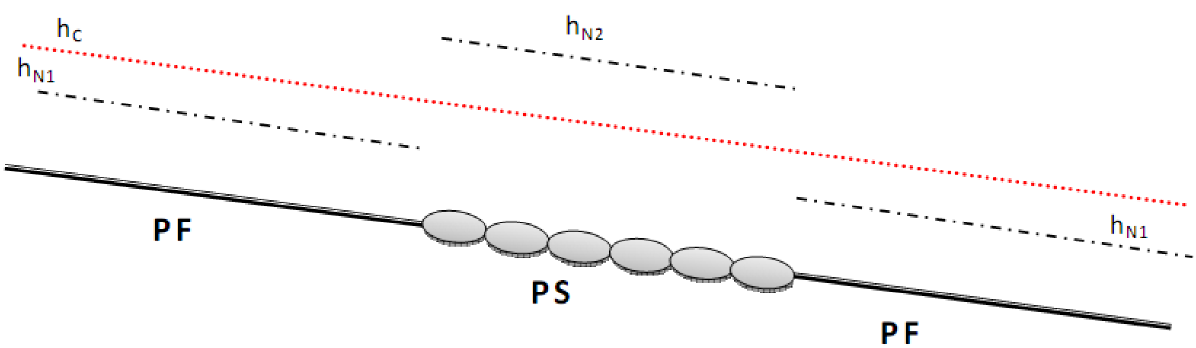
$$\frac{Qn}{\sqrt{i}} = \Omega R_h^{2/3} \tag{1.1}$$

De la ecuación anterior es facíl deducir que a mayor número de Manning n, se obtienen una mayor altura normal h_n, sin importar el tipo de pendiente en que nos encontremos, por lo tanto las combinaciones posibles son:

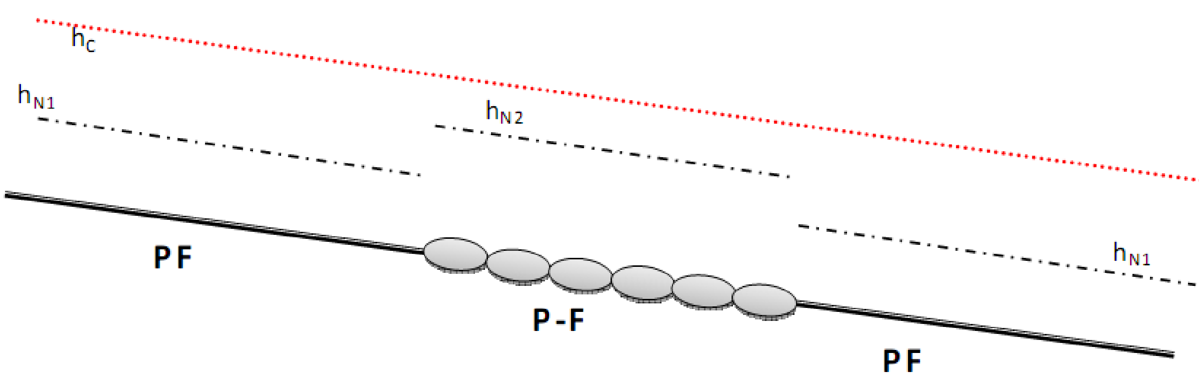
a.1. Pendiente Suave, Pendiente Suave, Pendiente Suave:



a.2. Pendiente Fuerte, Pendiente Suave, Pendiente Fuerte:

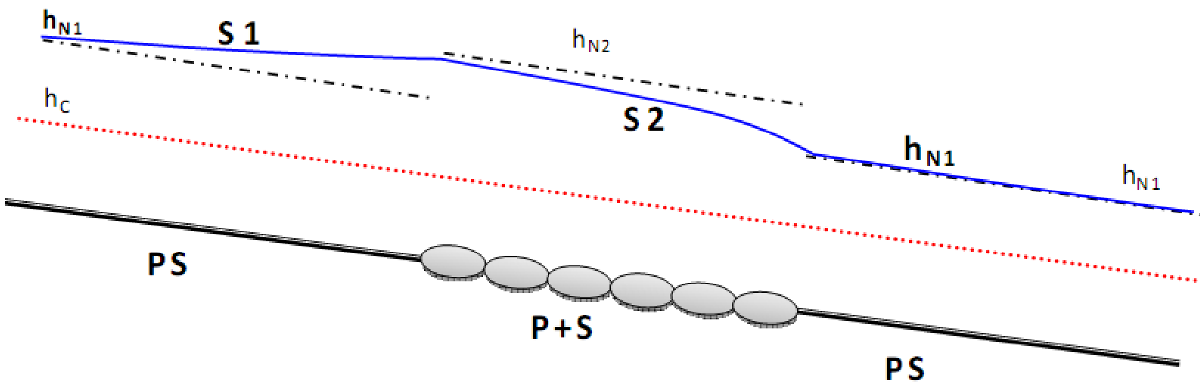


a.3. Pendiente Fuerte, Pendiente menos Fuerte, Pendiente Fuerte:



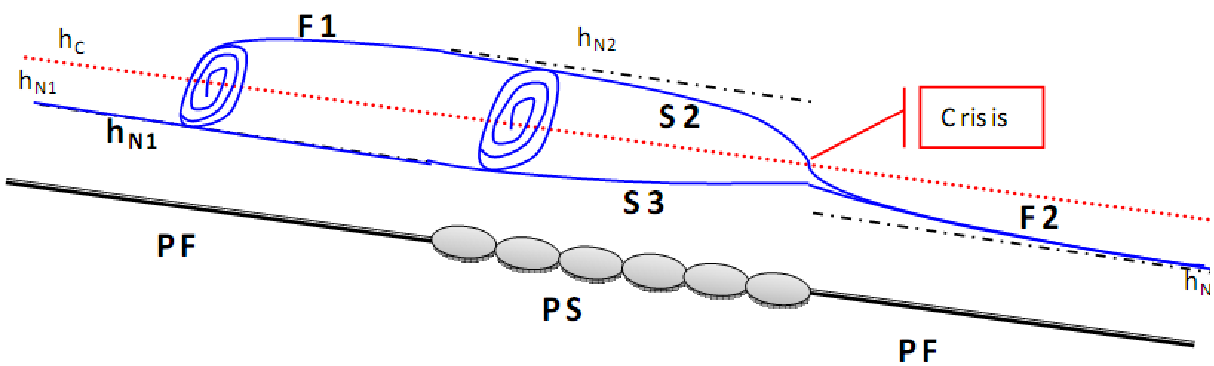
b. Los ejes hidráulicos que pueden generarse en cada uno de los casos descritos anteriormente son:

b.1. Pendiente Suave, Pendiente más Suave, Pendiente Suave:



Si el tramo protegido es lo suficientemente largo, puede alcanzarse h_{n2} al principio del tramo.

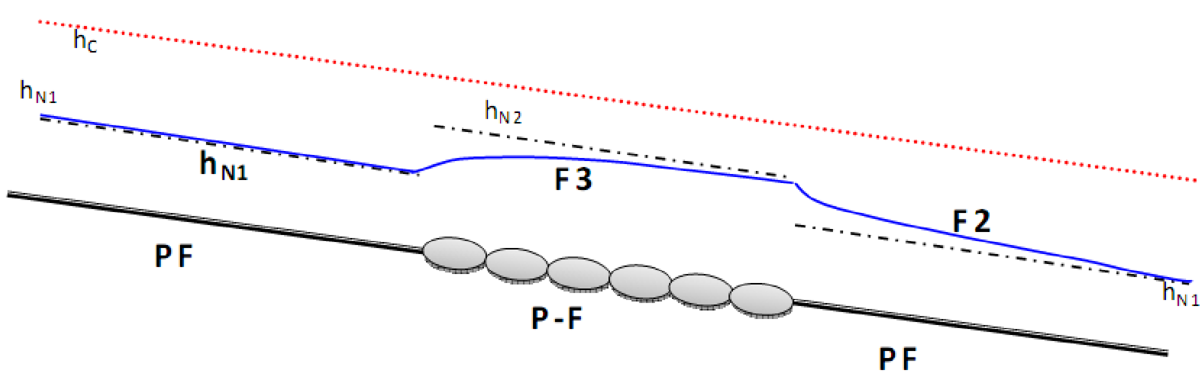
b.2. Pendiente Fuerte, Pendiente Suave, Pendiente Fuerte:



Existen tres distintas posibilidades en esta configuración:

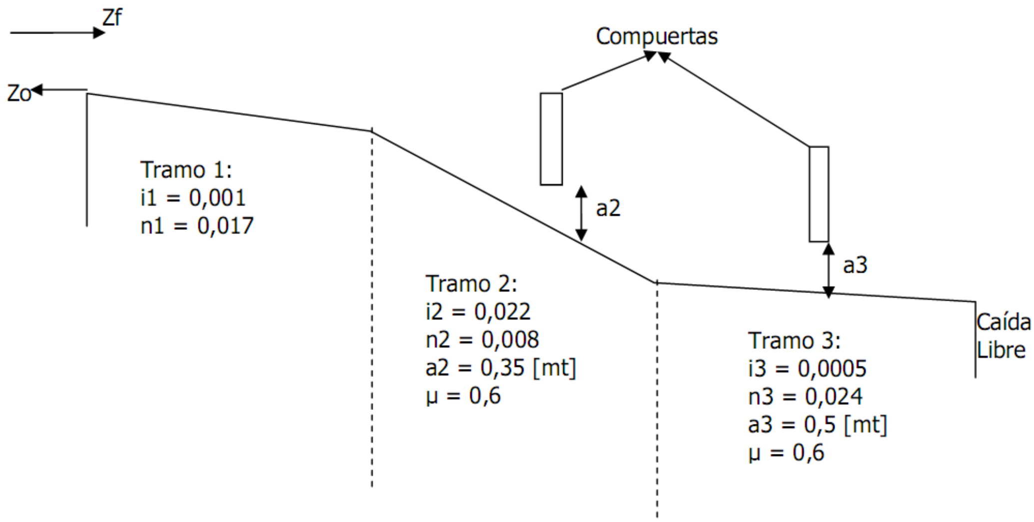
1. Altura normal 1 – Resalto – F1 – S2 – Crisis – F2.
2. Altura normal 1 – S3 – Resalto – S2 – Crisis – F2.
3. Altura normal 1 – S3 – F2.

b.3. Pendiente Fuerte, Pendiente menos Fuerte, Pendiente Fuerte:



Si el tramo protegido es lo suficientemente largo, es posible alcanzar h_{n2} al final de él.

Problema N°2.



Considerando que el canal es muy ancho, $b \gg h$, se puede realizar la siguiente aproximación para un canal rectangular de ancho b:

$$R_h = \frac{bh_n}{b + 2h_n} = \frac{h_n}{1 + 2h_n/b} \approx h_n \tag{2.1}$$

$$\frac{qn}{\sqrt{i_i}} = h_{ni}^{5/3} \rightarrow h_{ni} = \left(\frac{qn}{\sqrt{i_i}}\right)^{3/5} \tag{2.2}$$

$$h_{ci} = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} \tag{2.3}$$

Tramo 1: Supongamos crisis en la entrada, considerando que el tramo 1 tiene Pendiente Fuerte, entonces imponemos energía crítica al inicio del tramo:

$$E_c = Z_f - Z_0 = 1.2\,m = \frac{3}{2}h_c = \frac{3}{2}\left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} \rightarrow q = 2.24\frac{m^2}{s} \rightarrow h_c = 0.8\,m \tag{2.4}$$

Por otra parte, la altura normal se determina a través de la ecuación 1.2.

$$h_{n1} = \left(\frac{qn_1}{\sqrt{i_i}}\right)^{3/5} = 1.12\,m \tag{2.5}$$

De esto se obtiene que $h_{n1} > h_c$, por lo que la hipótesis de Pendiente Fuerte se invalida. Luego, se tiene Pendiente Suave. De esta forma tenemos que resolver un sistema de ecuaciones para el caudal y la altura normal de escurrimiento h_{n1}:

$$E_1 = \frac{q^2}{2gh_{n1}^2} + h_{n1} = Z_f - Z_0 = 1.2\,m \;\;\&\;\; \frac{qn_1}{\sqrt{i_1}} = h_{n1}^{5/3} \tag{2.6}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones se obtienen los siguientes resultados:

$$h_{n1} = 1.02\,m \quad q = 1.92\,m^2/s \quad h_c = 0.72\,m \tag{2.7}$$

De esta forma se obtiene que la Pendiente del tramo es Suave.

Tramo 2: Considerando que el caudal es $q = 1.92\ m^2/s$, la pendiente es $i_2 = 0.022$ y el coeficiente de Manning $n_2 = 0.008$. La altura crítica sigue siendo $h_c = 0.72\ m$. En estas condiciones la altura normal se obtiene a través de la siguiente ecuación:

$$h_{n2} = \left(\frac{qn_2}{\sqrt{i_2}}\right)^{3/5} = 0.26\ m \tag{2.8}$$

con lo cual se obtiene que la pendiente del tramo es fuerte, $h_{n2} < h_c$. Además, se alcanza altura normal, dado que se tienen tramos muy largos, por lo que $h_{n2} < a_2$, y en consecuencia la compuerta no controla. Por otra parte, se tendrá crisis en el cambio de pendiente para compatibilizar los ejes hidráulicos.

Tramo 3: Considerando que el caudal es $q = 1.92\ m^2/s$, la pendiente es $i_3 = 0.0005$y el coeficiente de Manning $n_3 = 0.024$. La altura crítica sigue siendo $h_c = 0.72\ m$. En estas condiciones la altura normal se obtiene a través de la siguiente ecuación:

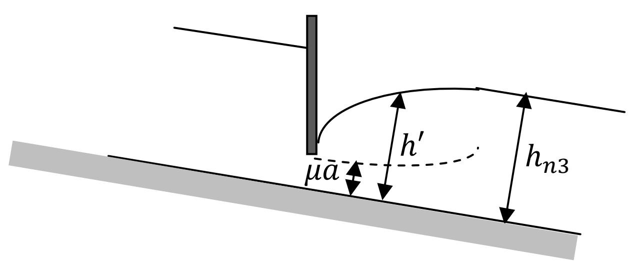
$$h_{n3} = \left(\frac{qn_3}{\sqrt{i_3}}\right)^{3/5} = 1.54\ m \tag{2.9}$$

con lo cual se obtiene que la pendiente del tramo es suave, $h_{n3} > h_c$. Además, se alcanza altura normal, dado que se tienen tramos muy largos, por lo que $h_{n3} > a_3$, y en consecuencia la compuerta controla. Dado que se tendrá altura normal en algún punto después de la compuerta se analizan las momentas para ubicar el resalto.

$$m_{h_{n3}} = \frac{q^2}{gh_{n3}} + \frac{h_{n3}^2}{2} = 1.43\ m^2 \tag{2.10}$$

$$m_{\mu a} = \frac{q^2}{g(\mu a)} + \frac{(\mu a)^2}{2} = 1.30\ m^2 \tag{2.11}$$

Se obtiene que $m_{h_{n3}} > m_{\mu a}$, por lo que el resalto es ahogado. Ahora debemos calcular la altura de presión h':



$$m_{h_{n3}} = m_{\mu a + h'} = \frac{q^2}{g(\mu a)} + \frac{h'^2}{2} \rightarrow h' = 0.60\ m \tag{2.12}$$

Ahora se puede analizar en nivel de energía, y la altura de escurrimiento aguas arriba de la compuerta del tramo 3:

$$E_{comp}^{+} = \frac{q^2}{2g(\mu a)^2} + h' = 2.69 = E_{comp}^{-} = \frac{q^2}{2g\left(h_{comp}^{-}\right)^2} + h_{comp}^{-} \tag{2.13}$$

de lo cual obtenemos la altura del escurrimiento aguas arriba de la compuerta, eligiendo la solución que corresponde a una altura de río:

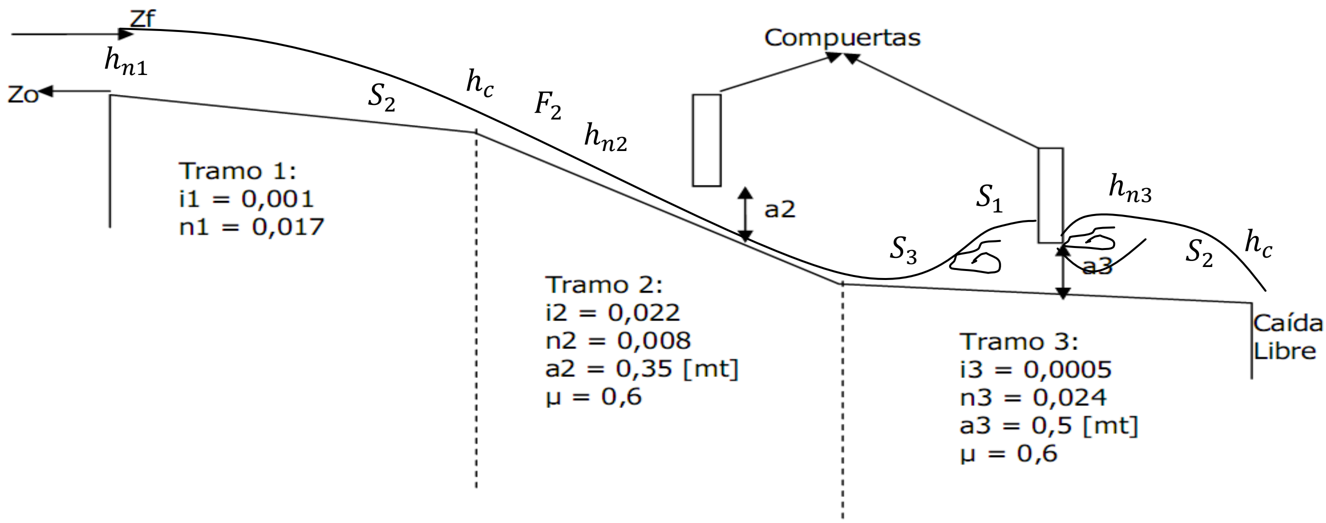
$$h_{comp}^{-} = \begin{cases} h_t = 0.28\ m\ \times \\ h_r = 2.66\ m\ \surd \end{cases} \tag{2.14}$$

Dado que se puede desarrollar el eje completamente, y existe una caída libre al final del tramo, tendremos crisis en la caída. Sólo falta realizar el análisis del resalto en el cambio de pendiente entre los tramos 2 y 3:

$$m_{h_{n2}} = \frac{q^2}{gh_{n2}} + \frac{h_{n2}^2}{2} = 1.48\ m^2 \tag{2.15}$$

$$m_{h_{n3}} = \frac{q^2}{gh_{n3}} + \frac{h_{n3}^2}{2} = 1.43\ m^2 \tag{2.15}$$

de donde se obtiene que $m_{h_{n2}} > m_{h_{n3}}$, por lo que el resalto ocurre en el tramo 3. Con todo lo anterior se tendrán los siguientes ejes:



- $Tramo\ 1:\ Embalse \rightarrow h_{n1} \rightarrow S_2 \rightarrow h_c$
- $Tramo\ 2:\ h_c \rightarrow F_2 \rightarrow h_{n2}$
- $Tramo\ 3:\ h_{n3} \rightarrow S_3 \rightarrow Resalto\ Rechazado\ S_1 \rightarrow Compuerta \rightarrow Resalto\ ahogado \rightarrow h_{n3} \rightarrow S_2 \rightarrow h_c \rightarrow$ $Caída\ libre.$