

CI41A – Hidráulica – Control 1
Martes 1 de Septiembre 2009

Problema N°1

En el sistema hidráulico de la Figura 1 existe un embalse regulador, que recibe las aguas del arroyo Joukowski, de tipo efímero. El volumen del embalse está caracterizado por la expresión $V = ah_e^2$, donde h_e es la altura de la superficie libre del agua medida desde la base del muro. Esta reserva de agua se conecta a través de una tubería a un estanque cilíndrico de diámetro d_c y altura h_c , donde es posible almacenar el volumen evacuado por el embalse. Existe un sistema de compuertas y válvulas que permiten controlar el caudal que es descargado desde el embalse hacia el estanque.

En un determinado momento se detecta el comienzo de una crecida en el caudal del arroyo, la que puede ser modelada para un intervalo de tiempo $t \in [0, t_c]$ a través de la siguiente función:

$$Q_c(t) = Q_0 \ln\left(\frac{e+t}{e}\right) \quad (1.1)$$

donde e es el número de Euler. Luego del tiempo t_c , el caudal afluente comienza a disminuir, en el intervalo de tiempo $t \in [t_c, t_f]$, según la siguiente función:

$$Q_d(t) = Q_{max} \left\{ 1 - \left(\frac{t}{t_f} \right)^n \right\} \quad (1.2)$$

donde t_f es el tiempo de término de la crecida, a partir del cual el caudal es nulo, y n es un coeficiente positivo menor a la unidad.

- (a) Determine el caudal de salida del embalse a través de tubería si se observa que durante el tiempo que se genera la crecida, $t \in [0, t_f]$, el nivel de agua del embalse aumenta a una tasa (1 pto.):

$$\frac{dh_e}{dt} = \sqrt{t_f - t} \quad (1.3)$$

- (b) Determine el nivel de agua en el estanque cilíndrico luego del inicio de la crecida $t \geq t_0 = 0$, además determine el nivel máximo alcanzado. (2 pts.)
- (c) Determine la evolución en el tiempo de la presión termodinámica al inicio de la tubería. Suponga que el coeficiente de fricción no depende del Reynolds. (3 pts.)

Datos:

- Longitudes de tuberías: L
- Diámetros tuberías: D
- Asperezas de tuberías: ϵ
- Diámetro estanque cilíndrico: d_c
- Caudal: $Q(t)$

Problema N°2

Para el abastecimiento de un predio agrícola, se debe captar un caudal Q_0 desde un lago, de cota z_{lago} , y llevarlo hasta un estanque elevado, de cota z_e , mediante una tubería de longitud L_1 , diámetro D_1 y aspereza ϵ_1 . Para dicho fin se cuenta con el sistema de impulsión mostrado en la Figura 2-1, compuesto por 3 tipos distintos de bombas, cuyas curvas características son:

- Bomba A: $H_A = 70 - 75 Q^2$
- Bomba B: $H_B = 70 - 80 Q^2$
- Bomba C: $H_C = 70.6 - 88 Q^2$

El sistema de impulsión está compuesto por tuberías de diámetro D_{SI} , y cuenta con una serie de válvulas para regular la operación del sistema. En base a los antecedentes entregados, se le solicita:

- a) Determinar la distribución de caudales en el sistema de bombas para los siguientes casos: i) cuando se encuentra la válvula 2 abierta y la válvula 3 cerrada; ii) cuando ambas válvulas se encuentran abiertas. Debe considerar las pérdidas singulares introducidas por las válvulas y puede despreciar las pérdidas friccionales en el sistema de impulsión. En ambos casos, la válvula 1 permanece abierta. (4 pts).
- b) Graficar las curvas de operación para cada rama del sistema para los casos mencionados en la parte a). (2 pts).

En su análisis, considere las pérdidas friccionales y singulares indicadas en la Figura 2-1:

- Entrada a la tubería, $\theta = 45^\circ$
- Codos tipo Smooth Bend, $R = 0.5 m$
- Salida hacia el estanque elevado.
- Válvulas mariposa abiertas: Blunt element, $\theta = 0$, $t/D = 0.35$

Tabla 2-1: Datos del problema

Parámetro	Valor	Unidad
Q_0	1.4	m ³ /s
L_1	2700	m
D_1	1	m
ϵ_1	0.8	mm
D_{SI}	0.5	m
z_{lago}	91	m
z_e	169	m
R_{codos}	0.5	m
ν	10^{-6}	m ² /s

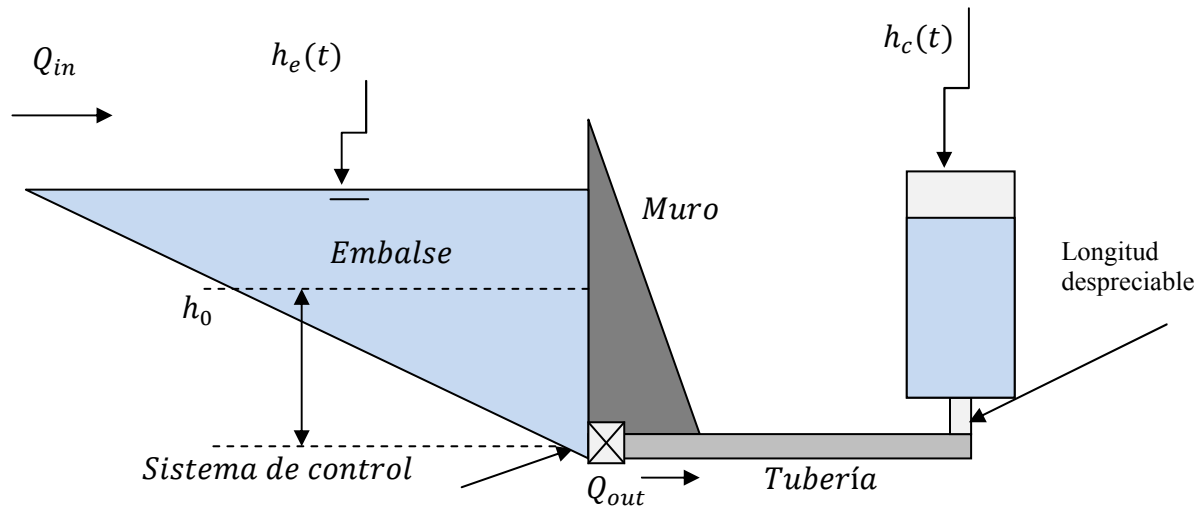


Figura 1-1: Esquema Problema 1

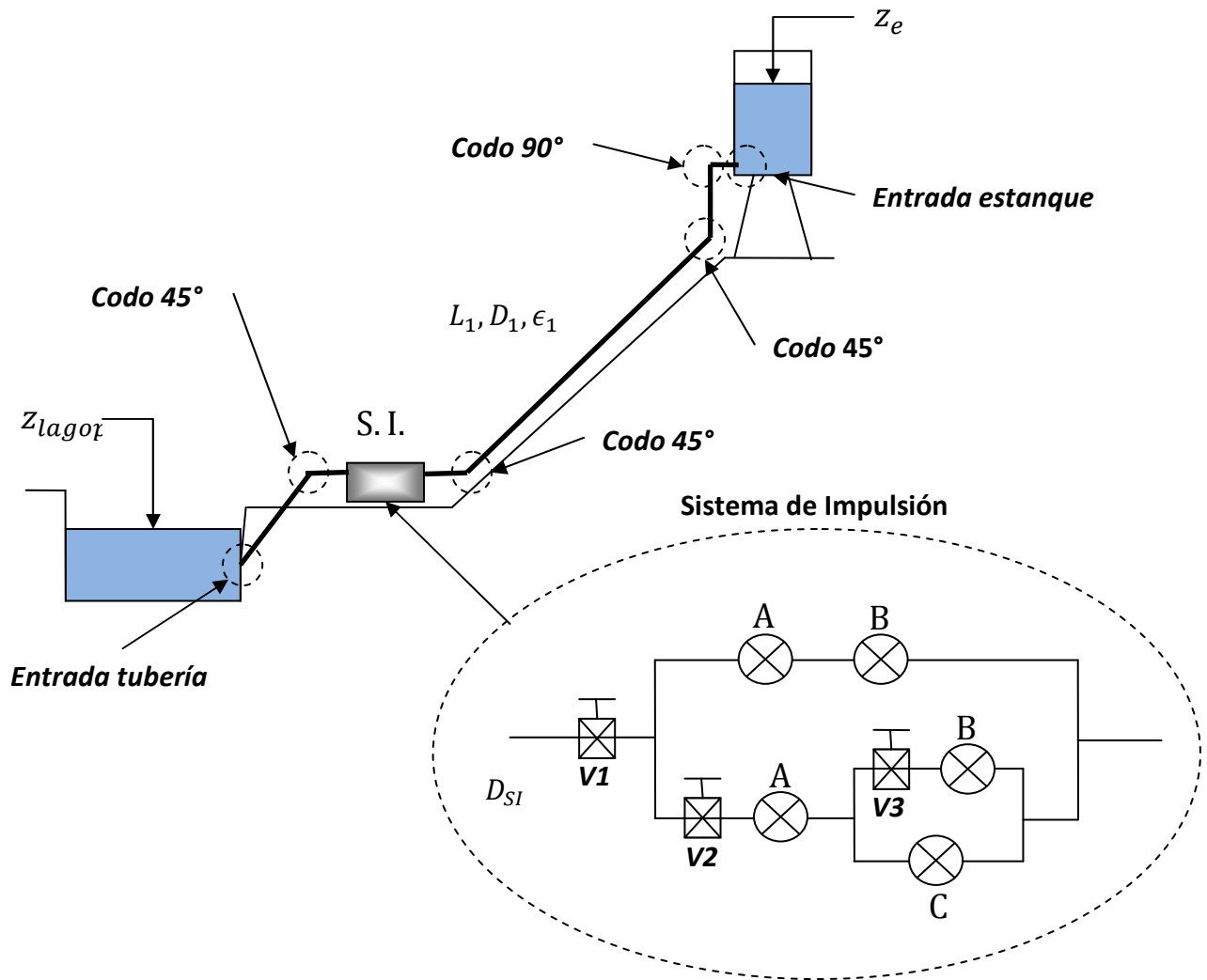


Figura 2-1: Sistema de impulsión

CI41A – Hidráulica –Pauta Control 1
Martes 1 de Septiembre 2009

Pregunta 1

- (a) Para determinar el caudal de salida, Q_{out} , podemos plantear la ecuación de conservación para el volumen del embalse, luego:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = Q_{in} - Q_{out} \quad (1.1)$$

Como conocemos el volumen del embalse. $V = V(t, h)$, podemos obtener Q_{out} a partir de la ecuación (1.1):

$$Q_{out} = Q_{in} - \frac{\partial V}{\partial t} = Q_{in}(t) - 2ah_e \frac{\partial h_e}{\partial t} \quad (1.2)$$

Por otro lado, el caudal de entrada está caracterizado por dos procesos, una crecida de caudal, de cero hasta alcanzar un máximo entre $t \in [0, t_c]$, y una decrecida de caudal, que lleva al caudal a la situación inicial, en el intervalo $t \in [t_c, t_f]$. El análisis debe ser dividido por intervalos.

- (a.1) Análisis de caudal de salida para el intervalo $t \in [0, t_c]$. En esta situación el caudal de salida está dado por la siguiente función:

$$Q_{out_1}(t) = Q_0 \ln\left(\frac{e+t}{e}\right) - 2a\sqrt{t_f-t} \left\{ h_0 + \frac{2}{3} \left(t_f^{\frac{3}{2}} - (t_f-t)^{\frac{3}{2}} \right) \right\} \quad (1.3)$$

Este resultado se obtiene de utilizar las ecuaciones (1.1) y (1.3) del enunciado, además h_e se obtiene de integrar la ecuación (1.3) en el intervalo de tiempo $[0, t]$.

- (a.2) Análisis de caudal de salida para el intervalo $t \in [t_c, t_f]$. En esta situación el caudal de salida está dado por la siguiente función:

$$Q_{out_2}(t) = Q_{max} \left\{ 1 - \left(\frac{t}{t_f} \right)^n \right\} - 2a\sqrt{t_f-t} \left\{ h_0 + \frac{2}{3} \left(t_f^{\frac{3}{2}} - (t_f-t)^{\frac{3}{2}} \right) \right\} \quad (1.4)$$

Este resultado se obtiene de utilizar las ecuaciones (1.2) y (1.3) del enunciado, al igual que la parte anterior, h_e se obtiene de integrar la ecuación (1.3) en el intervalo de tiempo $[0, t]$, sin hacer una distinción directa si t es mayor que t_c , pero debe serlo.

Podemos resumir estos resultados a través de la siguiente expresión:

$$Q_{out}(t) = \begin{cases} Q_0 \ln\left(\frac{e+t}{e}\right) - 2a\sqrt{t_f-t} \left\{ h_0 + \frac{2}{3} \left(t_f^{\frac{3}{2}} - (t_f-t)^{\frac{3}{2}} \right) \right\} & t \in [0, t_c] \\ Q_{max} \left\{ 1 - \left(\frac{t}{t_f} \right)^n \right\} - 2a\sqrt{t_f-t} \left\{ h_0 + \frac{2}{3} \left(t_f^{\frac{3}{2}} - (t_f-t)^{\frac{3}{2}} \right) \right\} & t \in [t_c, t_f] \end{cases} \quad (1.5)$$

Para tiempos fuera del intervalo $[0, t_f]$ el caudal de entrada es considerado como nulo.

(b) El caudal Q_{out} circula a través de la tubería, luego, por continuidad se debe cumplir lo siguiente:

$$Q_{out}(t) = A_T u_T(t) = A_c u_c(t) \quad (1.6)$$

donde $A_T = \pi D^2/4$ y $A_c = \pi d_c^2/4$, por otra lado $u_T(t)$ es la velocidad de escurrimiento del agua a través de la tubería, y $u_c(t)$ es la velocidad de escurrimiento del agua en el estanque cilíndrico. Luego, podemos plantear la siguiente ecuación de conservación de volumen para el estanque cilíndrico:

$$\frac{\partial V_c}{\partial t} = Q_{in-c} - Q_{out-c} \quad (1.7)$$

En este caso, el caudal de entrada es $Q_{in-c} = Q_{out}(t)$ y el caudal de salida es cero. Por otra parte el volumen está determinado por una geometría cilíndrica: $V_c(t) = A_c h_c(t)$, entonces:

$$A_c \frac{\partial h_c}{\partial t} = Q_{out}(t) \quad (1.8)$$

A través de esta última ecuación podemos determinar la evolución en el tiempo de h_c . Se debe hacer un análisis dividido por intervalo:

(b.1) Análisis de h_c para el intervalo $t \in [0, t_c]$. En esta situación h_c está dado por la siguiente función:

$$h_c(t) = h_0 + \frac{1}{A_c} \int_0^t Q_{out1}(t) dt \quad (1.9)$$

$$h_c(t) = h_0 + \frac{1}{A_c} \left\{ Q_0 \ln \left[\left(\frac{e+t}{e} \right)^{e+t} e^{-t} \right] + \frac{4a}{3} \left(h_0 + \frac{2}{3} t_f^{3/2} \right) \left((t_f - t)^{3/2} - t_f^{3/2} \right) + \frac{4a}{9} \left(t_f^3 - (t_f - t)^3 \right) \right\} \quad (1.10)$$

(b.2) Análisis de h_c para el intervalo $t \in [t_c, t_f]$. En esta situación h_c está dado por la siguiente función:

$$h_c(t) = h_c(t_c) + \frac{1}{A_c} \int_{t_c}^t Q_{out2}(t) dt \quad (1.11)$$

$$h_c(t) = h_0 + \frac{1}{A_c} \left\{ Q_0 \ln \left[\left(\frac{e+t_c}{e} \right)^{e+t_c} e^{-t_c} \right] + Q_{max} \left\{ (t - t_c) - \frac{1}{n+1} \left[\left(\frac{t}{t_f} \right)^{n+1} - \left(\frac{t_c}{t_f} \right)^{n+1} \right] \right\} \right. \\ \left. + \frac{1}{A_c} \left\{ \frac{4a}{3} \left(h_0 + \frac{2}{3} t_f^{3/2} \right) \left((t_f - t)^{3/2} - t_f^{3/2} \right) + \frac{4a}{9} \left(t_f^3 - (t_f - t)^3 \right) \right\} \right\} \quad (1.12)$$

El nivel $h_c(t_c)$ se obtiene evaluando la ecuación (1.10).

Para obtener la máxima altura alcanzada durante el intervalo $[0, t_f]$ basta con evaluar la ecuación (1.12) en el tiempo t_f . Debemos notar que, a pesar de que el caudal Q_{out} comienza a decrecer a partir del tiempo t_c , el flujo decreciente en el intervalo $[t_c, t_f]$ sigue provocando un aumento en el nivel del estanque cilíndrico, solo que a menor tasa. Finalmente se tiene que:

$$h_{max-c}(t_f) = h_0 + \frac{1}{A_c} \left\{ Q_0 \ln \left[\left(\frac{e+t_c}{e} \right)^{e+t_c} \right] + Q_{max} \left((t_f - t_c) - \frac{t_f^{n+1} - t_c^{n+1}}{(n+1)t_f^{n+1}} \right) - \frac{4a}{3} \left(h_0 t_f^{3/2} + \frac{t_f^3}{3} \right) \right\} \quad (1.13)$$

- (c) Para determinar la presión termodinámica a la entrada de la tubería debemos plantear la ecuación de Euler que gobierna el comportamiento del fluido incompresible, en una tubería inelástica, a través de la tubería que conecta el embalse con el estanque cilíndrico:

$$\frac{L_T}{g} \frac{\partial u_T}{\partial t} + B_{i-c} - B_e + \Lambda_{fT} = 0 \quad (1.14)$$

$$\frac{L_C}{g} \frac{\partial u_c}{\partial t} + B_{f-c} - B_{i-c} + \Lambda_{fc} = 0 \quad (1.15)$$

La ecuación (1.14) representa la ecuación de Euler para la tubería y la ecuación (1.15) representa la ecuación de Euler para el estanque cilíndrico. Por otro lado, B_{i-c} y B_{f-c} representan los Bernoulli al inicio del estanque cilíndrico (entrada) y al final del estanque cilíndrico (superficie libre en movimiento). Además L_c , en este caso, está caracterizado por $h_c(t)$. Se supondrá que las pérdidas friccionales en el cilindro son despreciables. Restando estas dos ecuaciones se obtiene el siguiente resultado, y utilizando la ecuación de continuidad se obtiene el siguiente resultado:

$$\left(\frac{L_T}{g} + \frac{A_T}{A_c} \frac{h_c(t)}{g} \right) \frac{\partial u_T}{\partial t} + B_{f-c} - B_e + \Lambda_{fT} = 0 \quad (1.16)$$

De esta ecuación debemos caracterizar los términos de Bernoulli. Se tomará como datum el eje de la tubería, el cual tiene pendiente nula, luego:

$$B_e = \frac{u_T |u_T|}{2g} + \frac{p_T}{\gamma} \quad (1.17)$$

$$B_{f-c} = \left(\frac{A_T}{A_c} \right)^2 \frac{u_T |u_T|}{2g} + h_c(t) \quad (1.18)$$

Si consideramos la ecuación de Darcy-Weisbach para obtener las pérdidas friccionales, bajo el supuesto que nos encontramos en régimen hidrodinámicamente rugoso (f no depende del número de Reynolds), entonces:

$$\Lambda_{fT} = \frac{L_T}{4 \log_{10}^2 \left(\frac{3.7 D_T}{\epsilon} \right)} \frac{u_T |u_T|}{2g} \quad (1.19)$$

Luego la ecuación (1.16) se toma la siguiente forma:

$$\left(\frac{L_T}{g} + \frac{A_T}{A_c} \frac{h_c(t)}{g} \right) \frac{\partial u_T}{\partial t} + \frac{u_T |u_T|}{2g} \left(\left(\frac{A_T}{A_c} \right)^2 - 1 \right) + h_c(t) - \frac{p_T}{\gamma} + \frac{L_T}{4 \log_{10}^2 \left(\frac{3.7 D_T}{\epsilon} \right)} \frac{u_T |u_T|}{2g} = 0 \quad (1.20)$$

de donde podemos despejar la presión termodinámica $p_T(t)$:

$$p_T(t) = \gamma \left(\frac{L_T}{g} + \frac{A_T}{A_c} \frac{h_c(t)}{g} \right) \frac{\partial u_T}{\partial t} + \gamma \frac{u_T |u_T|}{2g} \left(\left(\frac{A_T}{A_c} \right)^2 - 1 \right) + \gamma h_c(t) + \frac{\gamma L_T}{4 \log_{10}^2 \left(\frac{3.7 D_T}{\epsilon} \right)} \frac{u_T |u_T|}{2g} \quad (1.21)$$

Debemos notar que $h_c(t)$ está determinado por las ecuaciones (1.10) y (1.12), por otra parte, u_T está determinado por la ecuación (1.5), luego:

$$u_T = \frac{Q_{out}(t)}{A_T} \quad (1.22)$$

Problema N°2

a) En primer lugar, debemos determinar la altura de elevación dinámica que debe satisfacer el sistema de impulsión. La ecuación de Bernoulli entre el lago y el estanque es:

$$B_{lago} + B_{SI} = B_e + \frac{f_1 L_1}{D_1} \frac{v_1^2}{2g} + \sum_j k_j \frac{v_1^2}{2g} \quad (2.1)$$

Hay que estimar los coeficientes de pérdida singular, y el factor de fricción para la pérdida friccional.

Pérdidas singulares

A partir de la Figura 2-1 y las tablas de cátedra, se tienen las siguientes pérdidas singulares:

- Entrada a la tubería, $\theta = 45^\circ$: $k_1 = 0.5 + 0.3 \cos(45^\circ) + 0.2 \cos(45^\circ)^2 = 0.812$
- 3 Codos 45° tipo Smooth Bend, $R = 0.5 \text{ m}$: $k_2 = 0.27$, para $R/D = 0.5 < 2$
- 1 Codo 90° tipo Smooth Bend, $R = 0.5 \text{ m}$: $k_3 = 1.1$, para $R/D = 0.5 < 2$
- Salida hacia el estanque elevado: $k_4 = 1$

Luego, las pérdidas singulares son:

$$\Lambda_s = (k_1 + 3k_2 + k_3 + k_4) \frac{v_1^2}{2g} = 0.603 \text{ m} \quad (2.2)$$

Pérdidas friccionales

A partir de los datos del problema, se tiene que: $\frac{\epsilon_1}{D} = 0.0008$, $v_1 = \frac{4Q_0}{\pi D_1^2} = 1.78 \text{ m/s}$ y $Re = 1782535.4$

Usando la fórmula de Colebrook-White, el factor de fricción es $f_1 = 0.0188$

Luego, la pérdida friccional es:

$$\Lambda_f = \frac{f_1 L_1}{D_1} \frac{v_1^2}{2g} = 8.236 \text{ m} \quad (2.3)$$

Reemplazando en la ecuación (2.1), se tiene que la altura de elevación que debe aportar el sistema de impulsión es:

$$H_{SI} = z_e - z_{lago} + \Lambda_f + \Lambda_s = 86.84 \text{ m} \quad (2.4)$$

Análisis de casos

i) Válvula 2 abierta, válvula 3 cerrada

En este caso, se tiene un sistema de dos bombas en serie, ubicadas en paralelo: bombas A y B en serie, en paralelo con bombas A y C en serie, tal como se muestra en la Figura 2-2:

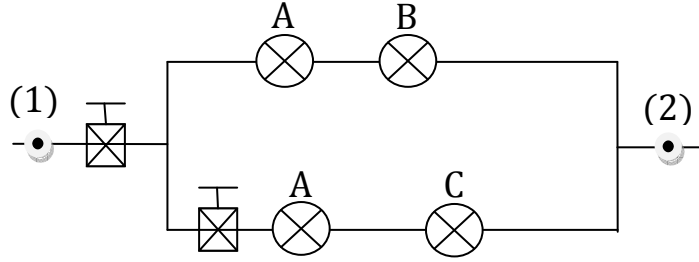


Figura 2-2: Esquema caso i)

Para analizar el sistema, se debe realizar un balance de Bernoulli entre los puntos (1) y (2). La diferencia de Bernoulli entre ambos puntos equivale a la altura de elevación que debe entregar el sistema de impulsión.

Pérdida singular en la válvula

El coeficiente de pérdida singular para una válvula mariposa abierta, tipo Blunt element, $\theta = 0$, $t/D = 0.35$ es $k = 1.8$. Luego, la pérdida singular de cada válvula puede ser escrita como:

$$\Lambda_{s_{valvula}} = k \frac{v_{DI}^2}{2g} = \frac{k}{2g} \left(\frac{4Q}{\pi D_{SI}^2} \right)^2 = \frac{8k}{g\pi^2 D_{SI}^4} Q^2 \quad (2.5)$$

La diferencia de Bernoulli entre (1) y (2), siguiendo la rama superior del sistema (rama 1), compuesta por las bombas A y B en serie es:

$$H_{2-1} = H_A + H_B - \Lambda_{s_{V1}} = 140 - 155 Q_1^2 - 2.38 (Q_1 + Q_2)^2 \quad (2.6)$$

Siguiendo la rama inferior del sistema (rama 2), compuesta por las bombas A y C en serie, la diferencia de Bernoulli entre (1) y (2) es:

$$H_{2-1} = H_A + H_C - \Lambda_{s_{V1}} - \Lambda_{s_{V2}} = 140.6 - 163 Q_2^2 - 2.38 (Q_1 + Q_2)^2 - 2.38 Q_2^2 \quad (2.7)$$

Donde Q_1 y Q_2 son los caudales que circulan por la rama 1 y 2, respectivamente. Por continuidad, el caudal total que circula en el sistema es $Q_0 = Q_1 + Q_2$. Dado que para un sistema en paralelo, la altura de elevación entregada por ambas ramas debe ser la misma, se igualan las ecuaciones (2.6) y (2.7) y se obtiene:

$$Q_1 = 0.71 \text{ m}^3/\text{s}, Q_2 = 0.69 \text{ m}^3/\text{s} \quad (2.8)$$

Con estos caudales en cada rama, la altura de elevación del sistema de impulsión es $H_{2-1} = 57.2 \text{ m}$, que es una altura menor a la requerida, por lo que el sistema de impulsión no sirve para satisfacer la altura necesaria. Veámoslo desde otro punto de vista: si impongo que la altura de elevación del sistema es igual a la necesaria, es decir, $H_{2-1} = 86.84 \text{ m}$, me queda un sistema de ecuaciones para Q_1 y Q_2 , cuya solución me entrega:

$$Q_1 = 0.569 \text{ m}^3/\text{s} \text{ y } Q_2 = 0.554 \text{ m}^3/\text{s} \quad (2.9)$$

Que suman un caudal total $Q_{total} = 1.123 \text{ m}^3/\text{s}$, menor al caudal de diseño. Conclusión: el sistema de impulsión no es capaz de aportar la energía necesaria para conducir un caudal $Q_0 = 1.4 \text{ m}^3/\text{s}$.

ii) Válvula 2 abierta, válvula 3 abierta

En este caso, se tiene el sistema de la figura 2-1

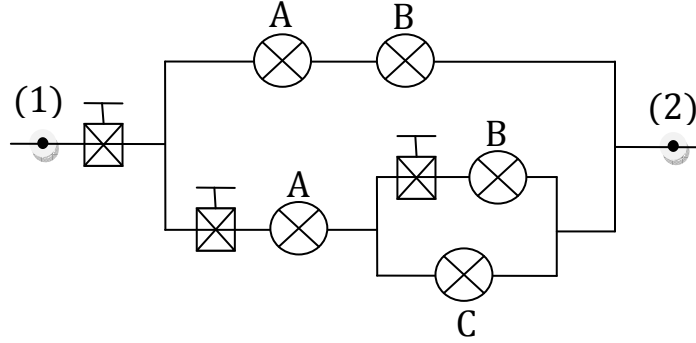


Figura 2-3: Esquema caso ii)

Es importante notar que este caso es el mismo que el anterior, pues las bombas B y C en paralelo (en la rama 2) no van a aportar más altura de elevación, sino que el caudal Q_2 debe repartirse entre ambas sub-ramas. Escribiendo los balances de energía:

Rama 1:

$$H_{2-1} = H_A + H_B - \Lambda_{sV1} = 140 - 155 Q_1^2 - 2.38 (Q_1 + Q_2)^2 \quad (2.10)$$

Rama 2:

$$H_{2-1} = H_A + H_B - \Lambda_{sV1} - \Lambda_{sV2} - \Lambda_{sV3} \\ H_{2-1} = 70 - 75 Q_2^2 + 70 - 80 Q_B^2 - 2.38 (Q_1 + Q_2)^2 - 2.38 Q_2^2 - 2.38 Q_B^2 \quad (2.11)$$

$$H_{2-1} = H_A + H_C - \Lambda_{sV1} - \Lambda_{sV2} = 70 - 75 Q_2^2 + 70.6 - 88 Q_C^2 - 2.38 (Q_1 + Q_2)^2 - 2.38 Q_2^2 \quad (2.12)$$

Además se debe satisfacer continuidad de caudales:

$$Q_0 = Q_1 + Q_2, Q_2 = Q_B + Q_C \quad (2.13)$$

Considerando el caudal de diseño $Q_0 = 1.4 \text{ m}^3/\text{s}$, la solución del sistema de ecuaciones anterior es:

$$\begin{aligned} Q_1 &= 0.63 \text{ m}^3/\text{s} \\ Q_2 &= 0.77 \text{ m}^3/\text{s} \\ Q_B &= 0.39 \text{ m}^3/\text{s} \\ Q_C &= 0.39 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Al reemplazar estos valores en las ecuaciones de energía, se verifica que la altura de elevación aportada por el sistema es $H_{2-1} = 63.76 \text{ m}$, por lo que el sistema de impulsión no es capaz de entregar la energía demandada por el sistema.

b) Se deben analizar las curvas características de cada bomba para determinar las alturas máximas de elevación y los caudales máximos que pueden circular por cada una:

Tabla 2-1: Alturas y caudales máximos

Parámetro	Unidad	Bomba A	Bomba B	Bomba C
H_{max}	m	70	70	70.6
Q_{max}	m ³ /s	0.966	0.935	0.896

Análisis de casos

i) Válvula 2 abierta, válvula 3 cerrada

Rama 1: Bombas A y B en serie

Funcionan ambas bombas hasta el Q_{max} de la bomba B. Luego, sólo funciona la bomba A. Las ecuaciones son:

$$\begin{aligned} H_1 &= 140 - 155Q_1^2 & 0 < Q_1 < Q_{Bmax} \\ H_1 &= 70 - 75Q_1^2 & Q_{Bmax} < Q_1 < Q_{Cmax} \end{aligned} \quad (2.15)$$

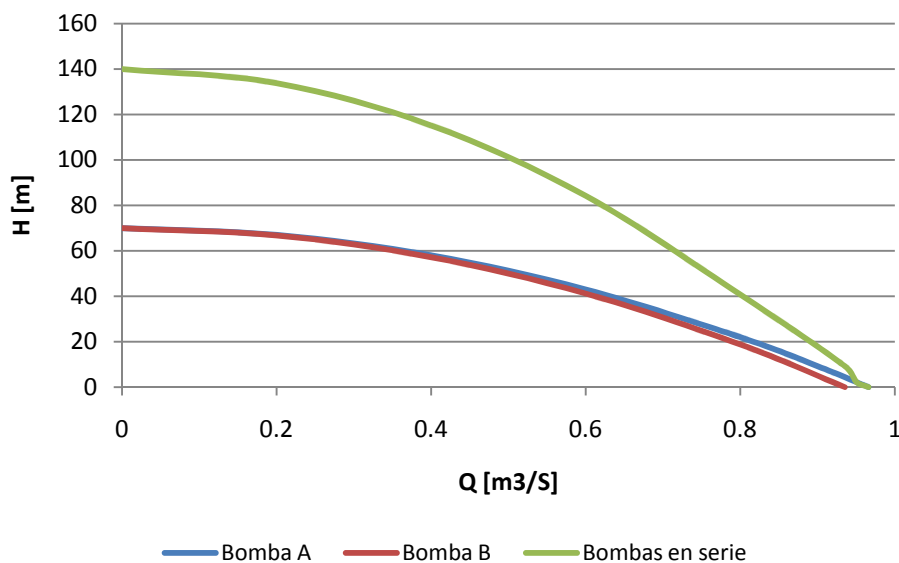


Figura 1: Rama 1 caso i)

Rama 2: Bombas A y C en serie

Hay que considerar la pérdida singular de la válvula, por lo que el caudal máximo que escurre por esta rama es menor al Q_{max} de bomba A. Ambas bombas funcionan hasta que se alcanza el caudal máximo de la bomba C, después sólo queda funcionando la bomba A. Las ecuaciones son:

$$\begin{aligned} H_2 &= 140.6 - 163Q_2^2 - 2.38Q_2^2 & 0 < Q_1 < Q_{Bmax} \\ H_2 &= 70 - 75Q_2^2 - 2.38Q_2^2 & Q_{Bmax} < Q_1 < 0.921 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned} \quad (2.16)$$

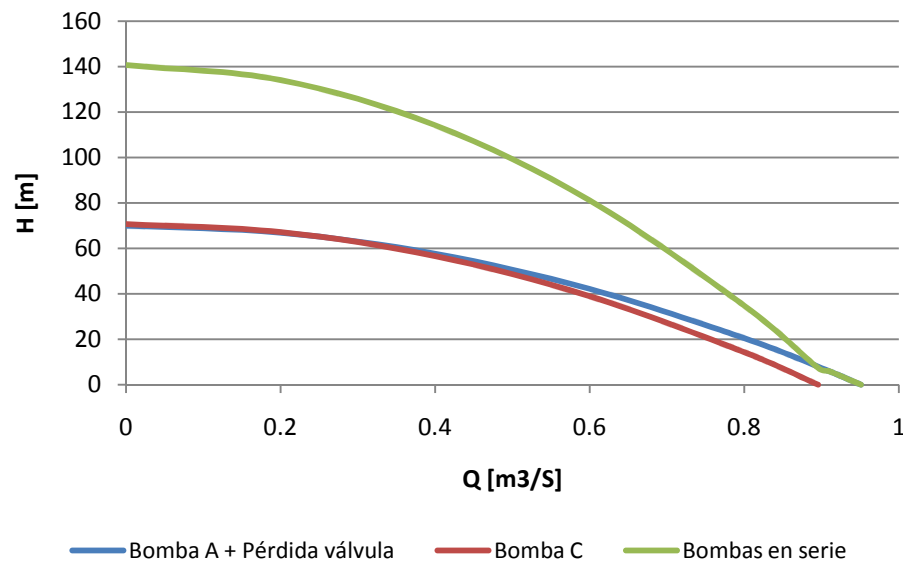


Figura 2: Rama 2 caso ii)

ii) Válvula 2 abierta, válvula 3 abierta

Rama 1: Caso análogo al presentado en i).

Rama 2: Bombas B y C en paralelo, más bomba A en serie

Para las bombas B y C en paralelo, se debe recordar que la altura de elevación debe ser la misma en ambas sub-ramas, y que además se debe considerar la pérdida singular de la válvula. Para $70 < H < 70.6$ sólo funciona la bomba C, mientras que para altura de elevaciones menores a 70 m, funcionan ambas bombas. Las ecuaciones son:

$$\begin{aligned}
 H_B &= 70 - 80Q_B^2 - 2.38Q_B^2 \\
 H_C &= 70.6 - 88Q_C^2 \\
 Q_2 &= \sqrt{\frac{70 - H}{82.38}} + \sqrt{\frac{70.6 - H}{88}}
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

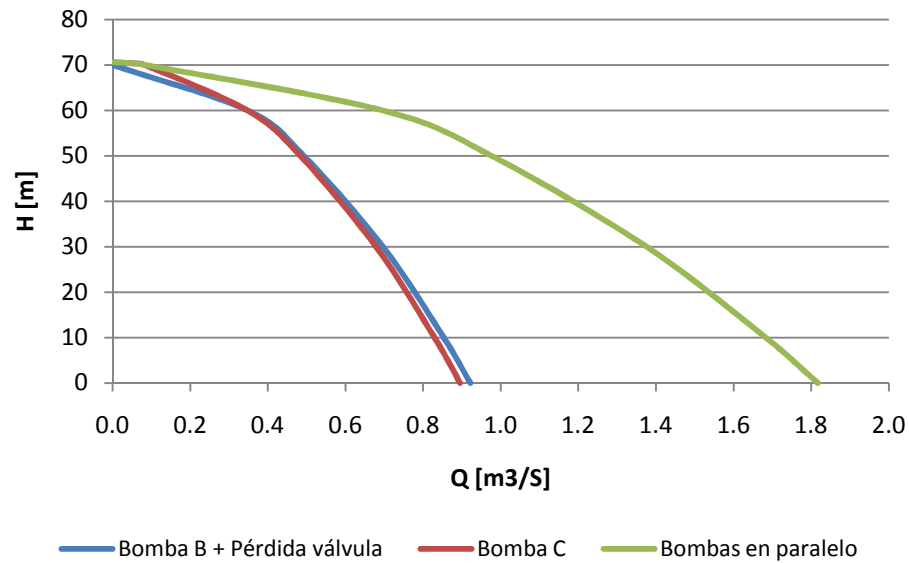


Figura 3: Sistema en paralelo caso ii)

Ahora, este sistema funciona en serie con la bomba A, por lo que las alturas de elevación se suman cuando ambos sistemas funcionan. Cuando el caudal es mayor al máximo permitido por la bomba A más la pérdida singular, funcionan sólo las bombas en paralelo.

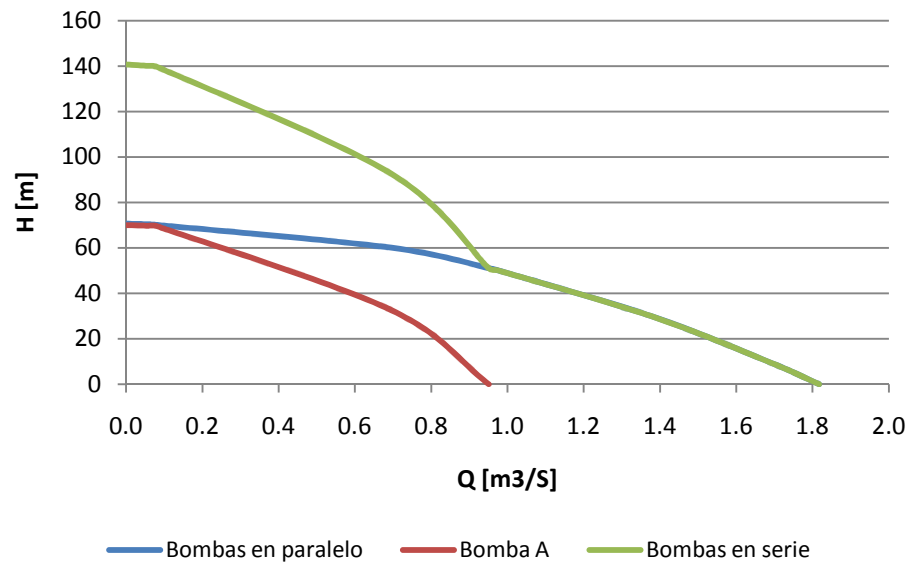


Figura 4: Rama 2 caso ii)