UNIVERSIDAD DE CHILE
FAC. CS. FISICAS Y MATEMATICAS
DEPTO. INGENIERIA CIVIL

AUXILIAR N° 2

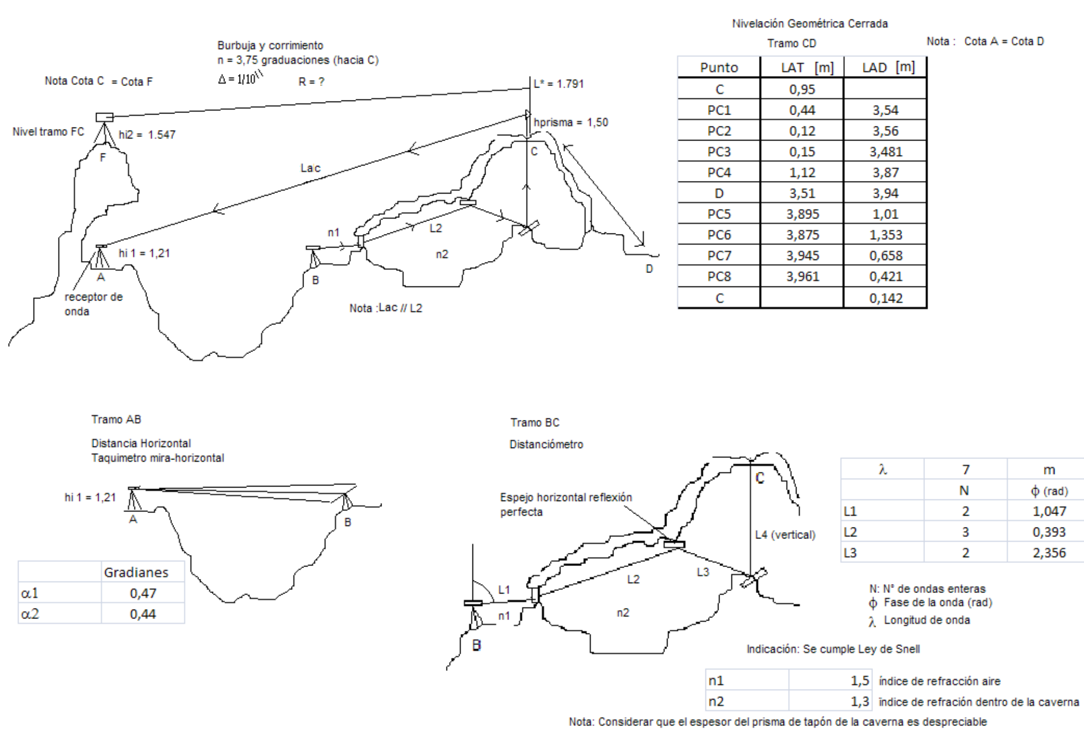
TOPOGRAFIA

Profesor: Iván Bejarano
Auxiliares: Pablo Heresi
Carlos Rozas
Eugenia Tapia

9 de Septiembre de 2009

Pregunta N°1:

Para realizar un proyecto topográfico se han utilizado una serie de metodologías de medición tal como se muestra en la figura adjunta. Primero desde un punto A se procede a medir una distancia horizontal con un taquímetro y mira horizontal hasta un punto B. Desde ese lugar se instala un distanciómetro que se hace calar sobre un cristal delgado (espesor despreciable) que sella una caverna rocosa en cuyo interior hay un gas de índice de refracción n2 (del mismo modo el aire fuera de la caverna se puede considerar con un índice de refracción n1, de modo que la ley de Snell es válida para este fenómeno). El rayo del distanciómetro rebota sucesivamente en espejos (reflexión perfecta) hasta llegar a un punto C donde es retransmitido hasta un receptor ubicado en A. Complementariamente se procede a efectuar una nivelación geométrica cerrada del tipo precisa desde C hasta un punto D el cual posee la misma cota de A. Si se instala posteriormente un nivel en un punto F (que se ubica exactamente sobre A) y para una medición entre F y C (puntos de igual cota) la burbuja tubular se corre 3.75 graduaciones hacia el calaje en C en el que se lee un hilo medio L* = 1,791. Considerando todos los antecedentes incorporados en la figura, se solicita determinar el radio de curvatura R de la ampolleta tubular del nivel.



Punto	LAT [m]	LAD [m]
C	0,95	
PC1	0,44	3,54
PC2	0,12	3,56
PC3	0,15	3,481
PC4	1,12	3,87
D	3,51	3,94
PC5	3,895	1,01
PC6	3,875	1,353
PC7	3,945	0,658
PC8	3,961	0,421
C		0,142

	Gradianes
$\alpha 1$	0,47
$\alpha 2$	0,44

λ	7	m
	N	ϕ (rad)
L1	2	1,047
L2	3	0,393
L3	2	2,356

n1	1,5	índice de refracción aire
n2	1,3	índice de refración dentro de la caverna

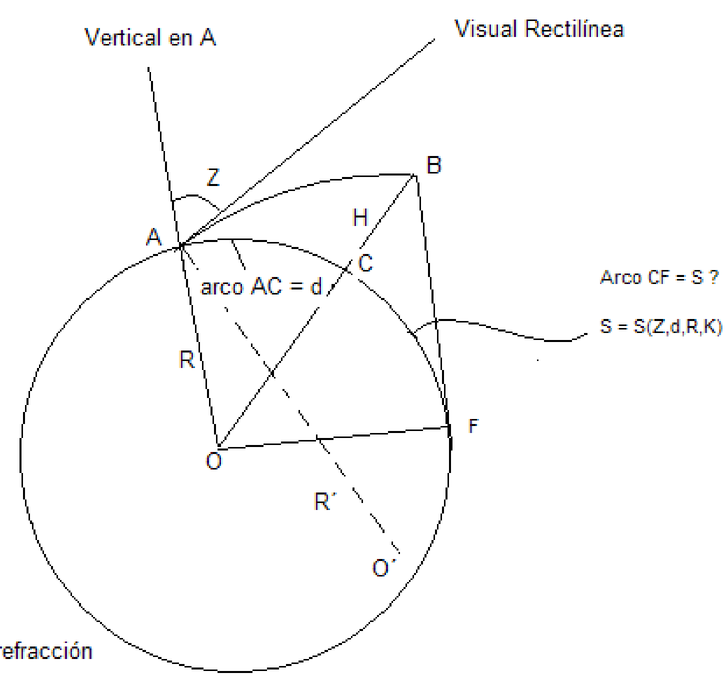
Nota: Se adjunta poster con la figura

Pregunta N°2:

Un topógrafo decide analizar el efecto de la refracción atmosférica y de curvatura terretre. Para ello se realiza una observación desde un punto A hasta el tope de una cima en B de altura H. Para esta observación se puede considerar que la trayectoria del haz de luz se puede modelar por una circunferencia de radio R´. Con ello el coeficiente de refracción queda definido como k =R/R´ (R: radio terrestre). El calaje sobre B se realiza con un ángulo vertical Z, además se sabe que la distancia superficial del arco AC es d y el radio de curvatura de la tierra es R.

Posteriormente ubicado sobre el punto B se cala un punto F (tangente a la curvatura terrestre) en el que no se considera la curvatura por refracción (haz de luz rectilíneo).

Con la información suministrada se solicita encontrar una expresión para la distancia superficial S (arco CF) tal que, S = S(Z,d,R,k)



K. coeficiente de refracción

R = K R´

Consideraciones: H << R

Cuerda AC = Cuerda AB

Nota: no implica que R = R´

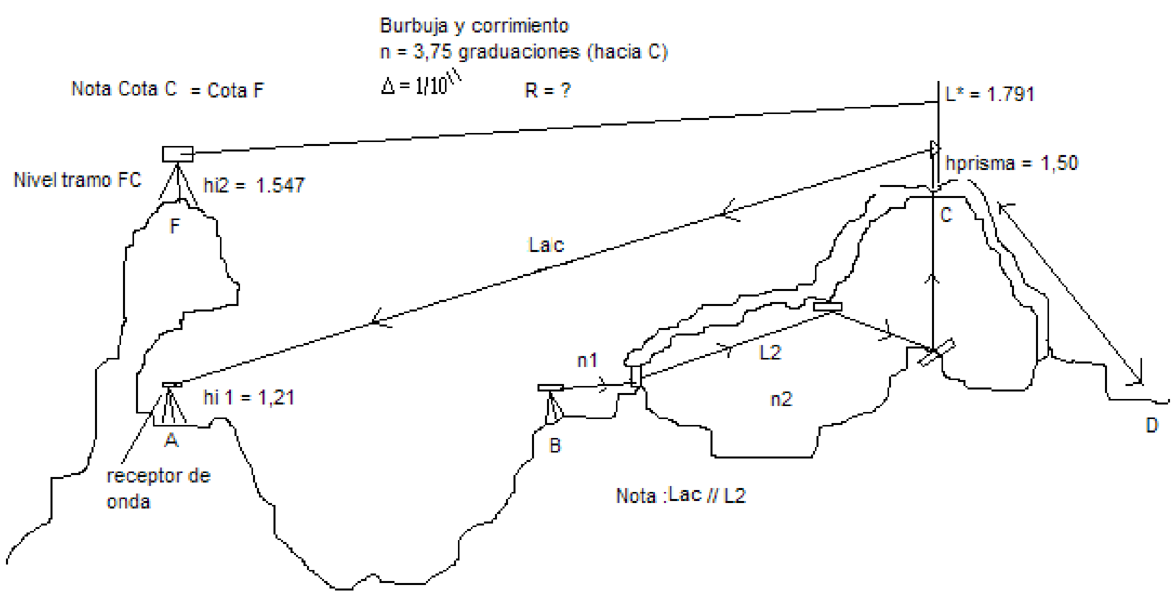
<u>Pregunta N°3:</u>

a) En relación al error de calaje, explique su génesis (porqué ocurre) y cual es el efecto real sobre lecturas en directa y tránsito.

b) Indique las diferencias entre una burbuja tubular y una esférica, además si se requiere mejorar la la precisión con que la burbuja encuentra la horizontal, ¿cómo debería modificarse la burbuja?

c) Compare en términos de precisión el uso de la huincha de tela con la huincha de acero.

d) ¿Qué ventajas podría tener el uso de un nivel de doble visada en una nivelación geométrica cerrada?, fundamente claramente su respuesta.



Nivelación Geométrica Cerrada

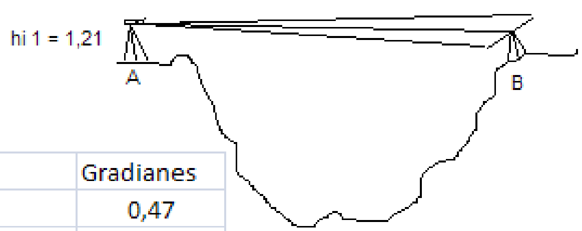
Tramo CD

Nota : Cota A = Cota D

Punto	LAT [m]	LAD [m]
C	0,95	
PC1	0,44	3,54
PC2	0,12	3,56
PC3	0,15	3,481
PC4	1,12	3,87
D	3,51	3,94
PC5	3,895	1,01
PC6	3,875	1,353
PC7	3,945	0,658
PC8	3,961	0,421
C		0,142

Tramo AB

Distancia Horizontal
Taquimetro mira-horizontal



	Gradianes
$\alpha 1$	0,47
$\alpha 2$	0,44

Tramo BC

Distanciómetro

λ	7	m
	N	ϕ (rad)
L1	2	1,047
L2	3	0,393
L3	2	2,356

N: N° de ondas enteras
ϕ Fase de la onda (rad)
λ Longitud de onda

Indicación: Se cumple Ley de Snell

n1	1,5	índice de refracción aire
n2	1,3	índice de refración dentro de la caverna

Nota: Considerar que el espesor del prisma de tapón de la caverna es despreciable

Pauta P1 CI CI5502
Otoño 2009

Distancia A-B:

$$Dh_{A-B_1} = \frac{1}{\tan(\alpha_1)} = 135,449 \text{ m}$$

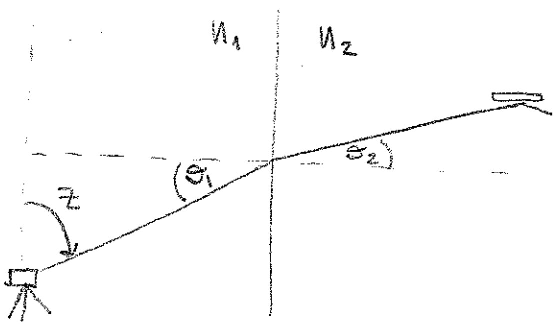
$$Dh_{A-B_2} = \frac{1}{\tan(\alpha_2)} = 144,684 \text{ m}$$

$$\Bigg\} \quad Dh_{AB} = \frac{Dh_{AB_1} + Dh_{AB_2}}{2} = 140,066 \text{ m}$$

otra opción:

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = 0,455 \text{ grad} \quad \Rightarrow \quad Dh_{AB} = \frac{1}{\tan(\bar{\alpha})} = 139,914 \text{ m}$$

Tramo B-C: 0,5



Ley Snell: $n_1 \operatorname{sen}\theta_1 = n_2 \operatorname{sen}\theta_2$

$$\theta_1 = \operatorname{arcsen}\left(\frac{n_2 \operatorname{sen}\theta_2}{n_1}\right)$$

$$Dh_{BC} = L_1 \cos\theta_1 + L_2 \cos\theta_2 + L_3 \cos\theta_2$$

Luego;

$$L_1 = \lambda_1 \left(N_1 + \frac{\varphi_1}{2\pi}\right) = 15,17 \text{ m}$$

$$L_2 = \lambda_2 \left(N_2 + \frac{\varphi_2}{2\pi}\right) = 21,44 \text{ m}$$

$$L_3 = \lambda_3 \left(N_3 + \frac{\varphi_3}{2\pi}\right) = 16,63 \text{ m}$$

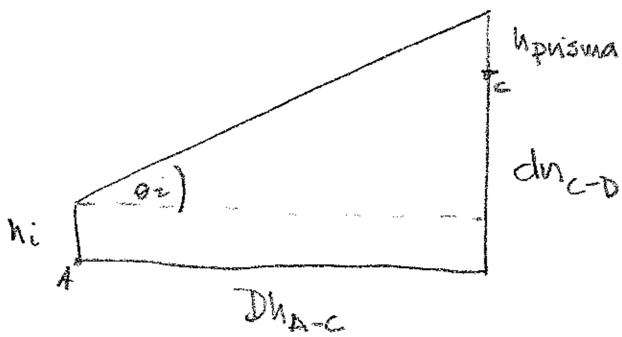
0,5

$$\Rightarrow \quad Dh_{BC} = 15,17 \cos\theta_1 + 38,06 \cos\theta_2$$

0,5

1,0

Se tiene:



Pto	Lat	Lad	$du^{s/c}$ (+)	$du^{s/c}$ (−)	du^{c} (+)	du^{c} (−)
C	3,54					
PC1	3,56	0,95	2,590		2,589	
PC2	3,481	0,44	3,120		3,119	
PC3	3,87	0,12	3,361		3,360	
PC4	3,94	0,15	3,720		3,719	
D	1,01	1,12	2,820		2,819	
PC5	1,353	3,51		2,500		2,501
PC6	0,658	3,895		2,542		2,543
PC7	0,421	3,875		3,217		3,218
PC8	0,142	3,945		3,524		3,525
C		3,961		3,819		3,820
Suma	21,975	21,966	15,611	15,609	15,607	15,607

$e_c = 0,009 \quad (-)$

$e_u = 0,0002883 \; (-)$

1,0

[TABLA INVERTIDA] $du_{CD} = du_{CA} = -15,607$ m

Del dibujo:

$$\tan(\theta_2) = \frac{|du_{CD}| - hi_1 + h_{prisma}}{Dh_{AB} + Dh_{BC}} = \frac{15,607 - 1,21 + 1,5}{Dh_{AB} + 15,17\cos\left(\arcsin\left(\frac{1,3}{1,5}\operatorname{sen}\theta_2\right)\right) + 38,06\cos\theta_2}$$

Opc. 1 (para Dh_{AB}) $\rightarrow \theta_2 = 5,228^{grad}$, $\theta_1 = 4,530^{grad}$

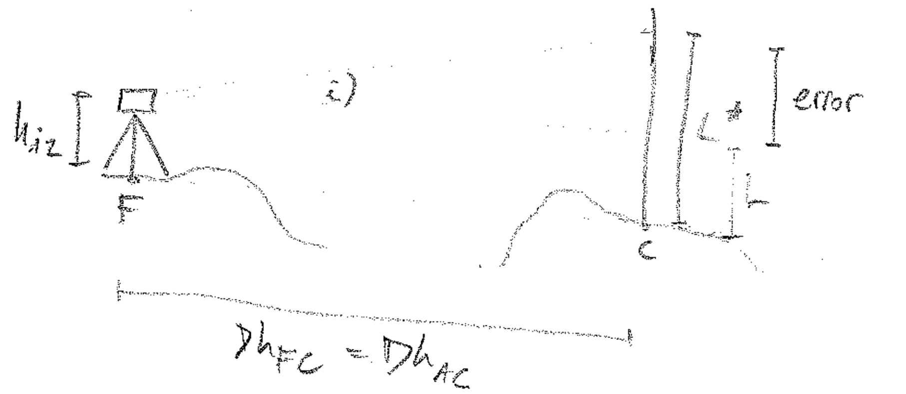
opc. 2 $\rightarrow \theta_2 = 5,233^{grad}$, $\theta_1 = 4,534^{grad}$

~~1,0~~ 1,5

$$\Rightarrow Dh_{AC} = Dh_{AB} + 15,17\cos\theta_1 + 38,06\cos\theta_2 = \frac{15,607 - 1,21 + 1,5}{tg(\theta_2)}$$

$$Dh_{AC} = \begin{cases} \xrightarrow{opc\,1} 193,129 \text{ m} \\ \xrightarrow{opc\,2} 192,977 \text{ m} \end{cases}$$

Luego entre F y C : $\underline{dn_{FC} = 0}$



$$\left.\right\} \begin{array}{l} L^* = L + \text{error} \\ L = L^* - \text{error} \end{array}$$

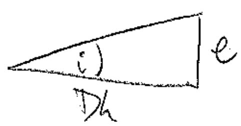
$$dn_{FC} = h_{iz} - L = 0$$

1, 0

$$\Rightarrow h_{iz} = L = L^* - \text{error}$$

$$\Rightarrow \text{error} = L^* - h_{iz} = 1{,}791 - 1{,}547$$

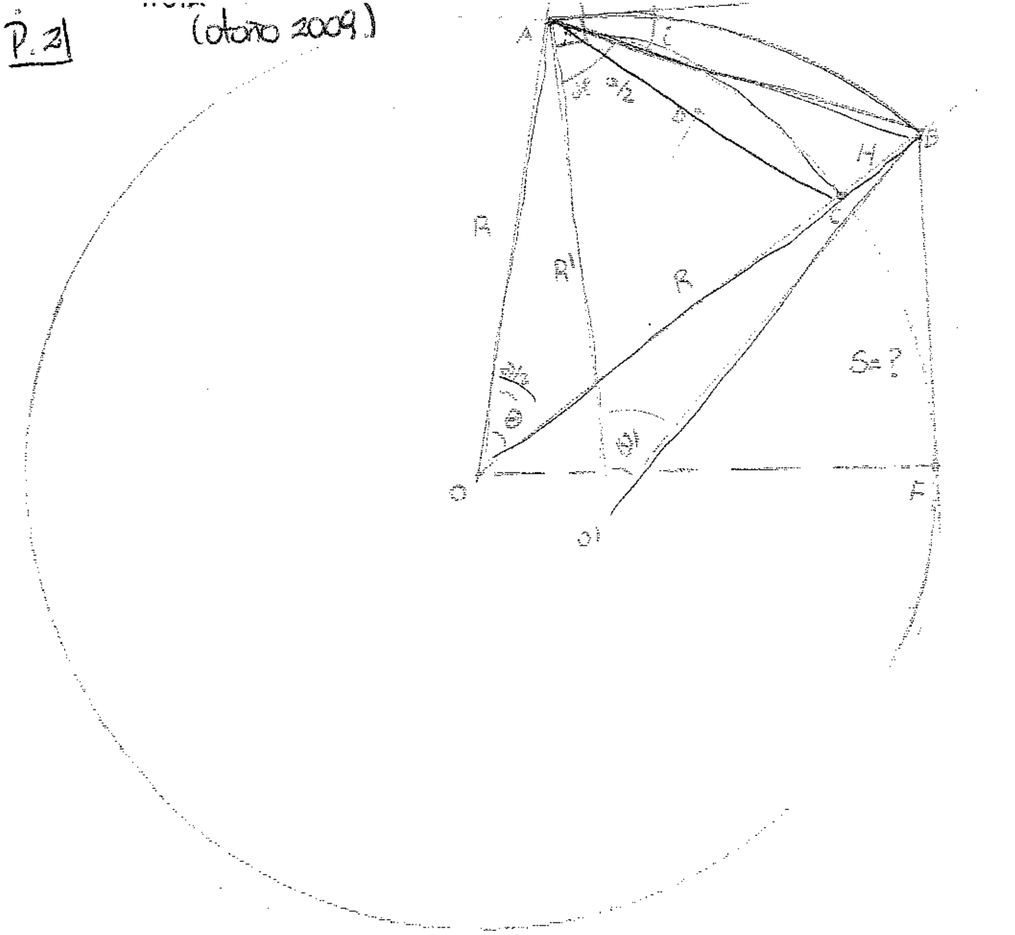
$$\text{error} = 0{,}244 \text{ m}$$



$$\rightarrow \tan i \approx i = \frac{\text{error}}{Dh_{AC}} = \begin{array}{l} \xrightarrow{op1} 0{,}00126 \\ \xrightarrow{op2} 0{,}00126 \end{array}$$

$$i = \frac{n\Delta}{R} \Rightarrow R = \frac{n \cdot \Delta}{i} = \frac{3{,}75 \cdot 1/10 \cdot 0{,}0254 \text{ m}}{0{,}00126} = \underline{7{,}56 \text{ m}}$$

1,



Arco $\widehat{CF} = S = ?$

triángulo AOD, usando teo seno

$$\frac{a/2}{\sin\frac{\theta}{2}} = \frac{R}{\sin \pi/2} \qquad \frac{a}{2} = R\sin(\theta/2)$$

este resultado es análogo al $\triangle AO'B$
~~(Arco $\widehat{AC}$ = Arco $\widehat{AB}$)~~
cuerda $\overline{AC}$ = cuerda $\overline{AB}$.

$$\frac{a}{2} = R'\sin(\theta'/2)$$

$$K = \frac{R}{R'} = \frac{\sin(\theta'/2)}{\sin(\theta/2)}$$

Para θ' $\triangle AOV$ $$\frac{D}{\sin\theta} = \frac{R}{\sin(z-\theta)} \qquad D = \frac{R\sin\theta}{\sin(z-\theta)}$$

también $$\frac{R+H+h}{\sin(\pi-z)} = \frac{R}{\sin(z-\theta)} \qquad h = \frac{R\cos z}{\sin(z-\theta)} - (R+H)$$

teo seno $\triangle ABV$ $$\frac{h}{\sin i} = \frac{a}{\sin(z-\theta)} \qquad i = \arcsin\left[\frac{h}{a}\sin(z-\theta)\right]$$

Pero $\frac{\pi}{2} = i + \gamma$ (vértice A) $\quad i = \frac{\pi}{2} - \gamma \quad$ pero $\triangle ABO'$ tenemos $2\gamma + \theta' = \pi$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta'}{2}$$

$$\boxed{i = \frac{\theta'}{2}}$$

$$\frac{\theta'}{2} = \arcsin\left[\frac{h}{a}\sin(z-\theta)\right] \quad \text{reemplazando en } K$$

$$K = \frac{\frac{h}{a}\sin(z-\theta)}{\ldots} \qquad \text{pero } \theta = \frac{d}{a}$$

$$K = \frac{\frac{h}{a} \sin(z - \theta)}{\sin(\theta/2)}$$

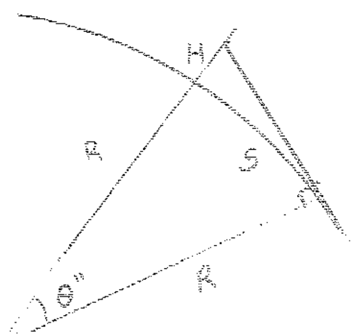
$$K = \frac{\left[\frac{R \cos z}{\sin(z - d/R)} - (R+H)\right] \sin\left(z - \frac{d}{R}\right)}{a \sin\left(\frac{d}{2R}\right)}$$

Con $a = 2R \sin\frac{\theta}{2}$; $a = 2R \sin\frac{d}{2R}$

$$\frac{2RK \sin^2\frac{d}{2R}}{\sin\left(z - \frac{d}{R}\right)} = \frac{R \cos z}{\sin\left(z - \frac{d}{R}\right)} - (R+H)$$

$$R + H = \frac{R \cos z - 2RK \sin^2\frac{d}{2R}}{\sin\left(z - \frac{d}{R}\right)}$$

Tramo sólo curvatura



$$\cos\theta = \frac{R}{R+H}$$

$$S = R\theta''$$

$$S = R \arccos\left(\frac{R}{R+H}\right)$$

$$\boxed{S = R \arccos\left[\frac{\sin(z - d/R)}{\cos z - 2K \sin^2 d/2R}\right]}$$